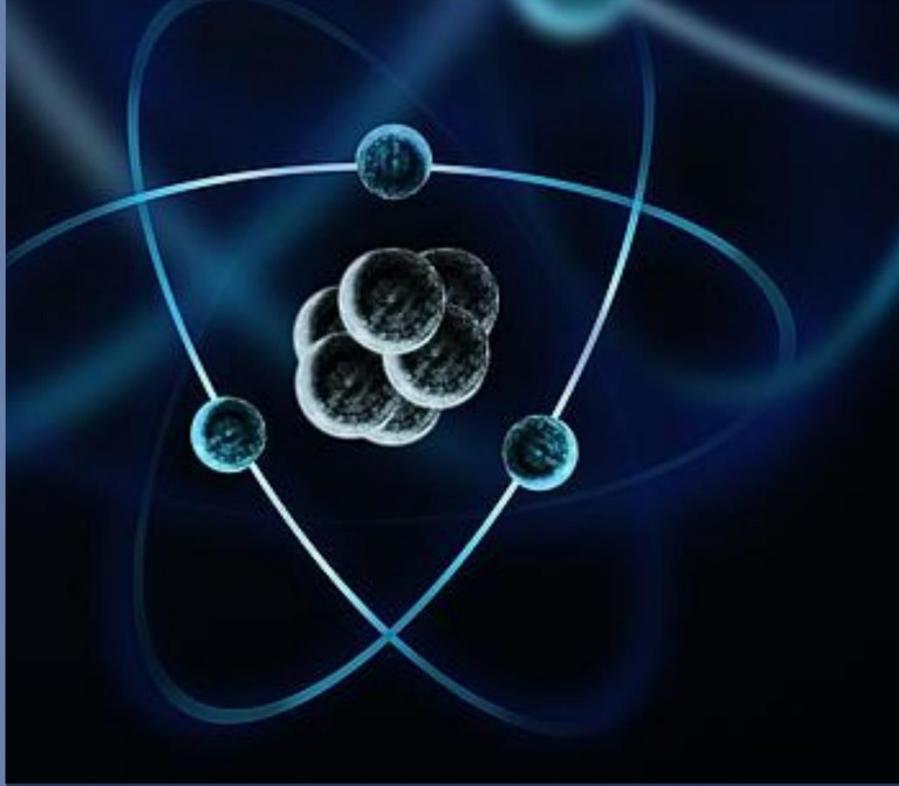


UNIVERSIDAD ESTATAL PENÍNSULA DE SANTA ELENA



La Física en Ejercicios

Serie de Textos Académicos de la
Facultad de Ciencias de la Ingeniería

Franklin Enrique Reyes Soriano





Serie de Textos Académicos de la Facultad
de Ciencias de la Ingeniería de la UPSE

La Física en Ejercicios

Ing. Franklin Enrique Reyes Soriano

Universidad Estatal Península de Santa Elena
ECUADOR
2018

Ficha Bibliográfica:

Franklin Enrique Reyes Soriano

La Física en Ejercicios

Editorial UPSE

ISBN: 978-9942-776-06-8

Formato: 17 x 24 cm #páginas: 117

Derechos Reservados © 2018
Universidad Estatal Península de Santa Elena
Ediciones UPSE
Avenida La Libertad-Santa Elena
Ciudadela Universitaria UPSE
www.upse.edu.ec

Este libro ha sido evaluado bajo el sistema de pares académicos y mediante la modalidad de doble ciego.

Portada: Manuel Martínez Santana.

No está permitida la reproducción total o parcial de esta obra ni su tratamiento o transmisión por cualquier medio o método sin autorización escrita de los editores.

IMPRESO EN ECUADOR
Printed in Ecuador



Presentación

PRESENTACION:

Este libro ha sido creado para estudiantes que inician el estudio de la Física. Puede ser utilizado como primer libro ya que cuenta con resolución de problemas básicos.

Para entender el libro no se requiere grandes conocimientos superiores, solo es necesario conocer tanto matemáticas básica como álgebra.

Lo expuesto en el libro son conocimientos básicos fundamentales, para que el estudiante pueda resolver sin ninguna dificultad problemas de: gráficos en tres dimensiones, movimiento rectilíneo con aceleración constante, caída libre de los cuerpos, tiro parabólico, equilibrio de una partícula.

Seguir las recomendaciones sugiere tener menos tropiezos en el desarrollo y solución de los problemas planteados.

Esta presentación también es una oportunidad de agradecer a Dios, presente en todo momento de mi vida, debo también mencionar a mi familia que es mi razón de seguir adelante.

Ing. Franklin Enrique Reyes Soriano, Msc.

Tabla de contenido

1. ORIENTACIONES GENERALES	1
2. UBICACIÓN DE PUNTOS EN EL ESPACIO	6
3. SUMA DE VECTORES: LEYES DEL SENO Y EL COSENO	11
4. SUMA DE VECTORES: MÉTODO ANALÍTICO DE LOS COMPONENTES	22
5. MOVIMIENTO RECTILÍNEO CON ACELARACIÓN CONSTANTE	39
6. CAIDA LIBRE DE LOS CUERPOS	55
7. MOVIMIENTO DE PROYECTILES	75
8. EQUILIBRIO BAJO LA ACCIÓN DE FUERZAS CONCURRENTES	93
9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	113
10. BIBLIOGRAFÍA	115

Capítulo 1



1. Orientaciones generales

El presente libro fue realizado para contribuir al logro de los objetivos de la asignatura; brinda al estudiante la suficiente confianza acerca de las posibilidades reales del éxito, disminuyendo las posibilidades del fracaso, dándole la opción de buscar nuevas vías de solución para resolver las tareas asignadas; por tanto, es un medio que le permitirá al profesor, trabajar con los estudiantes, para que puedan resolver ejercicios bajo el apoyo de este medio pedagógico (ver material).

Con la seguridad de que este medio pedagógico logrará mejorar su preparación, a continuación se presenta el libro con los

diferentes temas en la que el estudiante presenta mayor dificultad de aprendizaje.

Objetivos generales:

- Proporcionar un conjunto de conocimientos básicos (conceptualización) sobre los principios físicos, y mediante la aplicación de procedimientos presentados en cada tema, pueda resolver ejercicios.
- Permitir trabajar en el nivel de desarrollo potencial del estudiante, para que puedan resolver ejercicios bajo el apoyo de este medio pedagógico.

Orientación metodológica

El sistema que se plantea en este libro consiste, en que cada tema contenga conceptualización, procedimientos y solución de los ejercicios; de tal manera que el estudiante se sienta orientado y con la confianza de poder resolver cada uno de los ejercicios. Este libro, tiene un valor pedagógico intrínseco, ya que obliga a los estudiantes a tomar la iniciativa, a realizar un análisis, a plantear ciertas estrategias: *analizar la situación, descomponiendo el sistema en partes, estableciendo la relación entre las mismas; indagar qué principios, leyes o consecuencias se deben aplicar a cada parte, escribir las ecuaciones, y despejar las incógnitas.*

- Conceptualización:

Es fundamental que el estudiante entienda los conceptos y principios básicos antes de intentar resolver los problemas asignados. Esto se consigue de mejor manera mediante una lectura cuidadosa del texto.

Durante su lectura es útil subrayar ciertos puntos que no sean claros:

Tome notas cuidadosas en clases y después plantee preguntas pertinentes relativas a las ideas que requieran aclararse. Debe reducir al mínimo la memorización del material. La memorización de pasajes del libro, ecuaciones y deducciones no necesariamente significa que usted entienda el material. Su comprensión crecerá mediante una combinación de hábitos de estudios eficientes, discusiones con otros estudiantes y profesores y de su habilidad para resolver los problemas del libro.

- Procedimiento general para la solución de problemas.

Es necesario que el estudiante adquiera las habilidades para la solución de problemas. Este punto describe ideas útiles que le permitirán aumentar su precisión en la solución de problemas, ampliar su comprensión de los conceptos físicos, eliminar el

pánico inicial o la falta de dirección para enfocar un problema, y organizar su trabajo. Una manera de ayudar a cumplir estas metas es adoptar una estrategia o procedimiento de solución de problemas. Los temas considerados en este trabajo incluyen lo que llamamos “*estrategias o procedimientos para la solución de problemas*” que debe ayudarle en los “*obstáculos difíciles*”.

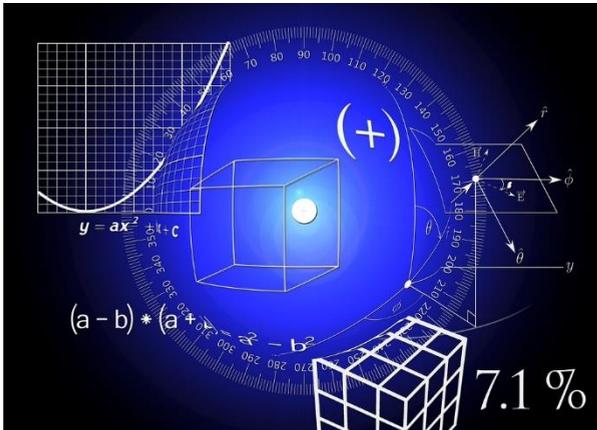
En el desarrollo de los procedimientos para la solución de problemas, se siguen cinco pasos básicos comunes:

- Dibuje un diagrama con leyendas apropiadas y, si fuera necesario, ejes de coordenadas.
- Cuando examine lo que se le pide en el problema, identifique el principio o principios físicos que está implícito, listando las cantidades conocidas y las incógnitas.
- Seleccione una relación básica o deduzca una ecuación que pueda utilizarse para encontrar la incógnita y resuelva simbólicamente la ecuación para la incógnita.
- Sustituya los valores dados junto con las unidades apropiadas en la ecuación.
- Obtenga un valor numérico para la incógnita. El problema se verifica y se indica con una marca si las siguientes preguntas pueden contestarse apropiadamente: ¿conuerdan las unidades?, ¿la respuesta es razonable?, ¿el signo más o menos es apropiado o incluso es muy importante?

Uno de los objetivos de estos procedimientos es promover la precisión. Los diagramas dibujados adecuadamente pueden eliminar muchos errores en el signo. Los diagramas también ayudan a aislar los principios físicos del problema. Las soluciones simbólicas y las cantidades conocidas e incógnitas marcadas cuidadosamente ayudarán a eliminar otros errores cometidos por descuidos. Emplear soluciones simbólicas le ayudará a pensar en términos de la física del problema. La verificación de unidades al final del problema puede indicar un posible error algebraico. La disposición y organización física de su problema hará que el producto final sea más comprensible y fácil de seguir. Una vez que usted ha desarrollado un sistema organizado para examinar problemas y extraer información relevante, se convertirá en un confiable solucionador de problemas.

Los estudiantes deberán trabajar con estos ejercicios durante todo el proceso de enseñanza, ya sea en el aula misma (quizá en grupo), o como tarea extraescolar. Tomaremos en cuenta también que el profesor antes de pasar al siguiente tema, deberá analizar y discutir con los estudiantes, las soluciones de los ejercicios.

Capítulo 2



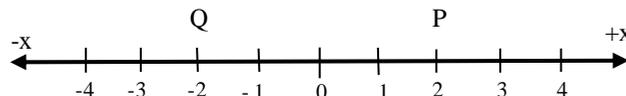
2. Ubicación de puntos en el espacio

Contenido:

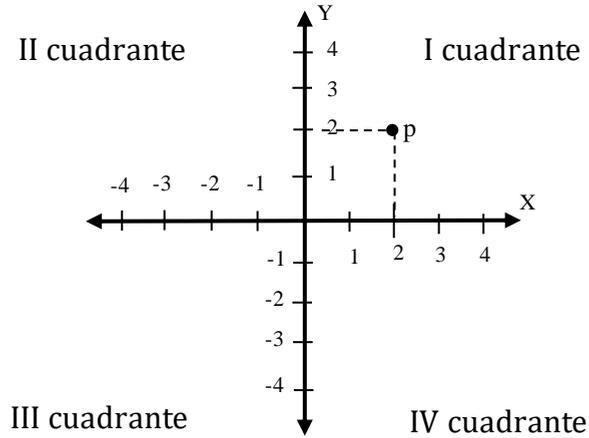
Objetivo específico: Aplicar el método de las proyecciones para encontrar un punto en el espacio de tres dimensiones conociendo las coordenadas (x, y, z)

Un punto puede ubicarse sobre un eje, en un plano o en el espacio. Su posición será expresada con la siguiente notación.

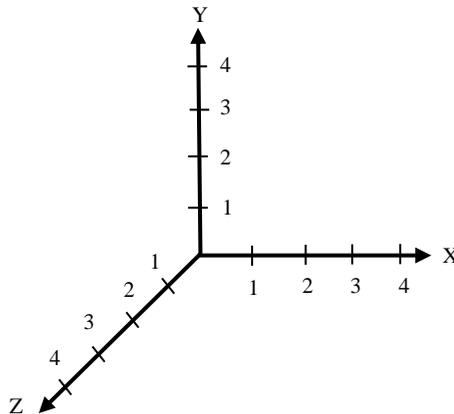
$P(x, y, z)$



Se dice que esta recta es un espacio de una dimensión.



En un plano de dos dimensiones.



En un plano de tres dimensiones.

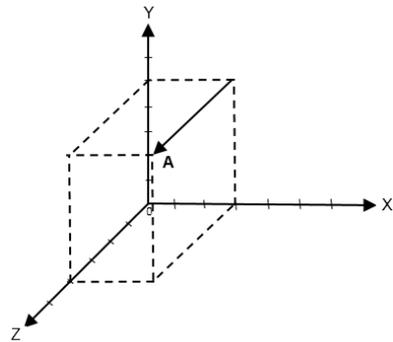
Procedimiento para encontrar un punto en el espacio

Para encontrar un punto en el espacio (3 dimensiones) conociendo sus coordenadas, se realizan los siguientes pasos:

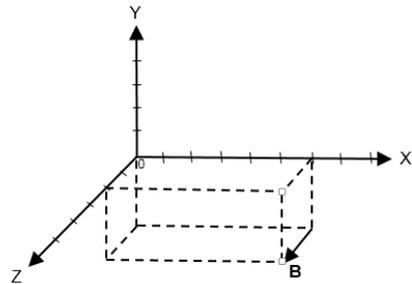
Se localiza sus valores en los ejes, y sobre esto se levantan perpendiculares, la intersección de esta señala el punto buscado.

Ejemplos: Dadas las coordenadas. Encontrar el punto en el espacio.

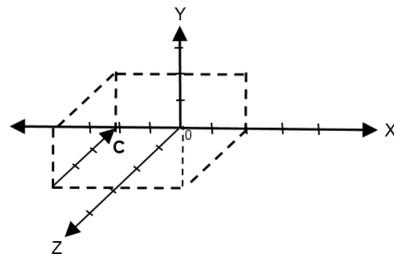
A (3, 5, 4)



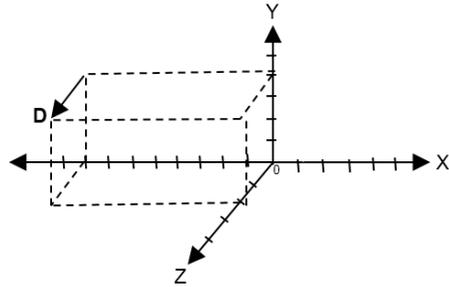
B (6,-3, 2)



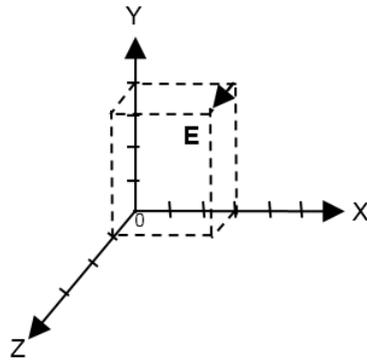
C (-4,-2,-3)



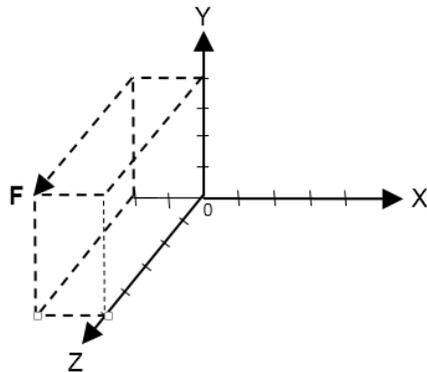
D (-8, 4, 2)

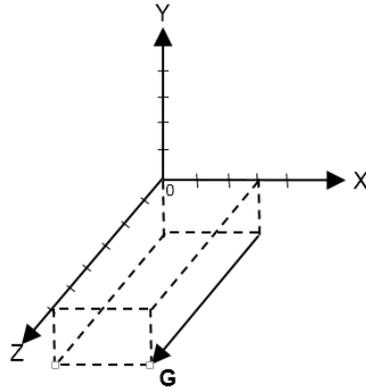
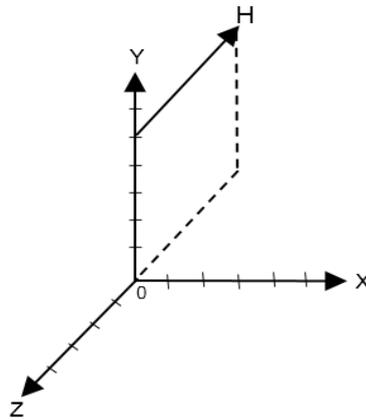
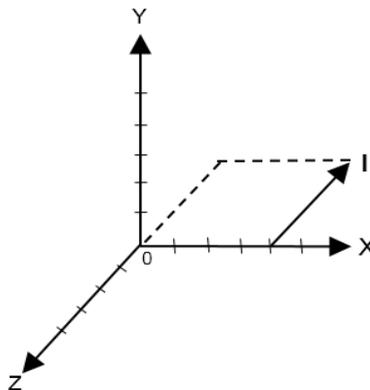


E (3, 4, 1)



F (-2, 4, 5)



$G(3, -2, 6)$  $H(0, 5, -5)$  $I(4, 0, -4)$ 

Capítulo 3



3. Suma de vectores: Leyes del Seno y Coseno

Contenido:

Objetivo específico: Desarrollar ejercicios con vectores usando la ley del Seno y Coseno para encontrar la magnitud de la resultante y su dirección.

A partir del triángulo oblicuángulo se determinan las siguientes leyes del Seno y del Coseno.

LEY DEL COSENO:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 ab \cos C$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 ac \cos B$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 bc \cos A$$

Ley del seno:

$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C}$$

Procedimiento para hallar la magnitud de la resultante y su dirección usando la ley del seno y del coseno:

- Se realiza el gráfico usando el método del polígono o del paralelogramo
- Se selecciona el triángulo formado por los vectores
- Se calcula el ángulo opuesto al vector resultante
- Se aplica la ley del coseno para obtener la magnitud de la resultante
- Se aplica la ley del seno para obtener la dirección.

Ejemplos:

Ejercicio # 1

Dos fuerzas 80 N y 100 N que forman un ángulo de 60° entre sí, empujan un objeto. ¿Qué fuerza resultante reemplazará a las dos fuerzas?

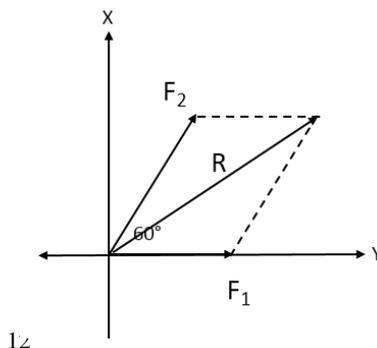
DATOS

$$F_1 = 80 \text{ N}$$

$$F_2 = 100 \text{ N}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$F_R = ?$$



$$\alpha_R = ?$$

LEY DEL COSENO:

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \alpha$$

$$R^2 = (80\text{N})^2 + (100\text{N})^2 - 2(80\text{N})(100\text{N}) \cos 120^\circ$$

$$R^2 = 24400\text{N}^2$$

$$F_R = 156.20\text{N}$$

LEY DEL SENO

$$\frac{F_2}{\text{Sen } \theta} = \frac{F_r}{\text{Sen } 120^\circ}$$

$$\frac{100\text{N}}{\text{Sen } \theta} = \frac{156.20\text{N}}{\text{Sen } 120^\circ}$$

$$\text{Sen } \theta = \frac{100\text{N} \times \text{Sen } 120^\circ}{156.20\text{N}}$$

$$\text{Sen } \theta = 0.554$$

$$\theta = 33.642^\circ$$

$$\alpha_R = 33.642^\circ$$

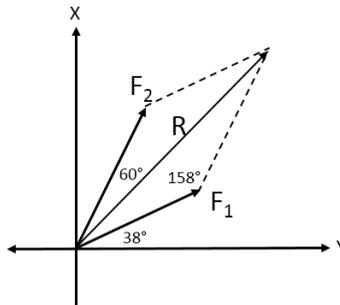
Ejercicio # 2

Dos fuerzas actúan sobre un objeto puntual de la siguiente forma: 100 N a 38° y 100 N a 60° . Calcular su Resultante y dirección.

DATOS

$$F_1 = 100\text{N a } 38^\circ$$

$$F_2 = 100\text{N a } 60^\circ$$



LEY DEL COSENO:

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \alpha$$

$$R^2 = (100\text{N})^2 + (100\text{N})^2 - 2(100\text{N})(100\text{N}) \cos 158^\circ$$

$$R^2 = 38543.677\text{N}^2$$

$$R = 196.325\text{N (Resultante)}$$

LEY DEL SENO

$$\frac{F_2}{\text{Sen } \theta} = \frac{R}{\text{Sen } 158^\circ}$$

$$\frac{100\text{N}}{\text{Sen } \theta} = \frac{196.325\text{N}}{\text{Sen } 158^\circ}$$

$$\text{Sen } \theta = \frac{100\text{N} \times \text{Sen } 158^\circ}{196325\text{N}}$$

$$\text{Sen } \theta = 0.191$$

$$\theta = 11^\circ$$

$$\alpha_R == 38^\circ + 11^\circ = 49^\circ$$

Ejercicio # 3

Un barco sale de un puerto y viaja 30 millas en dirección Norte, luego viaja 50 millas, 30° al Este del Norte. ¿A qué distancia del puerto se encuentra el barco al final de este recorrido y cuál es su dirección?

DATOS

$$A = 30 \text{ mill, N}$$

$$B = 50 \text{ mill, } 30^\circ \text{ al Este del Norte}$$

LEY DEL COSENO:

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos 150^\circ$$

$$R^2 = (30\text{mill})^2 + (50\text{mill})^2 - 2(30\text{mill})(50\text{mill}) \cos 150^\circ$$

$$R^2 = 5998.08\text{mill}^2$$

$$R = 77.45 \text{ mill Magnitud de la Resultante}$$

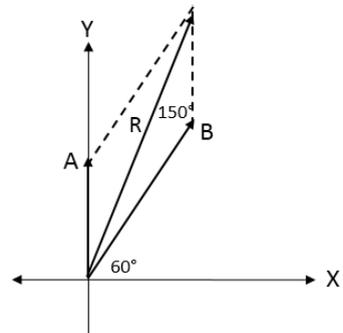
LEY DEL SENNO

$$\frac{R}{\text{Sen } 150^\circ} = \frac{A}{\text{Sen } \theta}$$

$$\frac{77.45\text{mill}}{\text{Sen } 150^\circ} = \frac{30\text{mill}}{\text{Sen } \theta}$$

$$\text{Sen } \theta = \frac{30\text{mill} \times \text{Sen } 150^\circ}{77.45\text{mill}}$$

$$\text{Sen } \theta = 0.19$$



$$\theta = 10.95^\circ$$

$$\alpha_R = 60^\circ + 10.95^\circ \quad \alpha_R = 70.95^\circ \quad \text{dirección}$$

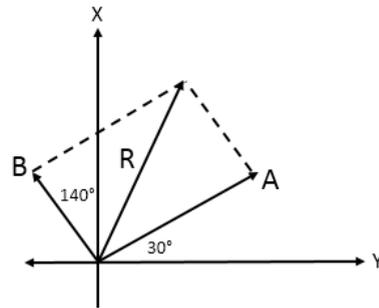
Ejercicio # 4

Utilizar el Método Analítico (Ley del Seno y del Coseno) para hallar la magnitud del vector resultante y su dirección.

DATOS

$$A = 30\text{N a } 30^\circ$$

$$B = 20\text{N a } 140^\circ$$



LEY DEL COSENO:

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos 70^\circ$$

$$R^2 = (30\text{N})^2 + (20\text{N})^2 - 2(30\text{N})(20\text{N}) \cos 70^\circ$$

$$R^2 = 889.58\text{N}^2$$

$$R = 30\text{ N magnitud de la Resultante}$$

LEY DEL SENO

$$\frac{R}{\text{Sen } 70^\circ} = \frac{B}{\text{Sen } \theta}$$

$$\frac{30\text{N}}{\text{Sen } 70^\circ} = \frac{B}{\text{Sen } \theta}$$

$$\text{Sen } \theta = \frac{B \times \text{Sen } 70^\circ}{30\text{N}}$$

$$\text{Sen } \theta = \frac{20\text{N} \times \text{Sen } 70^\circ}{30\text{N}}$$

$$\text{Sen } \theta = 0.63$$

$$\theta = 39^\circ$$

$$\alpha_R = 30^\circ + 39^\circ = 69^\circ \text{ Dirección}$$

Ejercicio # 5

Hallar la magnitud resultante y la dirección de los siguientes vectores:

DATOS

$$A = 6u; 25^\circ$$

$$B = 4u; 140^\circ$$

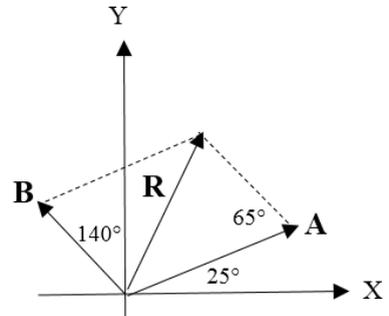
LEY DEL COSENO:

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos 65^\circ$$

$$R^2 = (6u)^2 + (4u)^2 - 2(6u)(4u) \cos 65^\circ$$

$$R^2 = 31.71u^2$$

$$R = 5.63u \text{ magnitud de la Resultante}$$



LEY DEL SENO

$$\frac{R}{\text{Sen } 65^\circ} = \frac{B}{\text{Sen } \theta}$$

$$\frac{5.63u}{\text{Sen } 65^\circ} = \frac{4u}{\text{Sen } \theta}$$

$$\text{Sen } \theta = \frac{4u \times \text{Sen } 65^\circ}{5.63u}$$

$$\text{Sen } \theta = 0.64$$

$$\theta = 39.79^\circ$$

$$\alpha_R = 25^\circ + 39.79^\circ$$

$$\alpha_R = 64.79^\circ \text{ Dirección}$$

Ejercicio # 6

Hallar el vector resultante y la dirección de dos fuerzas de 10 N y 5 N aplicado en un punto 0 y formando un ángulo de 75° . Aplicar la ley del seno y del coseno.

DATOS

$$A = 10\text{N}; 0^\circ$$

$$B = 5\text{N}; 75^\circ$$

LEY DEL COSENO:

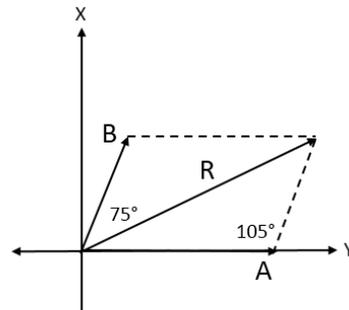
$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos 105^\circ$$

$$R^2 = (10\text{N})^2 + (5\text{N})^2 - 2(10\text{N})(5\text{N}) \cos 105^\circ$$

$$R^2 = 100\text{N}^2 + 25\text{N}^2 - (-25.88\text{N}^2)$$

$$R^2 = 125\text{N}^2 + 25.88\text{N}^2$$

$$R = 12.28\text{N} \text{ Resultante}$$



LEY DEL SENO

$$\frac{R}{\text{Sen } 105^\circ} = \frac{B}{\text{Sen } \theta}$$

$$\text{Sen } \theta = \frac{B \times \text{Sen } 105^\circ}{R}$$

$$\text{Sen } \theta = \frac{5 \times \text{Sen } 105^\circ}{12.28\text{N}}$$

$$\text{Sen } \theta = 0.393$$

$$\theta = 23.14^\circ \quad \text{Dirección}$$

Ejercicio # 7

Dado los vectores A, B, encontrar el módulo o magnitud del vector suma R, así como su dirección: Aplique el método analítico (ley del Seno y Coseno)

DATOS

$$A = 200u; 0^\circ$$

$$B = 100u; 55^\circ$$

LEY DEL COSENO:

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos 125^\circ$$

$$R^2 = (200u)^2 + (100u)^2 - 2(200u)(100u) \cos 125^\circ$$

$$R^2 = 50.0000 u^2 - 40.000u^2 \cos 125^\circ$$

$$R^2 = 50.0000 u^2 - 40.000u^2 - (-22.943u^2)$$

$$R^2 = 72.943u^2$$

$$R = \sqrt{72943u^2}$$

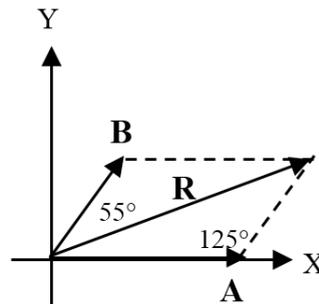
$$R = 270.08u \quad \text{Resultante}$$

LEY DEL SENO

$$\frac{R}{\text{Sen } 125^\circ} = \frac{B}{\text{Sen } \alpha}$$

$$R \text{ Sen } \alpha = B \text{ Sen } 125^\circ$$

$$\text{Sen } \alpha = \frac{B \times \text{Sen } 125^\circ}{R}$$



$$\text{Sen } \alpha = \frac{100u \times \text{Sen } 125^\circ}{270.08}$$

$$\text{Sen } \alpha = 0.30 \quad \alpha = 17.65^\circ \text{ dirección}$$

Ejercicios # 8

Dado los vectores **A** y **B**. Encontrar el módulo magnitud del vector suma **R**, así como su dirección.

DATOS

A = 150u al Sur

B = 200u; 70° al Este del Sur

LEY DEL COSENO:

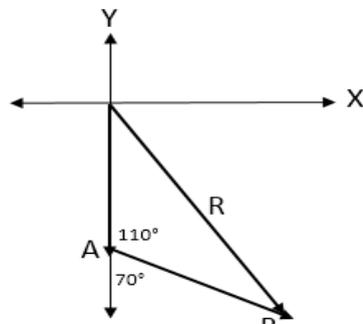
$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos 110^\circ$$

$$R^2 = (150u)^2 + (200u)^2 - 2(150u)(200u) \cos 110^\circ$$

$$R^2 = 22,500u^2 + 40,000u^2 + 20,521.209u^2$$

$$R^2 = 83,021.209 u^2$$

$$R = 288.134u \quad \text{Resultante}$$



LEY DEL SENO

$$\frac{B}{\text{Sen } \theta} = \frac{R}{\text{Sen } 110^\circ}$$

$$\frac{200u}{\text{Sen } \theta} = \frac{288.134u}{\text{Sen } 110^\circ}$$

$$\text{Sen } \theta = \frac{200u \times \text{Sen } 110^\circ}{288.134u}$$

$$\text{Sen } \theta = 0.653$$

$$\theta = 40.768^\circ \quad \text{Dirección}$$

Ejercicio # 9

Hallar el vector resultante y la dirección de la siguiente fuerza $\mathbf{A} = 40\text{N}$ a 15° y $\mathbf{B} = 70\text{N}$ a 130° utilizar el método analítico (ley del Seno y del Coseno).

DATOS

$$\mathbf{A} = 40\text{N}; 15^\circ$$

$$\mathbf{B} = 70\text{N}; 130^\circ$$

LEY DEL COSENO:

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos 65^\circ$$

$$R^2 = (40\text{N})^2 + (70\text{N})^2 - 2(40\text{N})(70\text{N}) \cos 65^\circ$$

$$R^2 = 1600\text{N}^2 + 4900\text{N}^2 - 2366.66\text{N}^2$$

$$R^2 = 4133.34\text{N}^2$$

$$R = 64.29\text{N} \quad \text{Resultante}$$

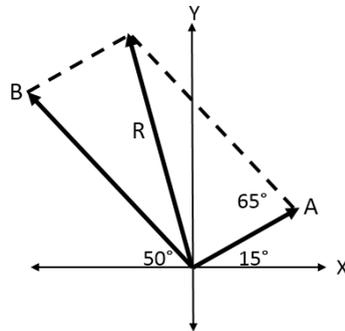
LEY DEL SENO

$$\frac{R}{\text{Sen } \alpha} = \frac{B}{\text{Sen } \theta}$$

$$\frac{64.29\text{N}}{\text{Sen } 65^\circ} = \frac{70\text{N}}{\text{Sen } \theta}$$

$$\text{Sen } \theta = \frac{70\text{N} \times \text{Sen } 65^\circ}{64.29\text{N}}$$

$$\text{Sen } \theta = 0.986$$



$$\theta = 80.68^\circ$$

$$\alpha = 15^\circ + \theta$$

$$\alpha = 15^\circ + 80.68^\circ \qquad \alpha = 95.68^\circ \text{ Dirección}$$

Capítulo 4


$$E = mc^2$$

4. Suma de vectores: Método analítico de los componentes

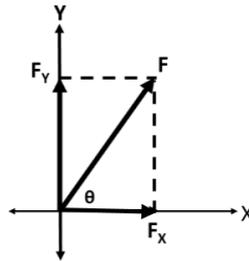
Contenido:

Objetivo específico: Desarrollar ejercicios con vectores usando los métodos analíticos para encontrar la magnitud de su resultante y su dirección.

Los tratamientos gráficos de los vectores son buenos para visualizar las fuerzas, pero con frecuencia no son muy precisos. Una táctica mucho más útil es aprovechar la trigonometría del triángulo rectángulo simple. La familiaridad con el teorema de Pitágoras y algunas experiencias con las funciones seno,

coseno, tangente es todo lo que se necesita para el estudio de este método; por ejemplo:

¿Cuáles son las componentes x e y de una fuerza F con un ángulo θ ?

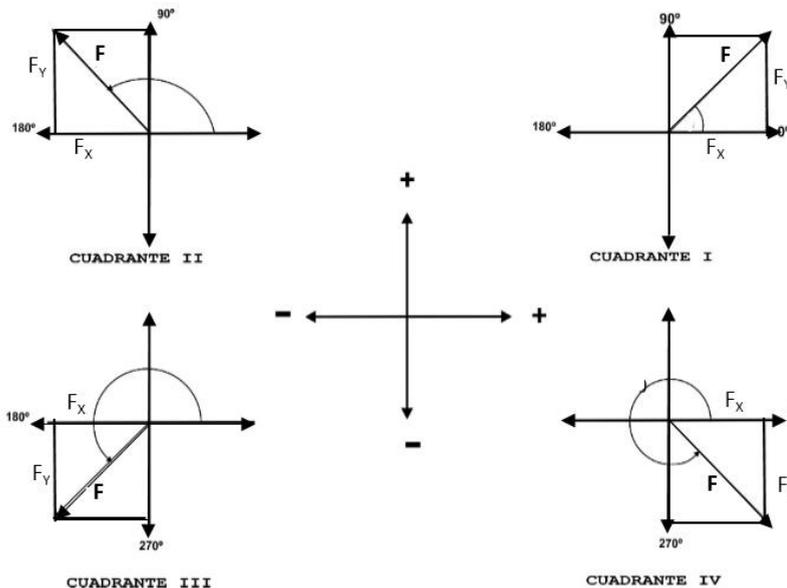


COMPONENTES

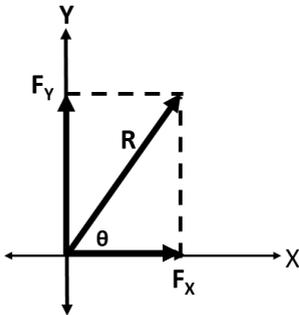
$$F_x = F \cos \theta$$

$$F_y = F \sin \theta$$

El signo de una componente dada puede ser determinada de un diagrama de vectores. Las cuatro posibilidades se muestran en la siguiente figura.



La trigonometría es también útil para calcular la fuerza resultante y la dirección.



$$R = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2}$$

$$\text{Tang}\theta = \frac{F_y}{F_x}$$

Procedimiento para hallar la magnitud de la resultante y la dirección:

Para hallar el vector resultante y la dirección podemos usar el siguiente procedimiento.

- 1.- Dibujar todos los vectores a partir del origen en un sistema de ejes coordenados.
- 2.- Resuélvase todos los vectores en sus componentes x y y
- 3.- Encontrar las componentes x de la resultante sumando las componentes en x de todos los vectores (las componentes hacia la derecha son positivas y las de la izquierda son negativas).

$$R_x = A_x + B_x + C_x$$

- 4.- Encuéntrese la componente y de la resultante sumando las componentes en y de todos los vectores (las componentes

hacia arriba son positivas y las componentes hacia abajo son negativas)

$$R_y = A_y + B_y + C_y$$

5.- Obténgase la magnitud y la dirección de la resultante a partir de los dos vectores perpendiculares R_x y R_y .

Ejercicio # 1

Calcular las componentes x y y de un desplazamiento de 25 m y que forma un ángulo de 210° con la dirección positiva del eje x.

SOLUCIÓN

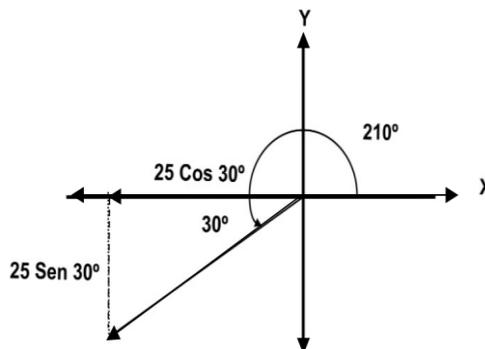
El vector desplazamiento y sus componentes se muestran en la siguiente figura. Las componentes son:

$$\text{Componente } x = 25 \text{ m } \cos 210^\circ = -21.7 \text{ m}$$

$$\text{Componente } y = 25 \text{ m } \sin 210^\circ = -12.5 \text{ m}$$

Note que cada componente apuntó en la dirección negativa de las coordenadas y por lo mismo se deben tomar como negativas.

En los cálculos anteriores las componentes se deberían haber escrito correctamente como:



Con frecuencia se omitirán las unidades para ahorrar espacio.

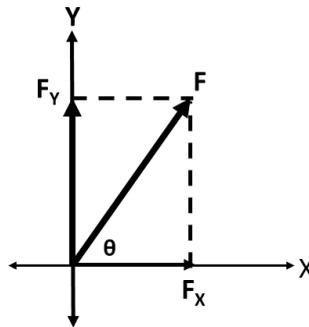
Ejercicio # 2

Encontrar analíticamente las componentes horizontal y vertical de una fuerza de 40 kgf cuya dirección forma un ángulo de 50° por encima de la horizontal hacia la derecha.

DATOS

$$F = 40\text{Kgf}$$

$$\theta = 50^\circ$$



Expresando vectorialmente y matemáticamente.

$$R = F_x + F_y$$

$$F_x = R \cos \theta$$

$$F_y = R \text{ Sen } \theta$$

$$F_x = 40\text{Kgf} \cos 50^\circ$$

$$F_y = 40\text{Kgf} \text{ Sen } 50^\circ$$

$$F_x = 40 \times 0.4\text{Kgf}$$

$$F_y = 40 \times 0.766 \text{ Kgf}$$

$$F_x = 25.7 \text{ Kgf}$$

$$F_y = 30.6 \text{ Kgf}$$

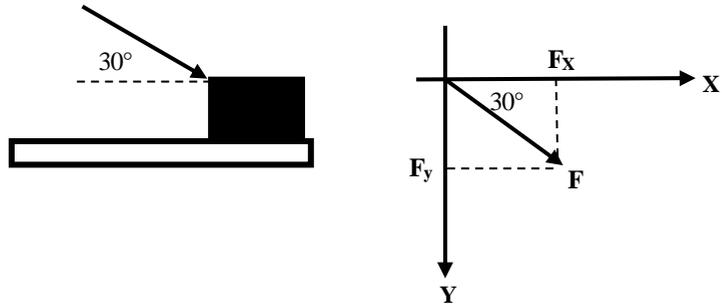
Ejercicio # 3

Una caja es empujada sobre el suelo como se indica en la figura por una fuerza de 20 Kg-f que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Encontrar analíticamente las componentes y vertical de la fuerza.

DATOS

$$F = 20\text{Kg-f}$$

$$\theta = 30^\circ$$



$$F_x = F \cos \theta$$

$$F_y = F \text{ Sen } \theta$$

$$F_x = 20\text{Kg-f.} \cos 330^\circ$$

$$F_y = 20\text{Kg-f. Sen } 330^\circ$$

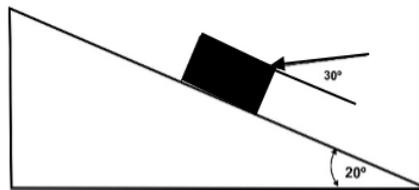
$$F_x = 17.32\text{Kg-f}$$

$$F_y = -10\text{Kg-f}$$

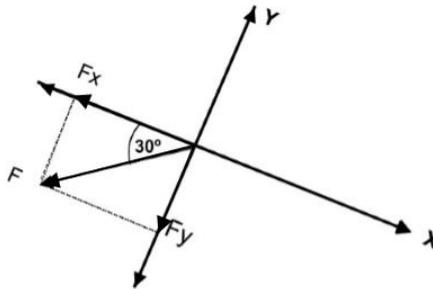
Ejercicio # 4

Un bloque elevado por un plano inclinado 20° , mediante una fuerza F que forma un ángulo de 30° con el plano, como se indica en la figura.

- Qué fuerza F es necesaria para que la componente F_x paralela al plano sea de 8 Kg-f ?
- ¿Cuánto valdrá entonces los componentes F_y ?



Sígase los pasos anteriores.



$$a) F_x = F \cos \alpha$$

$$F \cos \alpha = F_x$$

$$F = F_x / \cos \alpha$$

$$F = 8 \text{ kg f} / \cos 210^\circ$$

$$F = -9.24 \text{ Kgf}$$

$$b) F_y = F \text{ Sen } \alpha$$

$$F_y = 9.24 \text{ Kgf} \times \text{Sen } 210^\circ$$

$$F_y = -4.62 \text{ kg f}$$

Ejercicio # 5

Encuéntrese la fuerza resultante $R = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ por el método analítico de los componentes.

a) $\mathbf{A} = 520\text{N}$, al Sur

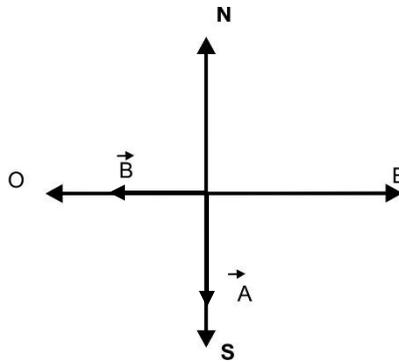
b) $\mathbf{A} = 18 \text{ m/s}$, al Norte

$\mathbf{B} = 260\text{N}$, al Oeste

$\mathbf{B} = 15 \text{ m/s}$, al Oeste

Síganse los pasos anteriores.

a)



$A_x = 0$

$A_y = -520\text{N}$

$B_x = -260\text{N}$

$B_y = 0$

$\sum x = A_x + B_x$

$\sum y = A_y + B_y$

$\sum x = 0 + (-260\text{N})$

$\sum y = -520\text{N} + 0$

$\sum x = -260\text{N}$

$\sum y = -520\text{N}$

$R = \sqrt{(\sum x)^2 + (\sum y)^2}$

$\text{Tg}\theta = F_y / F_x$

$R = \sqrt{(260\text{N})^2 + (520\text{N})^2}$

$\text{Tg}\theta = 520 / 260$

$R = \sqrt{338.000\text{N}^2}$

$\text{Tg}\theta = 2$

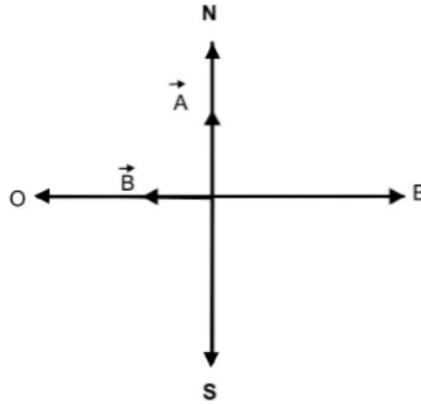
$R = 581.378\text{N}$

$\theta = 63.44$

$\alpha_R = 180^\circ + 63.44^\circ$

$\alpha_R = 243.44^\circ$

b)



$$A_x = 0$$

$$B_x = -15 \text{ m/s}$$

$$\sum x = A_x + B_x$$

$$\sum x = 0 - 15 \text{ m/s}$$

$$\sum x = -15 \text{ m/s}$$

$$R = \sqrt{(\sum x)^2 + (\sum y)^2}$$

$$R = \sqrt{549 \text{ m}^2/\text{s}^2}$$

$$R = 23.4 \text{ m/s}$$

$$A_y = 18 \text{ m/s}$$

$$B_y = 0$$

$$\sum y = A_y + B_y$$

$$\sum y = 18 \text{ m/s} + 0$$

$$\sum y = 18 \text{ m/s}$$

$$\text{Tg}\theta = \frac{\sum y}{\sum x}$$

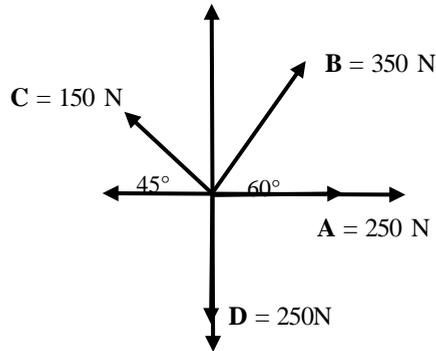
$$\text{Tg}\theta = 18/-15$$

$$\theta = -50.19^\circ$$

$$\alpha_R = 129.8^\circ$$

Ejercicio # 6

Utilizar el método de las componentes. Para encontrar la resultante del siguiente conjunto de fuerza. (ver gráfico). ¿Qué ángulo forma dicha resultante con la horizontal?. Graficar la resultante.



$$A_x = 250\text{N} \quad B_x = B \cos 60^\circ \quad C_x = C \cos 135^\circ \quad D_x = 0$$

$$A_y = 0 \quad B_y = 350 \text{u} \cos 60^\circ \quad C_y = 150\text{N} \cos 135^\circ \quad D_y = -250$$

$$B_x = 175\text{N} \quad C_x = -106.06\text{N}$$

$$B_y = B \text{Sen } 60^\circ \quad C_y = C \text{ Sen } 45^\circ$$

$$B_y = 350\text{N} \text{ Sen } 60^\circ \quad C_y = 150\text{N} \text{ Sen } 135^\circ$$

$$B_y = 303.1\text{N} \quad C_y = 106.06\text{N}$$

$$\Sigma F_x = A_x + B_x + C_x + D_x \quad \Sigma F_y = A_y + B_y + C_y + D_y$$

$$\Sigma F_x = 250\text{N} + 175\text{N} + (-106.06\text{N}) + 0$$

$$\Sigma F_y = 0 + 303.1\text{N} + 106.06\text{N} + (-250\text{N})$$

$$\Sigma F_x = 318.94\text{N}$$

$$\Sigma F_y = 159.16\text{N}$$

$$R = \sqrt{(\Sigma x)^2 + (\Sigma y)^2}$$

$$R = \sqrt{(318.94\text{N})^2 + (159.16\text{N})^2}$$

$$R = 395.45\text{N}$$

$$\text{Tg}\theta = \frac{\Sigma y}{\Sigma x}$$

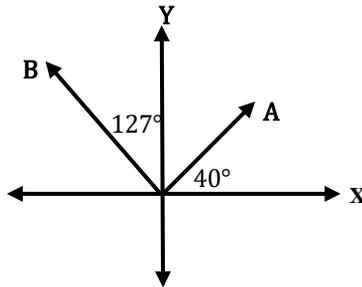
$$\text{Tg}\theta = 159.16\text{N}/318.94\text{N}$$

$$\theta = \text{ArcTg}(159.16\text{N}/318.94\text{N})$$

$$\theta = 26.52^\circ$$

Ejercicio # 7

Utilice el método de los componentes para calcular la magnitud de la resultante y su dirección de las siguientes fuerzas.



DATOS

$$A = 2\text{ m a } 40^\circ$$

$$B = 4\text{ m a } 127^\circ$$

$$A_x = A \cos 40^\circ$$

$$B_x = B \cos 127^\circ$$

$$A_x = 2\text{ m } \cos 40^\circ$$

$$B_x = 4\text{ m } \cos 127^\circ$$

$$A_x = 1.53\text{ m}$$

$$B_x = -2.4\text{ m}$$

$$\sum F_x = A_x + B_x$$

$$\sum F_x = 1.53\text{ m} - 2.4\text{ m}$$

$$\sum F_x = -0.88\text{ m}$$

$$A_y = A \sin 40^\circ$$

$$B_y = B \sin 127^\circ$$

$$A_y = 2\text{ m } \sin 40^\circ$$

$$B_y = 4\text{ m } \sin 127^\circ$$

$$A_y = 1.29\text{ m}$$

$$B_y = 3.19\text{ m}$$

$$\Sigma F_y = A_y + B_y$$

$$\Sigma F_y = 1.29 \text{ m} + 3.19 \text{ m}$$

$$\Sigma F_y = 4.48 \text{ m}$$

$$R = \sqrt{(\Sigma x)^2 + (\Sigma y)^2}$$

$$\text{Tg}\theta = \Sigma y / \Sigma x$$

$$R = \sqrt{(-0.88\text{m})^2 + (4.48\text{m})^2}$$

$$\text{Tg}\theta = 4.48 / -0.88$$

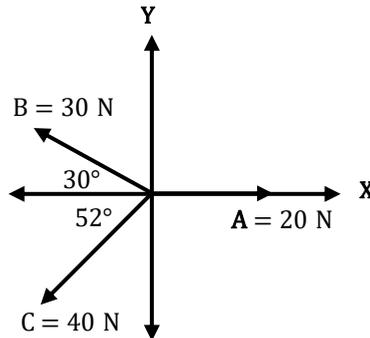
$$R = 4.57\text{m}$$

$$\theta = \text{Arctg}(-5.091)$$

$$\theta = -78.88^\circ$$

Ejercicio # 8

Tres sogas están atadas a una estaca, ejerciéndose la fuerza siguiente: A = 20 N hacia el Este; B = 30 N, 30° al noroeste y C = 40 N, 52° al suroeste. Determínese la fuerza resultante.



$$A_x = 20 \text{ N.}$$

$$B_x = 30 \text{ N} \times \cos 150^\circ \\ = -26 \text{ N}$$

$$C_x = -40 \text{ N} \times \cos 232^\circ \\ = -24.6 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = -30.6 \text{ N}$$

$$A_y = 0$$

$$B_y = 30 \text{ N} \times \sin 150^\circ \\ = 15 \text{ N}$$

$$C_y = 40 \text{ N} \times \sin 232^\circ \\ = -31.5 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = -16.5 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{(\Sigma x)^2 + (\Sigma y)^2}$$

$$R = \sqrt{(-30.6 \text{ N})^2 + (-16.5 \text{ N})^2}$$

$$R = 34.238 \text{ N}$$

$$\text{Tg} \theta = \Sigma y / \Sigma x$$

$$\text{Tg} \theta = -16.5 / -30.6$$

$$\text{Tg} \theta = 0.539$$

$$\theta = 28.3^\circ$$

Problema # 9

- a) ¿Qué intensidad debe tener una Fuerza F , ejercida sobre un bloque como indica la figura para que la componente paralela al plano sea de 16 Kg-f?
- b) ¿Qué intensidad tendrá la componente F_y ?

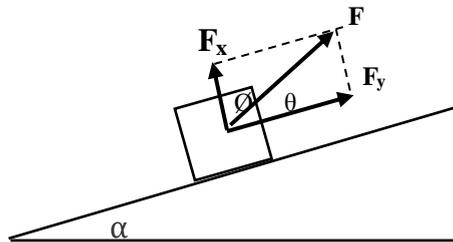
Póngase $\alpha = 20^\circ$; $\theta = 20^\circ$; $\emptyset = 70^\circ$

DATOS

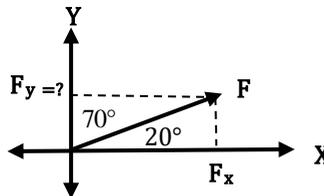
$F = ?$

$F_x = 16 \text{kgf}$

$F_y = ?$



Como $\emptyset + \theta = 70^\circ + 20^\circ = 90^\circ$ son perpendiculares; luego:



$$\text{Tg}\theta = \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$$

$$F_y = F_x \cdot \text{Tg}\theta$$

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

$$F^2 = F_x^2 + (F_x \cdot \text{Tg}\theta)^2$$

$$F^2 = (16 \text{Kgf})^2 + (16 \text{Kgf} \cdot \text{Tg} 20^\circ)^2$$

$$F^2 = 256 \text{Kgf}^2 + (5.83 \text{Kg})^2$$

$$F^2 = 256 \text{Kgf}^2 + 33.9 \text{Kgf}^2$$

$$F^2 = 289.9 \text{Kgf}^2$$

$$F = \sqrt{289.9 \text{Kgf}^2}$$

$$F = 17 \text{Kgf}$$

$$F_y = F \cdot \text{Sen} \theta$$

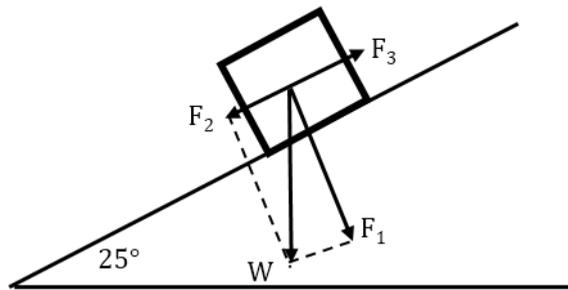
$$F_y = 17 \text{kgf} \cdot \text{Sen} 20^\circ$$

$$F_y = 5.8 \text{Kgf}$$

Problema # 10

Un bloque prismático de peso $W = 300 \text{ kp}$ se apoya sin rozamiento en un plano inclinado 25° con la horizontal.

- Hallar las componentes de W
- ¿Qué fuerza F_3 paralelo al plano será necesario aplicar el cuerpo para que ascienda por la rampa?



- Se descompone el vector W en dos F_1 y F_2 normal y paralela al plano, respectivamente.

$$\text{Sen}\theta = F_2/W$$

$$\text{cos}\theta = F_1/W$$

$$F_2 = W \cdot \text{Cos}\theta$$

$$F_2 = 300 \text{ Kp} \times \text{Cos } 245^\circ$$

$$F_2 = 300 \text{ Kp} \times 0.4226$$

$$F_2 = -127 \text{ Kp} \text{ hacia abajo}$$

$$F_1 = W \cdot \text{Sen}\theta$$

$$F_1 = 300 \text{ Kp} \times \text{Sen } 245^\circ$$

$$F_1 = 300 \text{ Kp} \times 0.9063$$

$$F_1 = -272 \text{ Kp}$$

- $F_3 = -F_2$
 $F_3 = 127 \text{ kp}$ hacia arriba

Nota:

El signo (-) nos dará solo la dirección

F_1 y F_2 que son componentes del vector W pueden reemplazar al peso W ; el problema no me indica que hay una fuerza F_2 .

Capítulo 5



5. Movimiento rectilíneo con aceleración constante

Contenido:

Objetivo específico: Aplicar las cuatro ecuaciones generales del movimiento rectilíneo con aceleración constante para resolver uno de los cinco parámetros siguientes: velocidad inicial, velocidad final, aceleración, tiempo y distancia.

El movimiento rectilíneo más sencillo es donde la aceleración permanece constante. A este tipo de movimiento generalmente se le denomina *movimiento uniformemente acelerado* o *de aceleración constante*.

Si la velocidad aumenta el movimiento es acelerado, pero si la velocidad disminuye entonces el movimiento es retardado o desacelerado.

Se puede tener aceleración negativa y el móvil estar acelerado. Depende de la dirección de la velocidad y de la aceleración en el sistema de referencia elegido para saber si va acelerado o retardado

Las fórmulas para el movimiento con aceleración constante serán:

$$V_f = V_o + a t$$

$$x = V_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 a x$$

$$x = \left(\frac{V_o + V_f}{2} \right) t$$

<u>SISTEMA</u>	<u>UNIDADES</u>	<u>ACELERACIÓN</u>
MKS		m/s ²
CGS		cm/s ²
INGLES		pies/s ²

Procedimiento para resolver problemas de aceleración constante

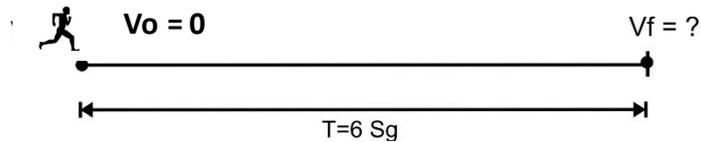
- Léase el problema con la intención de determinar los parámetros que se dan; 3 parámetros conocidos y 2 desconocidos.
- Recuerde que hay que escoger una dirección como positiva y aplicarla consistentemente a todo lo largo del problema.

- Elegir la fórmula correcta.
- Sustituya los valores conocidos.

Problema # 1

Un corredor parte del reposo y acelera a razón constante 5.5 m/s^2 durante 6 segundos.

- a) ¿Cuál es la velocidad del corredor al final de este tiempo?
- b) Si un paracaídas que se abre en este momento hace que el corredor desacelere uniformemente a una aceleración de 2.4 m/s^2
- c) ¿Cuánto tardará el corredor en detenerse?



Observe que el corredor primero acelera y después desacelera, de modo que debemos prestar atención a los signos direccionales de las magnitudes vectoriales. Si tomamos el movimiento inicial en dirección positiva, tenemos:

DATOS

- a) $V_0 = 0$ (en reposo) Encontrar: V (Velocidad final)

$$a = 5.5 \text{ m/s}^2$$

$$t = 6 \text{ s}$$

- b) $V_0 = V$ (de la parte a)

$$V = 0 \text{ (se detiene)} \quad \text{Encontrar: } t \text{ (tiempo)}$$

$$a = -2.4 \text{ m/s}^2 \text{ (sentido opuesto de } V_0)$$

Los datos se han listados en dos partes, a fin de evitar confusiones con los símbolos. Observe que la velocidad inicial

para (b) es la velocidad final en (a), que es la que encontraremos en ese paso.

a) Para encontrar V_f , utilizamos la ecuación:

$$V_f = V_o + a t$$

$$V_f = 0 + (5.5 \frac{m}{s^2}) (6 s)$$

$$V_f = 33m/s$$

c) Aquí, buscamos el tiempo, de modo que al resolver la ecuación $a = \frac{V_f - V_o}{t}$ para t usando $V_o = 33m/s$ de la parte (a), tenemos:

$$t = \frac{V_f - V_o}{a}$$

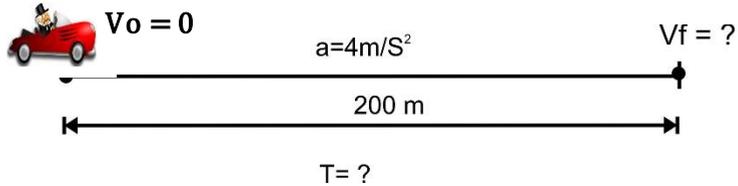
$$t = \frac{0 - 33 \frac{m}{s}}{-2.4 \frac{m}{s^2}}$$

$$t = 14 s$$

Observe que el tiempo es positivo como se espera que debe ser. Empezamos implícitamente en el tiempo cero ($t=0$) y el tiempo va hacia delante o en una dirección positiva.

Problema # 2

Un auto parte del reposo y con aceleración constante de $a = 4 \text{ m/s}^2$, recorre 200 m. ¿Cuánto tiempo duró su trayectoria y con qué velocidad llegó al final?



DATOS

$$V_o = 0$$

$$\text{de: } V_f^2 = V_o^2 + 2 a x$$

$$a = 4 \text{ m/s}^2$$

$$V_f^2 = 0 + 2 \left(4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (200 \text{ m})$$

$$x = 200 \text{ m}$$

$$V_f^2 = 1600 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$t = ?$$

$$V_f = 40 \text{ m/s}$$

$$V_f = ?$$

Ahora de:

$$V_f = V_o + at$$

Despejo t

$$V_o + at = V_f$$

$$at = V_f - V_o$$

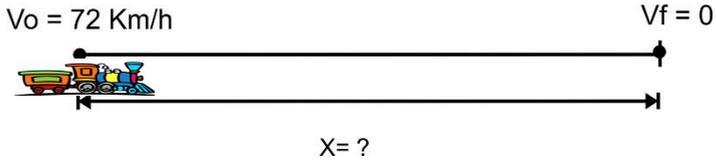
$$t = \frac{V_f - V_o}{a}$$

$$t = \frac{40 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0}{4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$t = 10 \text{ Seg}$$

Problema # 3

Un tren con velocidad de 72 Km/h frena con una desaceleración constante y se para en 10 segundos. ¿Qué distancia recorrió?



DATOS

$$V_o = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\text{h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_f = 0$$

$$t = 10 \text{ seg}$$

$$X = ?$$

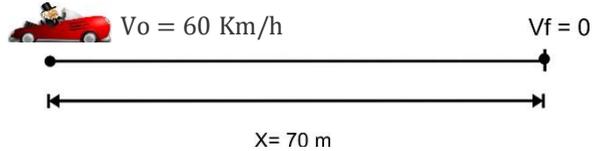
$$x = \left(\frac{V_o + V_f}{2} \right) t$$

$$x = \left(\frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0}{2} \right) 10 \text{ seg}$$

$$x = 100 \text{ mts}$$

Problema # 4

Un automóvil se está moviendo a 60Km/h, cuando empieza a frenarse con una desaceleración de 1.5 m/s^2 . ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 70 m con esta desaceleración.



DATOS

$$V_o = 60 \text{ km/h}$$

$$V_o = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ sg}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 16.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = 70 \text{ m}$$

$$a = -1.5 \text{ m/s}^2 \quad \text{de} \quad V_f^2 = V_o^2 + 2 a x$$

$$t = ? \quad V_f^2 = \left(16.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \left(-1.50 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) 70 \text{ m}$$

$$V_f = 8.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{De: } V_f = V_o + a t$$

$$\text{Despejo } t \quad V_o + a t = V_f$$

$$a t = V_f - V_o$$

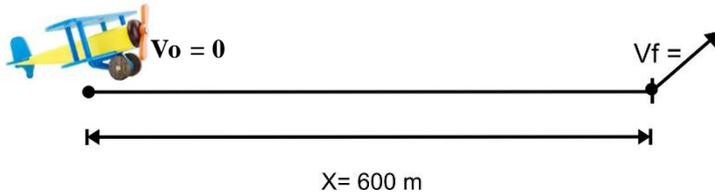
$$t = \frac{V_f - V_o}{a}$$

$$t = \frac{8.3 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 16.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$t = 5.6 \text{ Seg}$$

Problema # 5

Un aeroplano realiza un recorrido de 600 m para despejar de un campo de aterrizaje. Si parte del reposo, se mueve con aceleración constante y realiza el recorrido en 30 seg. ¿Cuál será su velocidad en m/s en el momento del despegue?



DATOS

$V_0 = 0$ (parte del reposo)

$t = 30 \text{ seg}$

$x = 600 \text{ m}$

$V_f =$

Ya que es uniformemente acelerado aplicamos la siguiente fórmula.

$$x = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Despejamos a:

$$V_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = x$$

$$\frac{1}{2} a t^2 = x - V_0 t$$

$$a = \frac{2(x - V_0 t)}{t^2}$$

$$a = \frac{2[600\text{m} - 0(30\text{seg})]}{(30\text{seg})^2}$$

$$a = \frac{1200 \text{ m}}{900 \text{ seg}^2}$$

$$a = 1.333\text{m/s}^2$$

Para hallar V_f aplicamos:

$$V_f = V_o + a t$$

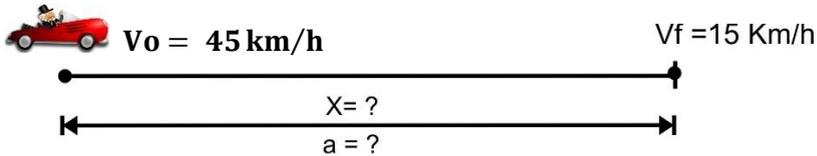
$$V_f = 0 + 1.333 \text{ m/s}^2 (30 \text{ seg})$$

$$V_f = 40 \text{ m/s}$$

Problema # 6

Un automóvil viaja a 45Km/h en línea recta y disminuye la velocidad de un modo uniforme hasta 15Km/h en 10 seg.

- Halle la aceleración
- ¿Qué distancia ha recorrido en 10 seg?
- ¿Qué tiempo adicional transcurrió hasta que el automóvil se detenga?



DATOS

$$V_o = 45 \text{ km/h} \quad 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_f = 15 \text{ km/h} \quad 15 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 4.17 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = 10 \text{ seg}$$

$$a = ?$$

$$x = ?$$

a) Como:

$$a = \frac{V_f - V_o}{t}$$

$$a = \frac{4.17 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \text{ seg}}$$

$$a = -0.833 \text{ m/s}^2$$

Es decir, la velocidad disminuye a un promedio de 0.833 m/s, cada Segundo

$$b) \text{ De: } V_f^2 = V_o^2 + 2 a x$$

Despejamos X:

$$V_o = 12.5 \text{ m/s}$$

$$V_o + 2ax = V_f^2$$

$$V_f = 4.16 \text{ m/s}$$

$$2ax = V_f^2 - V_o^2$$

$$a = -0.833 \text{ m/s}^2$$

$$x = \frac{V_f^2 - V_o^2}{2 a}$$

$$x = \frac{\left(4.16 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \left(-0.833 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}$$

$$x = \frac{-138.94 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{-1.66 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$x = 84 \text{ m}$$

c) Aquí se aplica

$$a = \frac{V_f - V_o}{t}$$

Despejamos t

$$t = \frac{V_f - V_o}{a}$$

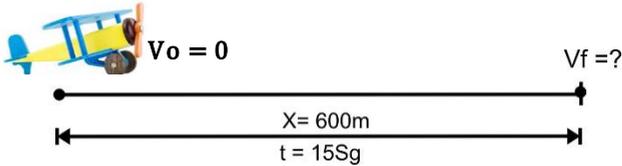
$$t = \frac{0 - 4.16 \text{ m/s}}{-0.833 \text{ m/s}^2}$$

$$t = 5 \text{ seg}$$

Problema # 7

Un aeroplano para despejar del campo necesita 600 m.

- a) ¿Cuál es su aceleración si se supone constante y emplea 15 seg después de su salida? ¿Cuál es la velocidad?

**DATOS**

$$x = 600 \text{ m}$$

$$a = ?$$

$$t = 15 \text{ seg.}$$

$$V_f = ?$$

$$V_o = 0$$

$$x = V_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = \frac{1}{2} a t^2$$

$$2x = a t^2$$

$$a t^2 = 2x$$

$$a = \frac{2x}{t^2}$$

$$a = \frac{2(600m)}{(15s)^2}$$

$$a = 5.33 \frac{m}{s^2}$$

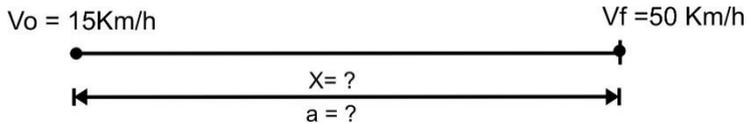
De $V_f = V_o + a t$

$$V_f = 0 + 5.33 \frac{m}{s^2} (15 \text{ seg})$$

$$V_f = 80 \frac{m}{s}$$

Problema # 8

Los fabricantes de un cierto automóvil advierten que acelerará de 15 a 50 Km/h en 13 s. Calcular: a) La aceleración en m/s^2 ; b) La distancia recorrida por el coche en ese tiempo, suponiendo que la aceleración sea constante.



DATOS

$$V_o = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\text{h}}{3600\text{ sg}} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} = 4.16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_f = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\text{h}}{3600\text{ sg}} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} = 13.9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = ?$$

$$t = 13\text{ seg}$$

$$x = ?$$

$$\text{De: } a = \frac{V_f - V_o}{t}$$

$$\text{de: } x = V_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$a = \frac{13.9 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 4.16 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{13\text{seg}}$$

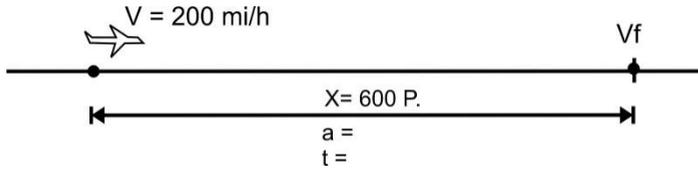
$$x = 4.16 \frac{\text{m}}{\text{s}}(13\text{s}) + \frac{1}{2} \left(0.75 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) (13\text{s})^2$$

$$a = 0.75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x = 117.455\text{ m}$$

Problema # 9

Un avión aterriza en la cubierta de un portaaviones a 200 mi/h y es detenido en 600 pie. Encuéntrese la aceleración y el tiempo que se requirieron para detenerlo.

**DATOS**

$$V_o = 200 \frac{\text{mi}}{\text{h}}$$

$$200 \frac{\text{min}}{\text{h}} \times \frac{1609 \text{ Km}}{1 \text{ min}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ pie}}{30,48 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ seg}} = 293.271 \frac{\text{pie}}{\text{s}}$$

$$V_f = 0$$

$$x = 600 \text{ pie}$$

Encontrar

$$a = ?$$

$$t = ?$$

$$\text{De: } V_f^2 = V_o^2 + 2 a x$$

$$V_o^2(120 x) = V_f^2$$

$$2ax = V_f^2 - V_o^2$$

$$a = \frac{V_f^2 - V_o^2}{2x}$$

$$a = \frac{0 - (294 \frac{\text{pie}}{\text{s}})^2}{2(600 \text{ pie})}$$

$$a = -72 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2}$$

$$\text{De: } a = \frac{V_f - V_o}{t}$$

$$t = \frac{V_f - V_o}{a}$$

$$t = \frac{0 - 293.271 \frac{\text{pie}}{\text{s}}}{-72 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2}}$$

Problema # 10

Maria decide poner a prueba su automóvil compitiendo en una carrera de aceleración con Carlos. Ambos parten del reposo, pero Carlos sale 1 sg antes que Maria, si Carlos se mueve con una aceleración constante de 12 pie/s^2 y Maria mantiene una aceleración de 16 pie/s^2 . Calcular.

- El tiempo que tarda Maria en alcanzar a Carlos
- La distancia que recorre antes de alcanzarlo
- Las velocidades de los corredores en el instante en que Maria alcanza a Carlos.

Maria

$$V_o = 0$$

$$X_o = 0$$

$$a_m = 16 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2}$$

Carlos

$$V_o = 0$$

$$X_o = 0$$

$$a_c = 12 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2}$$

$$x = V_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = \frac{1}{2} a_m t^2$$

Igualamos

$$x = \frac{1}{2} a_c (t + 1)^2$$

$$\frac{1}{2} a_m t^2 = \frac{1}{2} a_c (t^2 + 2t + 1)$$

$$\left(16 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2}\right) t^2 = \left(12 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2}\right) t^2 + 2t + 1$$

$$4t^2 = 3t^2 + 6 + 3$$

$$t^2 - 6t - 3 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)}$$

$$t = 6.5 \text{ sg}$$

Capítulo 6



6. Caída libre de los cuerpos

Contenido:

Objetivo específico: Resolver problemas de aceleración que incluyan cuerpos en caída libre en un campo gravitacional.

El ejemplo más común de movimiento con aceleración (casi) constante es el de un cuerpo que cae en dirección a la Tierra. Este tipo de movimiento atrajo la atención de la filosofía y la científica desde la antigüedad; Aristóteles afirmó en sus escritos que los objetos pesados caen más rápidamente que los ligeros, en proporción a su peso. Galileo manifestó que, el movimiento de caída de un cuerpo debería ser prácticamente independientemente de su peso. Según la leyenda, probó experimentalmente su razonamiento dejando caer balas de

cañon y proyectiles desde la torre inclinada de Pisa, aunque en sus escritos no hace referencia a tales experimentos.

En cualquier caso, el movimiento de caída de los cuerpos ha sido estudiado más recientemente con gran cuidado y exactitud por los científicos. Se ha descubierto que en ausencia de resistencia del aire, todos los cuerpos, con independencia de su tamaño o peso, caen con la misma valoración en un mismo punto de la superficie terrestre; y si la distancia recorrida es pequeña comparado con el radio de la tierra, la valoración permanece constante durante la caída. Se desprecian el efecto de la resistencia del aire y la disminución de la aceleración con la altura.

Este movimiento ideal se denomina “caída libre”, aunque el término incluye tanto el movimiento de ascenso como el de caída.

La aceleración de un cuerpo en caída libre se denomina aceleración debido a la gravedad y se representa por la letra g . En la superficie de la tierra o en un lugar próximo a ella, su valor es aproximadamente $32 \frac{pie}{s^2}$, $9.8 \frac{m}{s^2}$, $980 \frac{cm}{s^2}$.

Las fórmulas para el movimiento de caída libre de los cuerpos son:

$$V_f = V_o - g t$$

$$V_f^2 = V_o^2 - 2 g \cdot y$$

$$y = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = \left(\frac{V_o + V_f}{2} \right) t$$

Procedimiento para resolver problemas de Caída libre de los cuerpos

- Léase el problema con la intención de determinar los parámetros, uno de los parámetros siempre se conoce con anticipación y por lo tanto no necesita ser especificado en el problema, nos referimos a la gravedad.
- Elegir el signo de la gravedad será + ó - dependiendo de que se escoja como dirección positiva hacia abajo o hacia arriba.
- Sustituya los valores conocidos.

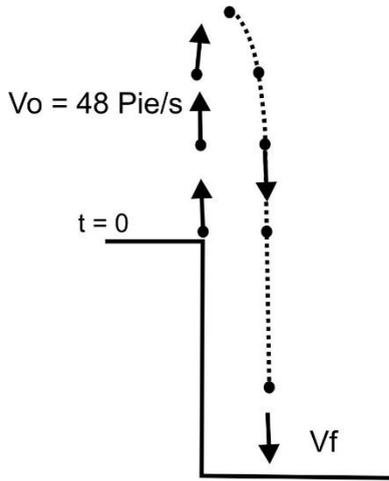
Problema # 1

Desde la cornisa de un edificio alto se lanza una pelota (casi) vertical hacia arriba, que abandona la mano del lanzador con una velocidad de 48 pie/s y cae sin tocar la cornisa, como se ve en la siguiente figura, en la que se muestra la trayectoria de bajada desplazada hacia la derecha, para mayor claridad.

Hállese:

- a) La posición y velocidad de la pelota 1 s y 4 s después de dejar la mano del lanzador.
- b) La velocidad cuando se encuentra 20 pie sobre el punto de partida.
- c) La máxima altura alcanzada y el instante en que la alcanza.

Tómese el origen a la altura en que la pelota deja la mano del lanzador, el eje vertical y dirección positiva hacia arriba.

**DATOS**

$$V_o = 48 \frac{\text{pie}}{\text{s}}$$

$$y = ? \text{ 1 seg y 4 seg}$$

$$V_f = ? \text{ 1 seg y 4 seg}$$

$$V_f = ? \quad y = 20 \text{ pie}$$

$$Y_{\text{max}} = ?$$

$$t = ?$$

$$\text{a) } y = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$V_f = V_o - g t$$

$$y = 48 \frac{\text{pie}}{\text{s}} (1\text{s}) - \frac{32}{2} \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} (1\text{s})^2$$

$$V_f = 48 \frac{\text{pie}}{\text{s}} - 32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} (1\text{s})$$

$$y = 32 \text{ pie}$$

$$V_f = 16 \frac{\text{pie}}{\text{s}}$$

$$y = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$V_f = V_o - g t$$

$$y = 48 \frac{\text{pie}}{\text{s}} (4\text{s}) - \frac{1}{2} \left(32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} \right) (4\text{s})^2$$

$$V_f = 48 \frac{\text{pie}}{\text{s}} - 32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2}$$

$$y = -64\text{pie}$$

$$V_f = -80 \frac{\text{pie}}{\text{s}}$$

$$\text{b) } V_f^2 = V_o^2 - 2gy$$

$$\text{c) de: } V_f = V_o - gt$$

$$V_f^2 = \left(48 \frac{\text{pie}}{\text{s}}\right)^2 - 2\left(32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2}\right)20\text{pie}$$

$$V_o - gt = 0$$

$$V_f^2 = 1024 \frac{\text{pie}^2}{\text{s}^2}$$

$$-gt = -V_o$$

$$V_f = 32 \frac{\text{pie}}{\text{s}}$$

$$gt = V_o$$

$$t = \frac{V_o}{g}$$

$$t = \frac{48 \frac{\text{pie}}{\text{s}}}{32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2}}$$

$$t = 1.5\text{seg}$$

$$Y_{\text{max}} = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$Y_{\text{max}} = 48 \frac{\text{pie}}{\text{s}}(1.5 \text{ s}) - \frac{1}{2} \left(32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2}\right)(1.5\text{s})^2$$

$$Y_{\text{max}} = 36\text{pies}$$

Problema # 2

Desde la cima de una torre se deja caer, sin velocidad inicial, una piedra. ¿Cuáles son las ecuaciones cinemáticas del movimiento? Tómese $g = 10 \text{ m/s}^2$

DATOS

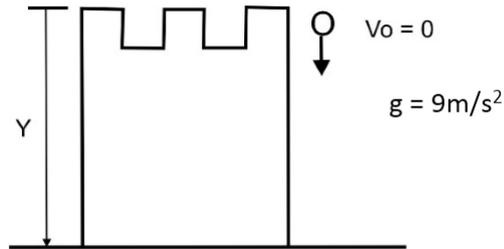
$$V_o = 0$$

$$Y = ?$$

$$t = ?$$

$$V_f = ?$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Aquí es preferible escoger el eje y hacia abajo; por tanto, la aceleración de la gravedad y es positiva y vale $+ 10 \text{ m/s}^2$. Las ecuaciones de cinemática son:

$$a) \quad y = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$V_f = V_o - gt$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$V_f = gt$$

$$y = \frac{1}{2} \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) t^2$$

$$V_f = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t$$

$$y = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$$

$$V_f^2 = V_o^2 + 2gy$$

$$V_f^2 = 2gy$$

$$V_f = 2 \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) y$$

Si la altura de la torre es $y = 20 \text{ m}$, se deducen la velocidad de llegada al suelo.

$$V_f = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ y el tiempo de caída } t = 2 \text{ seg}$$

Problema # 3

Se lanza una piedra hacia abajo con una velocidad de 40 m/s. Escribir las ecuaciones del movimiento tomando el eje y hacia abajo; Tome $g = 10\text{m/s}^2$.

Con esta dirección del eje y, la aceleración g y la velocidad inicial son positiva; las ecuaciones son:

DATOS

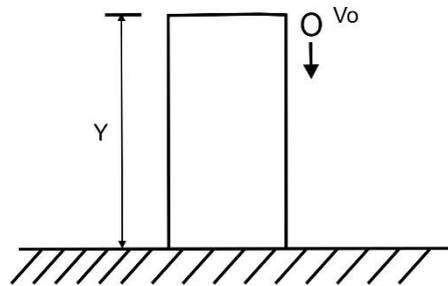
$$V_o = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$y = ?$$

$$t = ?$$

$$V_f = ?$$



$$y = V_o t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$V_f = V_o + gt$$

$$y = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} t + \frac{1}{2} \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) t^2$$

$$V_f = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t$$

$$y = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} t + \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) t^2$$

$$V_f^2 = V_o^2 + 2gy$$

$$y = \left(\frac{V_o + V_f}{2} \right) t$$

$$V_f^2 = \left(40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 2 \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) y$$

$$y = \left(\frac{40 \frac{\text{m}}{\text{s}} + V_f}{2} \right) t$$

$$V_f^2 = 1600 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} y$$

$$y = \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{V_f}{2} \right) t$$

Problema # 4

Un cuerpo se deja caer desde una altura de 100 mts. Calcular cuánto tardará en caer y con qué velocidad llegará al suelo.

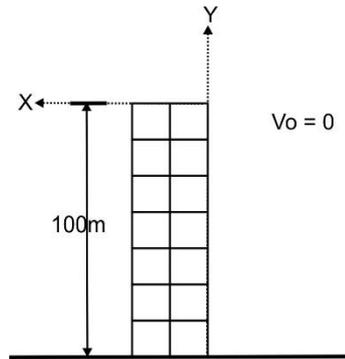
DATOS

$$V_o = 0$$

$$y = 100 \text{ mts}$$

$$t = ?$$

$$V_f = ?$$



$$\text{De: } V_f^2 = V_o^2 - 2gy$$

$$\text{De: } V_f = V_o - gt$$

$$V_f^2 = -2gy$$

$$V_f = V_o - gt$$

$$V_f^2 = -2 \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (-100\text{m})$$

$$-gt = V_f$$

$$V_f^2 = 1960 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$t = \frac{V_f}{-g}$$

$$V_f = \pm 44.27 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = \frac{\left(-44.27 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$V_f = -44.27 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = 4.52 \text{ seg}$$

Problema # 5

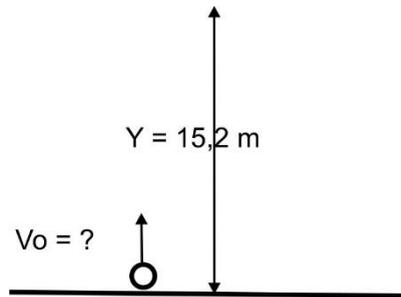
- a) Con qué velocidad debe lanzarse verticalmente una pelota hacia arriba para que llegue a una altura de 15.2 m?
 b) Cuánto tiempo estará en el aire.

DATOS

$$V_o = ?$$

$$y = 15.2 \text{ m}$$

$$t = ?$$



$$\text{De: } V_f^2 = V_o^2 - 2gy$$

$$V_o^2 - 2gy = 0$$

$$V_o^2 = 2gy$$

$$V_o^2 = 2 \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (15.2)$$

$$V_o^2 = 297.92 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$V_o = 17.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{De: } V_f = V_o - gt$$

$$V_o - gt = 0$$

$$-gt = -V_o$$

$$t = \frac{V_o}{g}$$

$$t = \frac{(17.3 \frac{\text{m}}{\text{s}})}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$t = 1.8 \text{ seg}$$

$$\text{Tiempo total} = 3.6 \text{ sg}$$

Problema # 6

Una pelota de hule se deja caer del reposo como se muestra en la figura. Encuéntrese su velocidad y posición después de 1, 2, 3 y 4 seg.

Dado que todos los parámetros se medirán hacia abajo, será más conveniente en este caso elegir la dirección hacia abajo como positiva. Organizando los datos tenemos.

DATOS

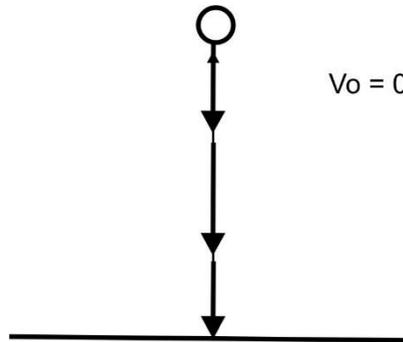
$$V_o = 0$$

$$g = 32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2}$$

$$t = 1, 2, 3, 4 \text{ seg}$$

$$V_f = ?$$

$$y = ?$$



$$a) V_f = V_o - gt$$

$$V_f = -gt$$

$$V_f = -32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} (1\text{seg})$$

$$V_f = -32 \frac{\text{pie}}{\text{s}} (\text{hacia abajo})$$

$$V_f = -gt$$

$$V_f = -32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} (2\text{seg})$$

$$V_f = -64 \frac{\text{pie}}{\text{s}} (\text{hacia abajo})$$

$$V_f = -gt$$

$$V_f = -32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} (3\text{seg})$$

$$V_f = -96 \frac{\text{pie}}{\text{s}} (\text{hacia abajo})$$

$$V_f = -gt$$

$$V_f = -32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} (4\text{seg})$$

$$V_f = -128 \frac{\text{pie}}{\text{s}} (\text{hacia abajo})$$

b) Posición

$$y = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$y = -\frac{1}{2} \left(32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} \right) (2 \text{seg})^2$$

$$y = -\frac{1}{2} \left(32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} \right) (2 \text{seg})^2$$

$$y = -64 \text{pies}$$

$$y = -16 \text{pies}$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$y = -\frac{1}{2} \left(32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} \right) (3 \text{seg})^2$$

$$y = -\frac{1}{2} \left(32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} \right) (4 \text{seg})^2$$

$$y = -144 \text{ pies}$$

$$y = -256 \text{ pies}$$

Problema # 7

Una pelota de béisbol que se lanza hacia arriba desde el techo de un edificio alto tiene una velocidad inicial de 30 m/s.

- Calcúlese el tiempo requerido para alcanzar su altura máxima
- Encuéntrese la altura máxima
- Determinése su posición y velocidad después de 2 segundos.
- ¿Cuáles son su posición y velocidad después de 4 segundos.

DATOS

$$V_o = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = ?$$

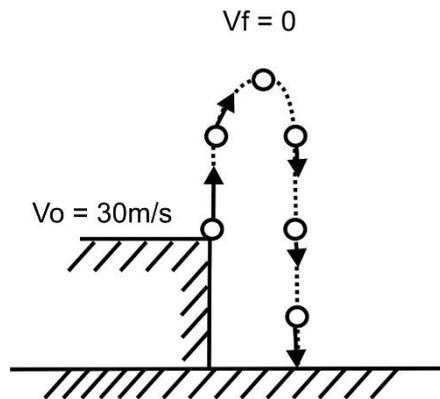
$$Y_{\text{max}} = ?$$

$$y = ? \text{ 2 seg}$$

$$y = ? \text{ 4 seg}$$

$$V_f = ? \text{ 2 seg}$$

$$V_f = ? \text{ 4 seg}$$



Escojamos la dirección hacia arriba como positiva ya que la velocidad inicial está hacia arriba. En el punto más alto, la velocidad final de la pelota será igual a cero.

$$\text{a) De: } V_f = V_o - gt$$

$$V_o - gt = 0$$

$$-gt = -V_o$$

$$t = \frac{V_o}{g}$$

$$t = \frac{30 \frac{m}{s}}{9.8 \frac{m}{s^2}}$$

$$t = 3.06 \text{ seg}$$

$$b) Y_{\max} = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$Y_{\max} = 30 \frac{m}{s} (3.06 \text{seg}) - \frac{1}{2} \left(9.8 \frac{m}{s^2} \right) (3.06 \text{seg})^2$$

$$Y_{\max} = 45.92 \text{mts.}$$

$$c) y = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 30 \frac{m}{s} (2 \text{seg}) - \frac{1}{2} \left(9.8 \frac{m}{s^2} \right) (2 \text{seg})^2$$

$$y = 40.4 \text{mts}$$

$$V_f = V_0 - gt$$

$$V_f = 30 \frac{m}{s} - 9.8 \frac{m}{s^2} (2 \text{seg})$$

$$V_f = 10.4 \frac{m}{s}$$

$$d) y = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 30 \frac{m}{s} (4 \text{seg}) - \frac{1}{2} \left(9.8 \frac{m}{s^2} \right) (4 \text{seg})^2$$

$$y = 41.6 \text{ mts}$$

$$V_f = V_o - gt$$

$$V_f = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (4 \text{seg})$$

$$V_f = -9.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El signo negativo indica que la pelota se está moviendo hacia abajo.

Problema # 8

Se abandona un cuerpo desde el reposo y cae libremente. Calcúlese su posición y velocidad después de 1, 2, 3, 4 segundos. Tomaré el origen 0 a la altura del punto de partida, la vertical como eje Y y su dirección ascendente como positiva.

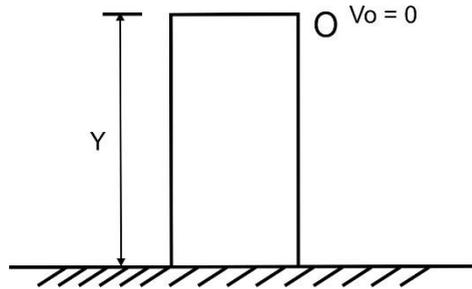
DATOS

$$V_o = 0$$

$$y = ?$$

$$V_f = ?$$

$$t = 1, 2, 3, 4 \text{ seg}$$



$$y = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$V_f = V_o - g t$$

$$y = -\frac{1}{2} \left(32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} \right) (1 \text{ seg})^2$$

$$V_f = -32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} (1 \text{ seg})$$

$$y = -16 \text{ pie}$$

$$V_f = -32 \frac{\text{pie}}{\text{s}}$$

$$y = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$V_f = V_o - g t$$

$$y = -\frac{1}{2} \left(32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} \right) (2 \text{ seg})^2$$

$$V_f = -32 \frac{\text{pie}}{\text{s}^2} (2 \text{ seg})$$

$$y = -64 \text{ pie}$$

$$V_f = -64 \frac{\text{pie}}{\text{s}}$$

$$y = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$V_f = V_o - g t$$

$$y = -\frac{1}{2}\left(32\frac{\text{pie}}{\text{s}^2}\right)(3\text{seg})^2$$

$$y = -144\text{pie}$$

$$V_f = -32\frac{\text{pie}}{\text{s}^2}(3\text{seg})$$

$$V_f = -96\frac{\text{pie}}{\text{s}}$$

$$y = V_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = -\frac{1}{2}\left(32\frac{\text{pie}}{\text{s}^2}\right)(4\text{seg})^2$$

$$y = -256\text{pie}$$

$$V_f = V_0 - gt$$

$$V_f = -32\frac{\text{pie}}{\text{s}^2}(4\text{seg})$$

$$V_f = -128\frac{\text{pie}}{\text{s}}$$

Problema # 9

Un objeto sin velocidad inicial cae en un pozo de 45 m. ¿Cuánto tiempo dura la caída?, su velocidad cuando llega al suelo.

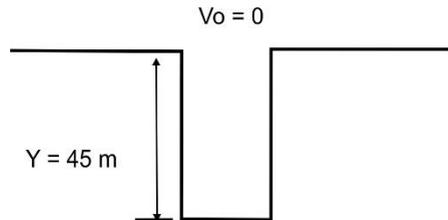
DATOS

$$V_o = 0$$

$$y = 45 \text{ m}$$

$$t = ?$$

$$V_f = ?$$



$$a) \quad y = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$t^2 = \frac{2y}{g}$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$t^2 = \frac{2(45\text{m})}{9.8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$-y = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$t^2 = 9.183\text{s}^2$$

$$2y = g t^2$$

$$t = 3.03\text{seg}$$

$$g t^2 = 2y$$

$$b) \quad V_f = V_o - g t$$

$$V_f^2 = V_o^2 - 2gy$$

$$V_f = -9.8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} (3.03\text{seg})$$

$$V_f^2 = -9.8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} (-45\text{m})$$

$$V_f = -29.69\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_f^2 = 882\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$V_f = \pm 29.69\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Problema # 10

Se lanza una piedra hacia arriba con una velocidad de 40 m/s. Tomando como aceleración de la gravedad 10 m/s^2 y dirigida hacia abajo, calcular.

DATOS

$$V_0 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

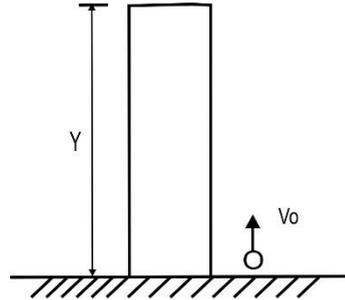
$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$y = ?$$

$$V = ?$$

$$t = ?$$

$$y = ? \quad t = 10 \text{ seg}$$



a) ¿A qué altura sube la piedra?

En el punto más alto la velocidad de la piedra es 0 por tanto.

$$V_f^2 = V_0^2 - 2gy$$

$$V_0^2 - 2gy = 0$$

$$-2gy = -V_0^2$$

$$y = \frac{V_0^2}{2g}$$

$$y = \frac{(40 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}$$

$$y = 80 \text{ mts}$$

b) ¿En qué tiempo llego al punto más alto?

$$V_f = V_0 - gt$$

$$V_0 - gt = 0$$

$$-gt = -V_0$$

$$t = \frac{V_0}{g}$$

$$t = \frac{40 \frac{m}{s}}{10 \frac{m}{s^2}}$$

$$t = 4 \text{seg}$$

c) Al cabo de dos segundos, ¿Cuál es la posición de la piedra?

$$y = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 40 \frac{m}{s} (2 \text{seg}) - \frac{1}{2} \left(10 \frac{m}{s^2} \right) (2 \text{seg})^2$$

$$y = 80 \text{mts} - 20 \text{mts}$$

$$y = 60 \text{mts}$$

d) Al cabo de dos segundos. ¿Cuál es la velocidad?

$$V_f = V_0 - gt$$

$$V_f = 40 \frac{m}{s} - \left(10 \frac{m}{s^2} \right) 2 \text{seg}$$

$$V_f = 40 \frac{m}{s} - 20 \frac{m}{s}$$

$$V_f = 20 \frac{m}{s}$$

e) Al cabo de 6 segundos. ¿Cuál es la posición?

$$y = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 40 \frac{m}{s} (6 \text{seg}) - \frac{1}{2} \left(10 \frac{m}{s^2} \right) (6 \text{seg})^2$$

$$y = 240 \text{mts} - 180 \text{mts}$$

$$y = 60 \text{mts}$$

La posición es la misma que en c. esto nos indica que la piedra después de parar por la altura máxima cae regresando a su posición inicial.

f) Al cabo de 6 segundos ¿Cuál es la velocidad?

$$V_f = V_o - gt$$

$$V_f = 40\frac{m}{s} - \left(10\frac{m}{s^2}\right)6\text{seg}$$

$$V_f = 40\frac{m}{s} - 66\frac{m}{s}$$

$$V_f = -20\frac{m}{s}$$

Esto nos indica que la velocidad está dirigida hacia abajo.

g) Al cabo de 10 segundos. ¿Cuál es la posición?

$$y = V_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 40\frac{m}{s} (10\text{seg}) - \frac{1}{2} \left(10\frac{m}{s^2}\right) (10\text{seg})^2$$

$$y = 400\text{mts} - 500\text{mts}$$

$$y = -100\text{mts}$$

El signo negativo nos indica que la piedra está por debajo del nivel (0) a una distancia de 100 mts (el fondo de una mina por ejemplo).

Capítulo 7



7. Movimiento de proyectiles

Contenido:

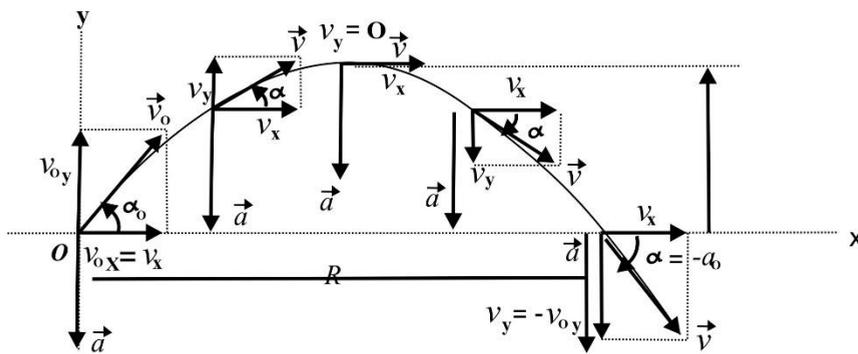
Objetivo específico: Resolver problemas de proyectiles considerando independientemente los movimientos horizontales y verticales.

Cualquiera que haya observado una pelota de béisbol en movimiento ha observado el movimiento de proyectiles. La pelota se mueve en una trayectoria curva cuando se lanza a cierto ángulo respecto a la superficie de la Tierra. Esta forma muy común de movimiento es sorprendentemente simple de analizar si se toman las siguientes dos suposiciones:

- 1) La aceleración de caída libre, g , es constante en todo el intervalo de movimiento y está dirigida hacia abajo;
- 2) El efecto de la resistencia del aire puede ignorarse. Con estas suposiciones, encontraremos que la curva que describe un

proyectil, que llamaremos su trayectoria, siempre es una parábola.

Si elegimos un marco de referencia tal que la dirección y sea vertical y positiva hacia arriba, entonces $a_y = -g$ (como en la caída libre unidimensional), y $a_x = 0$ (debido a que se ignora la fricción del aire). Supóngase también que en $t = 0$, el proyectil parte del origen ($X_0 = Y_0 = 0$) con velocidad V_0 , como en la siguiente figura.



$$x = (V_0 \cos \alpha_0)t$$

$$y = (V_0 \sin \alpha_0)t - \frac{1}{2}gt^2$$

Estas fórmulas describen la posición del proyectil en cualquier instante.

$$V_x = V_0 \cos \alpha_0$$

$$V_y = V_0 \sin \alpha_0 - gt$$

Estas fórmulas describen la velocidad del proyectil en cualquier instante.

$$V = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2} \quad \text{Magnitud de la velocidad}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V_y}{V_x} \quad \text{La dirección de la velocidad}$$

Procedimiento para solucionar problemas de Movimientos de Proyectiles:

* Descompóngase la velocidad inicial (V_0) en sus componentes X y Y.

$$V_{0x} = V_0 \operatorname{Cos} \alpha \quad V_{0y} = V_0 \operatorname{Sen} \alpha$$

* Las componentes horizontal y vertical de su posición en cualquier instante se dan por:

$$x = V_{0x} \cdot t \quad y = V_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

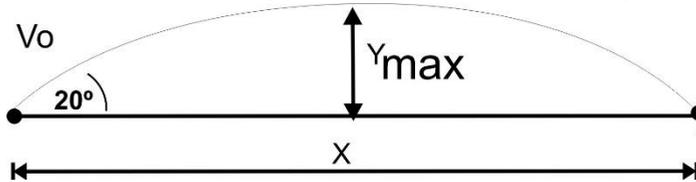
* Los componentes horizontal y vertical de su velocidad en cualquier instante se dan por:

$$V_x = V_{0x} \quad V_y = V_{0y} - g t$$

* La posición y velocidad finales se pueden calcular a partir de sus componentes.

Problema # 1

Un atleta de salto de longitud se despegó del suelo a un ángulo de 20° con la horizontal y a una velocidad de 11 m/s .



- ¿Qué tan lejos salta?
- ¿Cuál es la máxima altura que se alcanza?

DATOS

$$\theta_o = 20^\circ$$

$$V_o = 11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = ?$$

$$Y_{\text{max}} = ?$$

- El movimiento horizontal se describe por medio de la ecuación

$$x = (V_o \cos \theta_o) t$$

$$x = \left(11 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) (\cos 20^\circ) t$$

El valor de x puede encontrarse si t , el tiempo total del salto, se conoce con la ecuación:

$$V_y = V_o \text{ Sen } \theta_o - g t$$

Es posible encontrar t , notando que en la parte más alta del salto la componente vertical de la velocidad se hace cero:

$$V_y = V_o \text{ Sen } \theta_o - g t$$

$$0 = \left(11 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \text{ Sen } 20^\circ - \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) t$$

Despejamos t:

$$-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t = -11 \frac{\text{m}}{\text{s}} (\text{Sen } 20^\circ)$$

$$t = \frac{11 \frac{\text{m}}{\text{s}} (\text{Sen } 20^\circ)}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$t = 0.384 \text{ s}$$

Entonces

$$x = (V_o \text{ Cos } \theta_o) t$$

$$x = \left(11 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ Cos } 20^\circ \right) 0.384 \text{ s}$$

$$x = 3.97 \text{ m}$$

$$\text{c) } Y_{\text{max}} = (V_o \text{ Sen } \theta_o) t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$Y_{\text{max}} = \left(11 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ Sen } 20^\circ \right) (0.384 \text{ s}) - \frac{1}{2} \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (0.384)^2$$

$$Y_{\text{max}} = 0.722 \text{ m}$$

Se pudo haber utilizado otras fórmulas para la solución del problema. Sin embargo, el método utilizado en nuestra solución es más instructivo.

Problema # 2

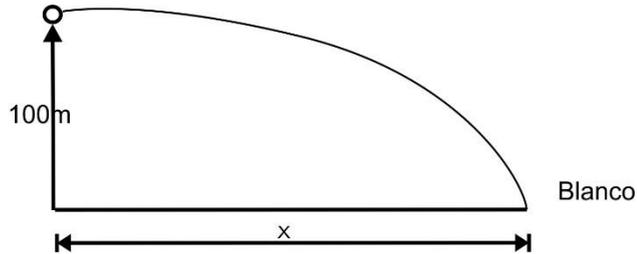
Un piloto acróbata vuela a 15 m/s en dirección paralela al suelo plano que se encuentra 100 m debajo. Como se muestra en la figura ¿A qué distancia por debajo del objetivo debe estar el avión para que, si se deja caer un saco de harina, choque con el blanco?

DATOS

$$V_o = 15 \frac{m}{s}$$

$$y = 100 \text{ m}$$

$$x = ?$$



$$V_o = V_{ox} \quad y = V_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 \quad x = V_{ox} t$$

$$-100m = -\frac{1}{2} \left(9.8 \frac{m}{s^2} \right) t^2$$

$$-100m = -4.9 \frac{m}{s^2} t^2$$

$$t^2 = \frac{100m}{4.9 \frac{m}{s}}$$

$$t^2 = 20,41s^2$$

$$t = 4.54 \text{ seg}$$

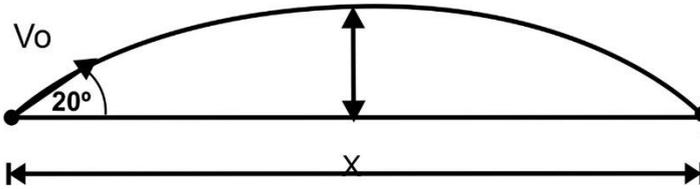
$$x = (V_o \cos \theta_o) t$$

$$x = 15 \frac{m}{s} \cos 0^\circ (4.52 \text{ seg})$$

$$x = 67.8 \text{ mts}$$

Problema # 3

Se lanza una pelota de béisbol con una velocidad inicial de 100 m/s con un ángulo de 20° en relación con la horizontal, como se muestra en la figura. ¿Qué distancia del punto de lanzamiento alcanzará la pelota?



DATOS

$$V_o = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\alpha_o = 20^\circ$$

$$x = ?$$

$$V_y = V_{oy} - gt$$

$$t = \frac{V_{oy}}{g}$$

$$V_{oy} - gt = 0$$

$$t = \frac{50 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$-gt = -V_{oy}$$

$$t = 5.10 \text{ Seg}$$

El tiempo de alcance máximo x será de 10.20 s

$$x = V_{ox} t$$

$$x = V_o \cos 20^\circ (10.20 \text{ seg})$$

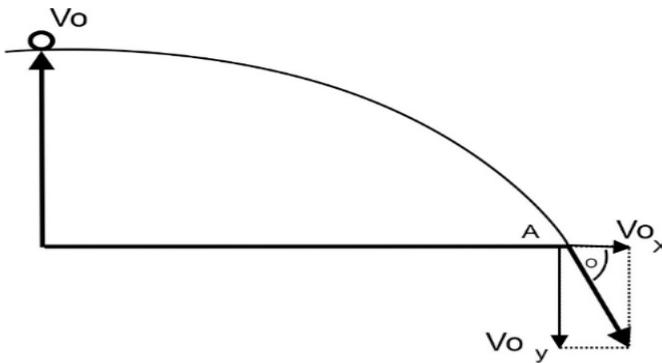
$$x = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cos 20^\circ (10.20 \text{ seg})$$

$$x = 958.49 \text{ mts}$$

Problema # 4

Como se muestra en la figura desde la cima de un risco de 80 m de alto se dispara un proyectil con una velocidad horizontal de 30m/s.

- ¿Cuánto tiempo necesitará para chocar contra el suelo en la base del risco?
- ¿A qué distancia del pie del risco será el choque?
- ¿Con qué velocidad se estrellará?



DATOS

$$y = 80 \text{ m}$$

$$V_o = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = ?$$

$$x = ?$$

$$v = ?$$

$$\mathbf{a) } y = (V_o \text{ Sen } \alpha_o)t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\mathbf{b) } x = (V_o \text{ Cos } \alpha_o)t$$

$$y = V_{oy}t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$x = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} (4.04 \text{ seg})$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$x = 121.2 \text{ m}$$

$$-80\text{m} = -\frac{1}{2}\left(9.8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t^2$$

$$80\text{m} = 4.9\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t^2$$

$$4.9\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t^2 = 80\text{m}$$

$$t^2 = \frac{80\text{m}}{4.9\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$t^2 = 16.33\text{s}^2$$

$$t = 4.04\text{seg}$$

$$\text{Tg}\theta = \frac{V_y}{V_x}$$

$$\text{Tg}\theta = \frac{-39.5\frac{\text{m}}{\text{s}}}{30\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\text{Tg}\theta = -1.32$$

$$\theta = -53^\circ$$

$$\text{c) } V_x = V_{ox}$$

$$V_x = 30 \text{ m/s}$$

$$V_y = V_o - gt$$

$$V_y = -\left(9.8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(4.04\text{seg})$$

$$V_y = -39.59\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2}$$

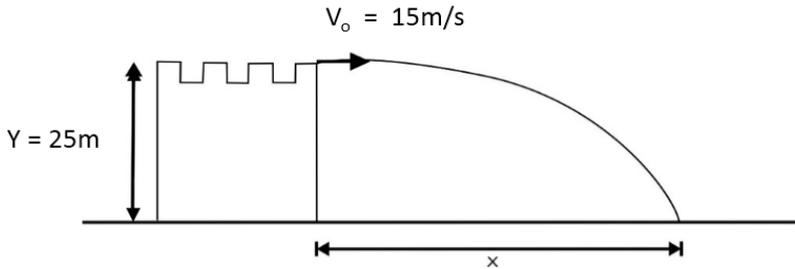
$$V = \sqrt{\left(30\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(-39.59\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$V = \sqrt{2467.39\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}$$

$$V = 49.67\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Problema # 5

Un proyectil es lanzado horizontalmente, con una velocidad inicial de 15 m/s, desde una torre de 25 m de altura, como se indica en la figura. ¿Cuál será su alcance horizontal?



DATOS

$$V_{ox} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{oy} = 0$$

$$y = 25 \text{ m}$$

$$x = ?$$

$$y = V_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$x = V_{ox}(t)$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$x = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} (2.26 \text{ seg})$$

$$25 \text{ m} = -\frac{1}{2} \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) t^2$$

$$x = 33.9 \text{ mts}$$

$$\left(4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) t^2 = 25 \text{ m}$$

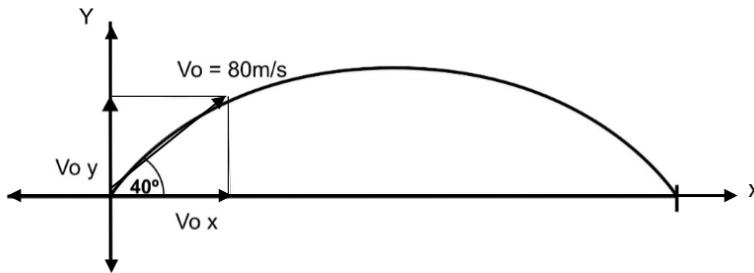
$$t^2 = \frac{25 \text{ m}}{4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$t^2 = 5.10 \text{ seg}^2$$

$$t = 2.26 \text{ seg}$$

Problema # 6

Un proyectil es lanzado con una velocidad de 80 m/s formando un ángulo de 40° con la horizontal. Determine la magnitud de la velocidad y la altura que tendrá el proyectil después de 7 segundos del disparo.



DATOS

$$V_o = 80 \frac{m}{s}$$

$$\alpha_o = 40^\circ$$

$$v = ?$$

$$y = ?$$

$$V_x = V_{ox}$$

$$V_x = V_o \cos 40^\circ$$

$$V_x = 80 \frac{m}{s} \cos 40^\circ$$

$$V_x = 61.28 \frac{m}{s}$$

$$V_y = V_{oy} - gt$$

$$V_y = V_o \text{Sen} 40^\circ - gt$$

$$V_y = 80 \frac{m}{s} \text{Sen} 40^\circ - 9.8 \frac{m}{s^2} (7 \text{seg})$$

$$V_y = -17.18 \frac{m}{s}$$

$$V = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2}$$

$$y = V_{oy}t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$V = \sqrt{(61.28 \frac{m}{s})^2 + (-17.18 \frac{m}{s})^2}$$

$$y = V_o \text{Sen} 40^\circ t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$V = \sqrt{4050.39 \frac{m^2}{s^2}}$$

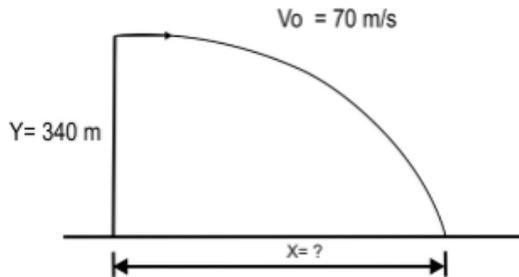
$$y = 80 \frac{m}{s} \text{Sen} 40^\circ (7s) - \frac{1}{2} (9.8 \frac{m}{s^2}) (7s)^2$$

$$V = 63.64 \frac{m}{s}$$

$$y = 119.86 \text{ m}$$

Ejercicio # 7

Una caja de provisiones es lanzada desde un aeroplano localizado a una distancia vertical de 340 m por encima de un lago. Si el aeroplano lleva una velocidad horizontal de 70m/s. ¿Qué distancia horizontal recorrerá la caja antes de caer al agua?



DATOS

$$y = 340 \text{ m}$$

$$V_0 = 70 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = ?$$

$$y = (V_0 \text{ Sen} \alpha_0)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = (V_0 \text{ Sen } 0^\circ)t - \frac{1}{2}(9.8) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}t^2$$

$$y = -4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}t^2$$

$$-340\text{m} = -4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}t^2$$

$$t^2 = \frac{340\text{m}}{4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$x = (V_0 \text{ Cos} \alpha_0)t$$

$$x = \left(70 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ cos } 0^\circ\right) 8.32\text{seg}$$

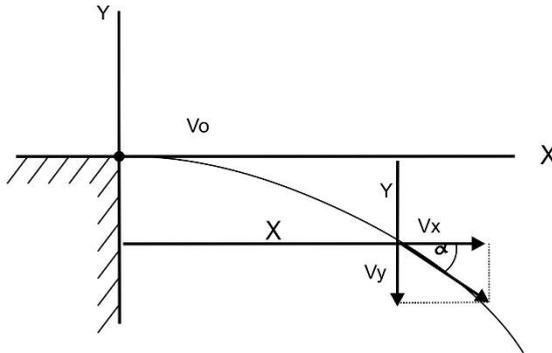
$$x = 582.4\text{mts}$$

$$t^2 = 69.39\text{seg}^2$$

$$t = 8.32\text{seg}$$

Problema # 8

Un acróbata en motocicleta se lanza desde el borde de un risco. Justo en el borde la velocidad es horizontal con magnitud 10 m/s. Obtenga la posición, distancia desde el borde y velocidad y dirección de la moto después de 0.65 segundos.



Posición

$$x = (V_0 \cos \alpha_0) t$$

$$x = \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cos 0^\circ\right) 0.65 \text{ s}$$

$$x = 6.5 \text{ mts}$$

$$y = (V_0 \text{ Sen} \alpha_0) t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ Sen} 0^\circ\right) 0.65 \text{ s} - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$y = -\frac{1}{2} \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (0.65 \text{ s})^2$$

$$y = -2.07 \text{ mts}$$

Distancia desde el borde

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(6.5 \text{ m})^2 + (-2.07 \text{ m})^2}$$

$$r = \sqrt{46.53 \text{ m}^2}$$

$$r = 6.82 \text{ mts}$$

VELOCIDAD

$$V_x = V_o \cos \alpha_o$$

$$V_y = V_o \text{Sen} \alpha_o - gt$$

$$V_x = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cos 0^\circ$$

$$V_y = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{Sen} 0^\circ - 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (0.65 \text{s})$$

$$V_x = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_y = -6.37 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2}$$

$$v = \sqrt{\left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(-6.37 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$v = \sqrt{140.57 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}$$

$$v = 11.85 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dirección

$$\text{tg } \alpha = \frac{V_y}{V_x}$$

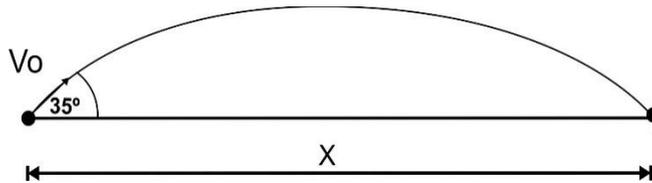
$$\text{tg } \alpha = \frac{-6.37 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\text{tg } \alpha = -0.637$$

$$\alpha = -32.50^\circ$$

Problema # 9

Una bala de cañón se dispara con una velocidad inicial de 400m/s y con un ángulo de elevación de 35° sobre la horizontal.



Encuéntrese:

- Su posición, velocidad después de 10 segundos
- El tiempo requerido para alcanzar su altura máxima y su altura en ese punto
- El alcance horizontal x

- Su posición, velocidad y dirección después de 10 segundos

$$x = (V_0 \cos \alpha_0)t \qquad y = (V_0 \text{Sen} \alpha_0)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$x = \left(\frac{400\text{m}}{\text{s}} \cos 35^\circ\right) 10\text{s} \qquad y = \left(\frac{400\text{m}}{\text{s}} \text{Sen} 35^\circ\right) 10\text{s} - \frac{1}{2} \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (10\text{s})^2$$

$$x = \left(400 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cos 35^\circ\right) 10\text{s} \qquad y = 2294.3\text{m} - 490\text{m}$$

$$x = 3276.6\text{m} \qquad y = 1804\text{m}$$

$$V_y = V_{oy} - gt$$

$$V_x = V_0 \text{Cos} \alpha_0$$

$$V_y = 400 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{Sen} 35^\circ - 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (10\text{s})$$

$$V_x = 400 \cos 35^\circ$$

$$V_y = 229.4 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 98 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_x = 327.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_y = 131.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$V = \sqrt{\left(327.6 \frac{m}{s}\right)^2 + \left(131.4 \frac{m}{s}\right)^2}$$

$$V = 352.9 \frac{m}{s}$$

b) El tiempo requerido para alcanzar su altura máxima y su altura en su punto

$$V_y = V_o \text{Sen} \alpha_o - gt$$

$$0 = V_o \text{Sen} \alpha_o - gt$$

$$-gt = -V_o \text{Sen} \alpha_o$$

$$t = \frac{V_o \text{Sen} \alpha_o}{g}$$

$$t = \frac{400 \frac{m}{s} \text{Sen} 35^\circ}{9.8 \frac{m}{s^2}}$$

$$t = 23.4s$$

$$y = (V_o \text{Sen} \alpha_o)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = \left(400 \frac{m}{s} \text{Sen} 35^\circ\right) 23.4s - \frac{1}{2} \left(9.8 \frac{m}{s^2}\right) (23.4s)^2$$

$$y = 5368.68m - 2683m$$

$$y = 2685.6 m$$

c) El alcance horizontal x

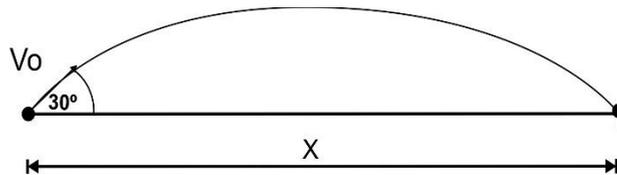
$$x = (V_o \text{cos} \alpha_o)t$$

$$V_y = \left(400 \frac{m}{s} \text{cos} 35^\circ\right) \left(46.8 \frac{m}{s}\right)$$

$$x = 15334.5 m$$

Problema # 10

Un rifle se dispara con una velocidad inicial de 100m/s y con ángulo de elevación de 30° sobre la horizontal. Encuéntrese:



- Su posición, velocidad y dirección después de 3.5 segundos
- El tiempo requerido para alcanzar su altura máxima y su altura en su punto
- El alcance horizontal x

$$a) \quad x = (V_0 \cos \alpha_0)t \quad y = (V_0 \text{Sen} \alpha_0)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$x = \left(\frac{100\text{m}}{\text{s}} \cos 30^\circ\right) 3.5\text{s} \quad y = \left(\frac{100\text{m}}{\text{s}^2} \text{Sen} 30^\circ\right) 3.5\text{s} - \frac{1}{2} \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (3.5\text{s})^2$$

$$x = 303.10\text{m}$$

$$y = 175\text{m} - 60.02\text{m}$$

$$y = 114.98\text{m}$$

$$V_x = V_0 \text{Cos} \alpha_0$$

$$V_y = V_0 \text{sen} \alpha_0 - gt$$

$$V_x = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cos 30^\circ$$

$$V_y = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{sen} 30^\circ - 9.8(3.5\text{s})$$

$$V_x = 86.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_y = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 34.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_y = 15.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{V_y}{V_x}$$

$$V = \sqrt{\left(86.6 \frac{m}{s}\right)^2 + \left(15.7 \frac{m}{s}\right)^2} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{15.7 \frac{m}{s}}{86.6 \frac{m}{s}}$$

$$V = \sqrt{7746.05 \frac{m^2}{s^2}} \quad \operatorname{tg} \alpha = 0.1812$$

$$V = 88.01 \frac{m}{s} \quad \alpha = 10.27^\circ$$

b) El tiempo requerido para alcanzar la altura máxima y su altura en ese punto.

$$V_y = V_o \operatorname{Sen} \alpha_o - gt \quad y = (V_o \operatorname{Sen} \alpha_o)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 = V_o \operatorname{Sen} \alpha_o - gt \quad y = \left(100 \frac{m}{s} \operatorname{Sen} 30^\circ\right) 5.1s - \frac{1}{2} \left(9.8 \frac{m}{s^2}\right) (5.1s)^2$$

$$-gt = -V_o \operatorname{Sen} \alpha_o \quad y = 255m - 127.5m$$

$$t = \frac{V_o \operatorname{Sen} \alpha_o}{g} \quad y = 127.5m$$

$$t = \frac{100 \frac{m}{s} \operatorname{Sen} 30^\circ}{9.8 \frac{m}{s^2}}$$

$$t = 5.1s$$

c) El alcance horizontal x

$$x = (V_o \cos \alpha_o)t$$

$$V_y = \left(100 \frac{m}{s} \cos 30^\circ\right) (10.2 s)$$

$$x = 883.34 m$$

Capítulo 8



8. Equilibrio bajo la acción de fuerzas concurrentes

Contenido:

Objetivo específico: Aplicar la primera condición de equilibrio para encontrar las fuerzas desconocidas que actúan en un cuerpo.

Las fuerzas concurrentes: Son todas las fuerzas cuyas líneas de acción pasan a través de un punto común. Las fuerzas que actúan sobre un objeto puntual son concurrentes porque todas pasan a través del mismo punto, que es el objeto puntual.

Un objeto se encuentra en equilibrio bajo la acción de las fuerzas concurrentes si (1) se encuentra en reposo y permanece en ese estado (llamado equilibrio estático) o (2) si se encuentra moviéndose con velocidad vectorial constante (llamado equilibrio dinámico).

La primera condición de equilibrio requiere que:

$\sum F = 0$; o bien en forma de componentes, que:

$$\sum F_x = 0; \quad \sum F_y = 0; \quad \sum F_z = 0$$

Es decir, la resultante de todas las fuerzas externas que actúan sobre el objeto debe ser cero. Esta condición es suficiente para el equilibrio cuando las fuerzas externas son concurrentes. Una segunda condición debe ser satisfecha si el objeto permanece en equilibrio bajo la acción de fuerzas no concurrentes.

El peso de un objeto.- Es la fuerza con que la gravedad tira al cuerpo hacia abajo.

Tensión de una cuerda.- Es la fuerza con la que la cuerda tira del objeto al cual está unida.

Procedimiento para resolver problemas de equilibrio de los cuerpos

Se deben seguir los siguientes pasos:

1. Haga un diagrama que muestre los datos que se dan en el problema
2. Trácese un diagrama de cuerpo libre
- 3.- Resuélvanse todas las fuerzas en sus componentes X y Y aún cuando puedan contener factores desconocidos, como $A \cos 30^\circ$ o $B \sin 45^\circ$
4. Utilice la primera condición de equilibrio para plantear dos ecuaciones en términos de las fuerzas desconocidas.
5. Resuélvase algebraicamente los factores desconocidos

Problema # 1:

Encuéntrese la tensión en las cordeles A y B de la siguiente figura:

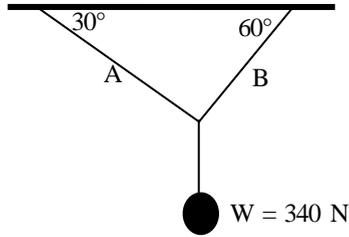
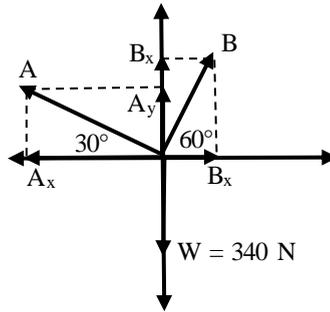


Diagrama de cuerpo libre



Aplicamos la primera condición de equilibrio.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$B \cos 30^\circ - A \cos 60^\circ = 0 \quad B \sin 30^\circ + A \sin 60^\circ - 340\text{N} = 0$$

$$B \cos 30^\circ = A \cos 60^\circ$$

$$B = \frac{A \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} \quad \frac{A \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} (\sin 30^\circ) + A \sin 60^\circ = 340\text{N}$$

$$B = \frac{294.37\text{N}(\cos 60^\circ)}{\cos 30^\circ}$$

$$1.155A = 340\text{N}$$

$$B = 169.95\text{N}$$

$$A = 294.37\text{N}$$

Problema # 2

Para que el cuerpo de 20 N de la siguiente figura cuelgue en equilibrio como se muestra. ¿Cuál debe ser la tensión del cable horizontal que la sostiene?

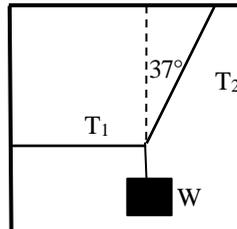
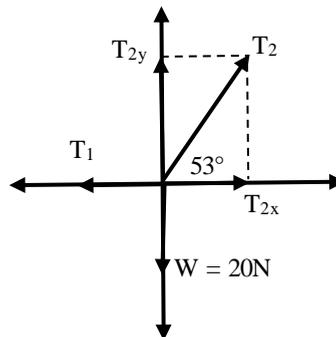


Diagrama de cuerpo libre



1er. Condición de equilibrio

$$\sum F_x = 0$$

$$T_2 \cos 53^\circ - T_1 = 0$$

$$- T_1 = - T_2 \cos 53^\circ$$

$$T_1 = T_2 \cos 53^\circ$$

$$\text{De: } T_1 = T_2 \cos 53^\circ$$

$$T_1 = 25 \text{ N} \cos 53^\circ$$

$$T_1 = 15 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T_2 \sin 53^\circ - w = 0$$

$$T_2 \sin 53^\circ = W$$

$$T_2 = \frac{20 \text{ N}}{\sin 53^\circ}$$

$$T_2 = 25 \text{ N}$$

Problema # 3

Un cuerpo de peso W , cuelga de una cuerda que en O está unida a otras dos cuerdas fijadas en el techo. Se desea calcular las tensiones las 3 cuerdas.

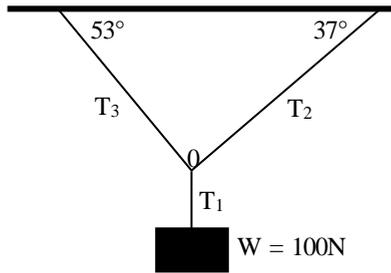
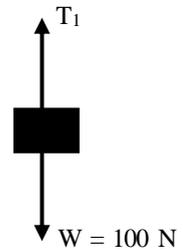
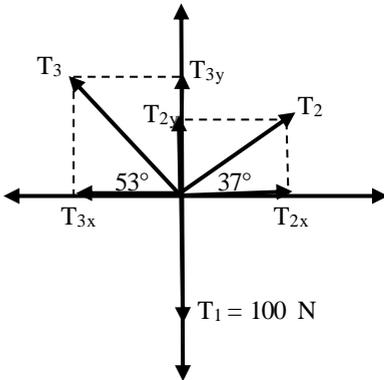


Diagrama de cuerpo libre



$$T_1 - w = 100\text{N}$$

$$T_1 = w$$

$$T_1 = 100\text{ N}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$T_2 x - T_3 x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T_2 y + T_3 y - T_1 = 0$$

$$T_2 \cos 37^\circ - T_3 \cos 53^\circ = 0 \quad T_2 \sin 37^\circ + T_3 \sin 53^\circ - 100 \text{ N} = 0$$

$$T_2 \cos 37^\circ = T_3 \cos 53^\circ$$

$$T_2 = \frac{T_3 \cos 53^\circ}{\cos 37^\circ}$$

$$T_2 = \frac{80 \text{ N} (\cos 53^\circ)}{\cos 37^\circ}$$

$$T_2 = 60.28 \text{ N}$$

$$\frac{T_3 \cos 53^\circ}{\cos 37^\circ} (\sin 37^\circ) + T_3 \sin 53^\circ = 100 \text{ N}$$

$$1.25 T_3 = 100 \text{ N}$$

$$T_3 = 80 \text{ N}$$

Problema # 4

Una pelota de 100 N. suspendida del cordel A es tirada hacia un lado por otro cordel B y mantenido de tal forma que el cordel A forme un de 30° con la pared vertical (ver figura). Encuéntrese la tensión de los cordeles A y B.

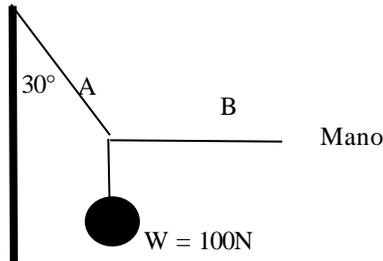
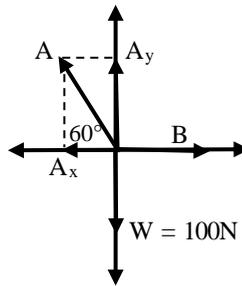


Diagrama de cuerpo libre



$$\sum F_x = 0$$

$$B - A_x = 0$$

$$B - A \cos 60^\circ = 0$$

$$B = A \cos 60^\circ$$

$$\sum F_y = 0$$

$$A_y - W = 0$$

$$A \text{Sen} 60^\circ - W = 0$$

$$A \text{Sen} 60^\circ = W$$

$$A = \frac{W}{\text{Sen} 60^\circ}$$

De:

$$B = 115 \text{ N} \text{ Cos } 60^\circ$$

$$A = \frac{100 \text{ N}}{\text{Sen} 60^\circ}$$

$$B = 57.74 \text{ N}$$

$$A = 115.47 \text{ N}$$

Problema # 5

Encuéntrese la tensión en los cordeles A y B de la siguiente figura.

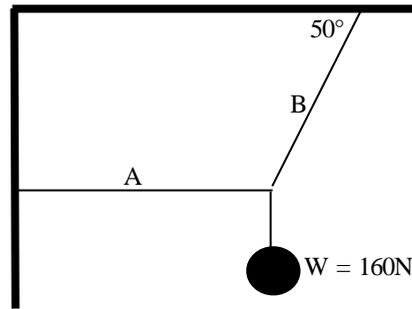
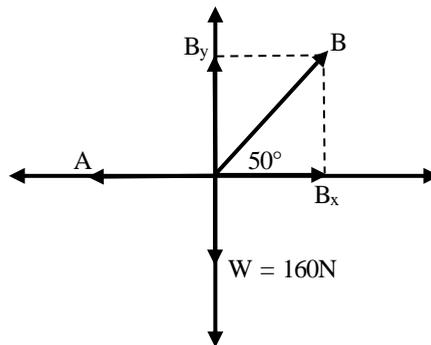


Diagrama de cuerpo libre



Primera condición de equilibrio

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$B_x - A = 0$$

$$B_y - W = 0$$

$$B \cos 50^\circ - A = 0$$

$$B \text{Sen} 50^\circ - 160\text{N} = 0$$

$$B \cos 50^\circ = A$$

$$B \text{Sen} 50^\circ = 160\text{N}$$

$$B = \frac{160\text{N}}{\text{Sen} 50^\circ}$$

De:

$$A = 208.87 \text{ N Cos } 50^\circ$$

$$B = 208.87\text{N}$$

$$A = 134.26 \text{ N}$$

Problema # 6

Encuéntrese la tensión en los cordeles A y B de la siguiente figura.

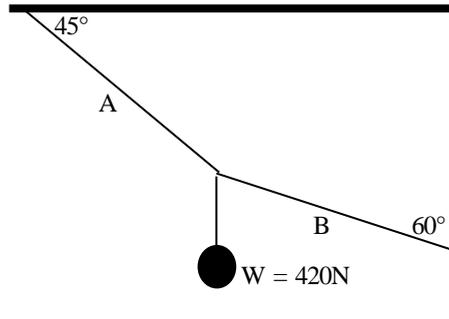
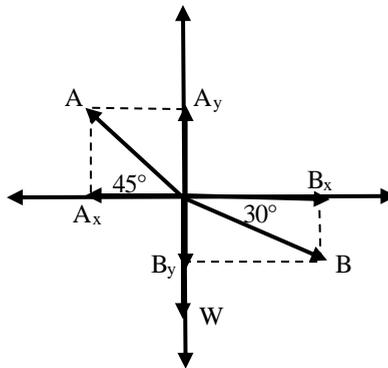


Diagrama de cuerpo libre



$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$B_x - A_x = 0$$

$$A_y - B_y - W = 0$$

$$B \cos 30^\circ - A \cos 45^\circ = 0 \quad B \sin 45^\circ - B \sin 30^\circ - 420\text{N} = 0$$

$$B \cos 30^\circ = A \cos 45^\circ$$

$$B = \frac{A \cos 45^\circ}{\cos 30^\circ}$$

$$B \sin 45^\circ - \frac{A \cos 45^\circ}{\cos 30^\circ} (\sin 30^\circ) - 420\text{N} = 0$$

$$0.299A - 420\text{N} = 0$$

$$A = \frac{420\text{N}}{0.299}$$

$$A = 1404.68\text{N}$$

$$\text{De: } B = \frac{A \cos 45^\circ}{\cos 30^\circ}$$

$$B = \frac{1404.68\text{N} \cos 45^\circ}{\cos 30^\circ}$$

$$B = 1147\text{N}$$

Problema # 7

Determinése la tensión en la cuerda A y la compresión B en el montante de la figura. La compresión en el montante es igual en magnitud pero opuesto en dirección a la fuerza ejercida por el montante en su extremo.

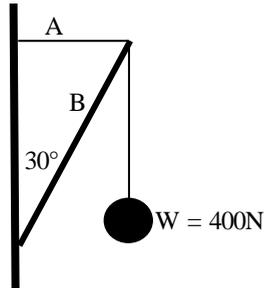
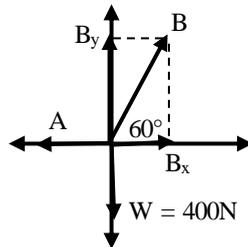


Diagrama de cuerpo libre



$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$B - A = 0$$

$$B - W = 0$$

$$B \cos 60^\circ - A = 0$$

$$B \text{Sen} 60^\circ - W = 0$$

$$B \cos 60^\circ = A$$

$$B \text{Sen} 60^\circ = W$$

$$B = \frac{400\text{N}}{\text{Sen} 60^\circ}$$

De:

$$A = 461.88 \text{ N Cos } 60^\circ$$

$$B = 461.88\text{N}$$

$$A = 230.94 \text{ N}$$

Problema # 8

En la siguiente figura se muestra un semáforo que pesa 125 N y que cuelga de un cable unido a otros dos cables fijos a un soporte. Los cables superiores forman ángulos de 37° y 53° con la horizontal. Determine la tensión de los 3 cables.

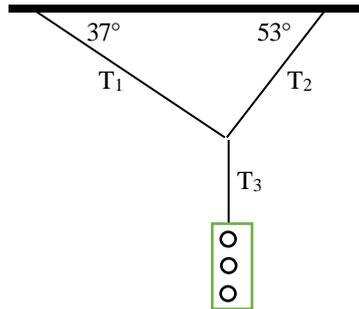
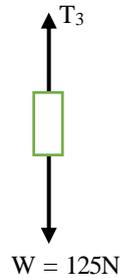
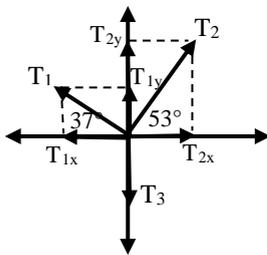


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE



$$T_3 = W$$

$$T_3 = 125 \text{ N}$$

$$1. - \sum F_x = 0$$

$$T_2 \cos 53^\circ - T_1 \cos 37^\circ = 0$$

$$T_2 \cos 53^\circ = T_1 \cos 37^\circ$$

$$T_2 = \frac{T_1 \cos 37^\circ}{\cos 53^\circ}$$

$$2. - \sum F_y = 0$$

$$T_2 \text{Sen}53^\circ + T_1 \text{Sen}37^\circ - T_3 = 0$$

$$\left(\frac{T_1 \cos 37^\circ}{\cos 53^\circ} \right) \text{Sen}53^\circ + T_1 \text{Sen}37^\circ - 125\text{N} = 0$$

$$1.06T_1 + 0.6T_1 = 125\text{N}$$

$$1.66T_1 = 125\text{N}$$

$$T_1 = \frac{125\text{N}}{1.66}$$

$$T_1 = 75.3\text{N}$$

$$\text{De } T_2 = \frac{T_1 \cos 37^\circ}{\cos 53^\circ}$$

$$T_2 = \frac{75.3\text{N} \cos 37^\circ}{\cos 53^\circ}$$

$$T_2 = 99.93\text{N}$$

Problema # 9

En la siguiente figura la tensión en la cuerda horizontal es de 30 N. Encuéntrese el peso "W" del objeto.

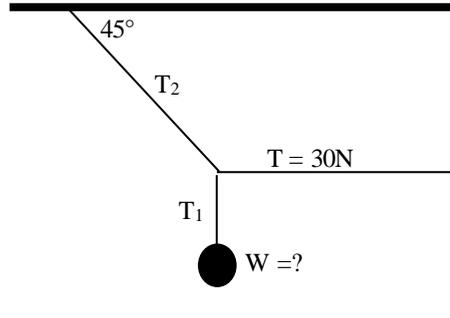
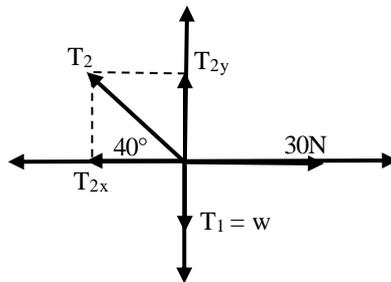


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE



$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$30\text{N} - T_2x = 0$$

$$T_2y - W = 0$$

$$30\text{N} - T_2 \cos 40^\circ = 0$$

$$T_2 \text{Sen } 40^\circ - W = 0$$

$$-T_2 \cos 40^\circ = -30\text{N}$$

$$39 - 16\text{N}(\text{Sen } 40^\circ) - W = 0$$

$$T_2 \cos 40^\circ = 30\text{N}$$

$$25.17\text{N} - W = 0$$

$$T_2 = \frac{30n}{\cos 40^\circ}$$

$$-W = -25.17N$$

$$T_2 = 39.16N$$

$$W = 25.17N$$

Problema # 10

En el siguiente gráfico. Calcular la tensión en todas las cuerdas de los casos señalados de las figuras el cuerpo que se suspende en cada caso el peso es igual a 100 N.

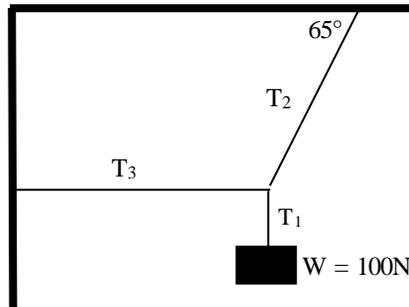
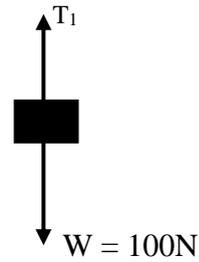
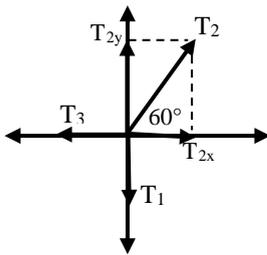


Diagrama de cuerpo libre



$$T_1 = 100 N$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T_2x - T_3 = 0$$

$$T_2y - T_1 = 0$$

$$T_2 \cos 60^\circ - T_3 = 0$$

$$T_2 \text{Sen } 60^\circ - T_1 = 0$$

$$-T_3 = -T_2 \cos 60^\circ$$

$$T_3 = T_2 \cos 60^\circ$$

$$T_3 = 115.47 \cos 60^\circ$$

$$T_3 = 57.735\text{N}$$

$$T_2 \text{Sen } 60^\circ = T_1$$

$$T_2 = \frac{T_1}{\text{Sen } 60^\circ}$$

$$T_2 = \frac{100\text{N}}{\text{Sen } 60^\circ}$$

$$T_2 = 115.47\text{N}$$

PROBLEMA # 11

Si $W = 40 \text{ N}$ en la situación mostrada en la siguiente figura. Determine T_1 , T_2 , T_3 y T_4 .

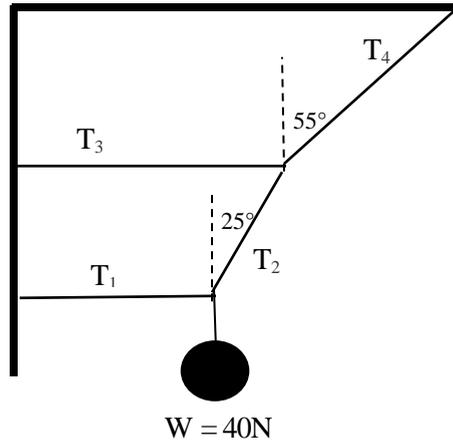
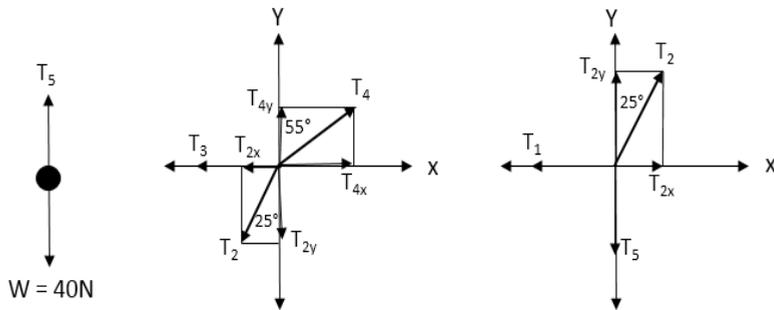


Diagrama de cuerpo libre



$$T_5 = W$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T_4x - T_3 - T_2x = 0$$

$$T_2x - T_1 = 0$$

$$1.) T_5 = 80 \text{ N}$$

$$2) T_4 \text{Sen} 55^\circ - T_3 - T_2 \text{Sen} 25^\circ = 0$$

$$3) T_2 \text{Sen} 25^\circ - T_1 = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

$$4) T_4 \cos 55^\circ - T_2 \cos 25^\circ = 0$$

$$5) T_2 \cos 25^\circ - 80\text{N} = 0$$

De:

$$3) T_2 \text{Sen} 25^\circ - T_1 = 0$$

$$5) T_2 \cos 25^\circ = 80\text{N}$$

$$-T_1 = -T_2 \text{Sen} 25^\circ$$

$$T_2 = \frac{80\text{N}}{\cos 25^\circ}$$

$$T_1 = (88,27\text{N}) \text{Sen} 25^\circ$$

$$T_2 = 88.27\text{N}$$

$$T_1 = 37.30\text{N}$$

$$4) T_4 \cos 55^\circ - T_2 \cos 25^\circ = 0$$

$$T_4 \cos 55^\circ = T_2 \cos 25^\circ$$

$$T_4 \cos 55^\circ = 88.27\text{N} \cos 25^\circ$$

$$T_4 = \frac{88.27\text{N} \cos 25^\circ}{\cos 55^\circ}$$

$$T_4 = 139.48\text{N}$$

$$2) T_4 \text{Sen} 55^\circ - T_3 - T_2 \text{Sen} 25^\circ = 0$$

$$139.48\text{N}(\text{sen} 55^\circ) - T_3 - (88.27\text{N}) \text{Sen} 25^\circ = 0$$

$$114.26\text{N} - T_3 - 37.30\text{N} = 0$$

$$76.96\text{N} - T_3 = 0$$

$$T_3 = 76.96\text{N}$$

Problema # 12

Calcular la tensión en todas las cuerdas. El cuerpo que se suspende pesa 100 N.

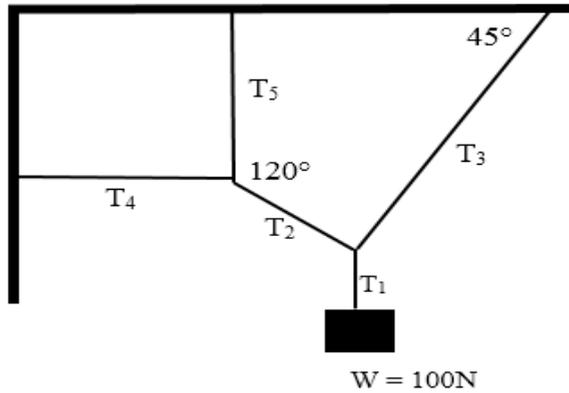
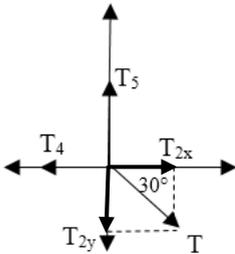
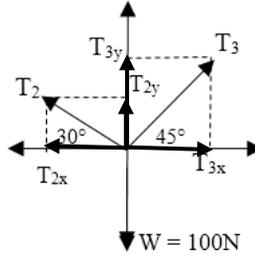


Diagrama de cuerpo libre



$$\sum F_x = 0$$



$$\sum F_x = 0$$



$$W = T_1$$

$$1.) T_2x - T_4 = 0 \quad 3.) T_3x - T_2x = 0 \quad T_1 = 100N$$

$$T_2 \cos 30^\circ - T_4 = 0 \quad T_3 \cos 45^\circ - T_2 \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum F_y = \quad \quad \quad \sum F_y = 0$$

$$2) T_5 - T_2 y = 0$$

$$4.) T_3 y + T_2 y - 100N = 0$$

$$T_5 - T_2 \text{Sen}30^\circ = 0$$

$$T_3 \text{Sen}45^\circ + T_2 \text{Sen}30^\circ - 100N = 0$$

$$\text{De 3) } T_3 \cos 45^\circ - T_2 \cos 30^\circ = 0$$

$$T_3 \cos 45^\circ = T_2 \cos 30^\circ$$

$$T_3 = \frac{T_2 \cos 30^\circ}{\cos 45^\circ}$$

$$T_3 = 1.22T_2$$

$$\text{En 4) } T_3 \text{Sen}45^\circ + T_2 \text{Sen}30^\circ - 100N = 0$$

$$T_3 \text{Sen}45^\circ + T_2 \text{Sen}30^\circ = 100N$$

$$(1.22T_2) \text{Sen}45^\circ + T_2 \text{Sen}30^\circ = 100N$$

$$0.86T_2 + 0.5T_2 = 100N$$

$$1.36T_2 = 100N$$

$$T_2 = \frac{100N}{1.36}$$

$$T_2 = 73.53N$$

$$\text{De 1) } T_2 \cos 30^\circ - T_4 = 0$$

$$T_2 \cos 30^\circ = T_4$$

$$73.53N \cos 30^\circ = T_4$$

$$T_4 = 63.68N$$

$$\text{De 2) } T_5 - T_2 \text{Sen}30^\circ = 0$$

$$T_5 = 73.53N \text{Sen}30^\circ$$

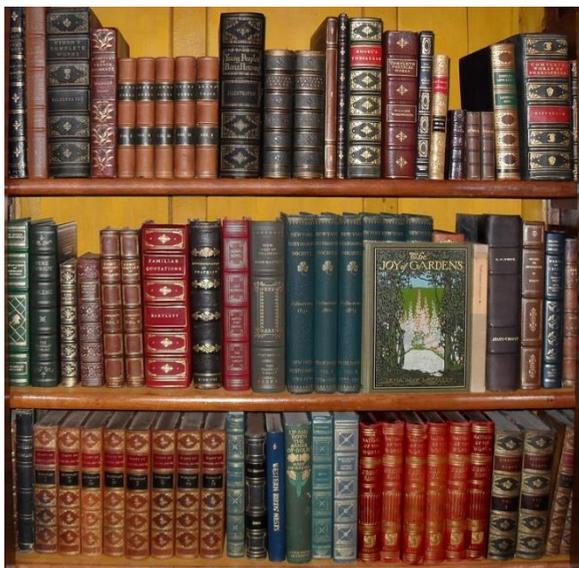
$$T_5 = 36.77N$$



9. Referencias bibliográficas

- 1.- González y Cápiro (2002): El aprendizaje profesionalizado. Una opción para el desarrollo de competencia laboral en el proceso pedagógico profesional.
- 2.- Sierra, R., (2002) – Sierra Salcedo Reyla (2002) “Modelación y estrategia”: Algunas consideraciones desde una perspectiva pedagógica. La Habana.
- 3.- Gladys Valdivia – Pedagógica Editorial: Pueblo y educación. La Habana 1988.
- 4.- Abreu Regueiro Roberto: La educación en la enseñanza teórica y práctica de la profesión en teoría y metodología en la educación. ISPETP 2000.
- 5.- Klimberg Lotear 1980 – Introducción a la didáctica general. Editorial pueblo y educación Ciudad de la Habana.
- 6.- Imideo Nérici: Hacia una didáctica general dinámica “Buenos Aires – Argentina”.

- 7.- John Dewey: Revista digital de Educación y Nuevas Tecnologías.
- 8.- Pinkevich y Diego González (1962). El método de enseñanza, consideraciones generales.
- 9.- Antonio Porto (1997) – Los medios de proceso pedagógico ISPETP. Ciudad de la Habana.
- 10.- León Trahtemberg (2000) – El impacto previsible de las nuevas tecnologías en la enseñanza y la organización escolar. Diciembre 2002.
- 11.- Cabero Julio (1998) “Los medios no solo transmiten información: Reflexionar sobre el efecto cognitivo de los medios: Sevilla.
- 12.- Cubero 1990. Las nuevas relaciones entre educación, trabajo y empleo. La Habana 1991.
- 13.- C. Alvarez (1990) – Alvarez Zayas, Carlos – Fundamento teórico de la dirección del Proceso de formación del profesional del perfil amplio. Ciudad Habana – Cuba.
- 14.- P. F. Jamov – Los medios técnicos de instrucción y su empleo en el proceso de enseñanza.



10. *Bibliografía*

Álvarez Zayas, Carlos. La Escuela de la vida. La Habana. Educación y desarrollo. Arte 1992.

Abreu Reguerito, Roberto- Resultados de la investigación "Modelo teórico Básico de la Pedagogía Profesional. La Habana ISPETP 1994.

Dra. Margarita León García, Dr. Roberto L. Abreu Regueiro La Pedagogía Profesional: Una incuestionable necesidad de la Educación Técnica y Profesional

Escudero, Juan Manuel (1993) "Nuevas Reflexiones en torno de los medios de enseñanza". Revista de investigación Educativa.

González García Lázaro. Nuevas relaciones entre educación, trabajo y empleo en la década de los noventa. Revista Ibero América de Educación No. 2, Mayo – Agosto. Madrid 1993.

Hernández Fernández. Ana M. y Fraga Rodríguez, Rafael hacia una eficiencia educativa. ISPETP. La Habana 1993.

MsC. Maricela Morales González MsC. Félix Delgado León, Dr. José A. López González La Investigación Pedagógica

MsC. Raisal Montalvo Averhoff, Medios técnicos para el proceso de enseñanza aprendizaje en las nuevas transformaciones de la tecnología educativa

Roda, F; Beltrán de tenar, R (1988). Información y comunicación. Los medios y su aplicación didáctica. Barcelona – España.

Física: Tomo I. cuarta Edición : Raymond A. Serway

Física: Fundamental I: Michael Valero

Física: General Tercera Edición: Frederick J. Byeche

Física I: Paúl Tippens

Física I: Conceptos Fundamentales y su aplicación: Alvaro

Pinzón

Franklin Reyes Soriano

Ingeniero Industrial, con estudio de Postgrado a nivel de Maestría en Sistema Integrado de Gestión, Universidad de Guayaquil-Ecuador, diplomado en Pedagogía de la Educación Técnica y Profesional en el Instituto Superior Pedagógico para la educación técnica y profesional “Héctor Alfredo Pineda Zaldívar” de la Habana-Cuba; consultor en normas ISO 900. Actualmente se desempeña como docente titular en las asignaturas de Física I y Física II, de la Facultad de Ciencias del Mar, Carrera de Biología Marina de la Universidad Península de Santa Elena (UPSE).

ISBN: 978-9942-776-06-8

