



**UNIVERSIDAD ESTATAL PENÍNSULA DE SANTA ELENA  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA  
CARRERA DE INGENIERÍA EN PETRÓLEO**

**TEMA:**

**“ESTUDIO DE MODELOS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS  
PARA SISTEMAS BIFÁSICOS Y TRIFÁSICOS PARA EL USO EN  
SIMULACIONES NUMÉRICAS DE YACIMIENTOS”.**

**PROYECTO DE INVESTIGACION PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL  
TÍTULO DE INGENIERO EN PETRÓLEO.**

**AUTOR:**

**RICARDO ROLANDO PANCHANA CEREZO.**

**TUTOR:**

**ING. JOSÉ VILLEGAS SALABARRIA, MSC.**

**LA LIBERTAD – ECUADOR**

**2019**

**UNIVERSIDAD ESTATAL PENÍNSULA DE SANTA ELENA**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA**

**CARRERA DE INGENIERÍA EN PETRÓLEO**

**TEMA:**

**“ESTUDIO DE MODELOS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS  
PARA SISTEMAS BIFÁSICOS Y TRIFÁSICOS PARA EL USO EN  
SIMULACIONES NUMÉRICAS DE YACIMIENTOS”.**

**PROYECTO DE INVESTIGACION PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL  
TITULO DE INGENIERO EN PETRÓLEO.**

**AUTOR:**

**RICARDO ROLANDO PANCHANA CEREZO.**

**TUTOR:**

**ING. JOSÉ VILLEGAS SALABARRIA, MSC.**

**LA LIBERTAD – ECUADOR**

**2019**

## **AGRADECIMIENTO**

“Camina por la vida con la convicción de saber que cada paso que vas dando, te lleva cada vez más cerca a la meta trazada, quizás vayas lento, quizás te critiquen, pero al final lo que estarás haciendo es avanzar.”

A Dios, por haberme guiado con su amor incondicional a través de mi carrera universitaria ofreciéndome su sabiduría.

A mí amada hija, esposa, mis padres, hermanos, demás familiares y amigos, que han sabido guiarme y brindarme su apoyo incondicional.

Al Msc. José Villegas que con sus conocimientos académicos me permitió trabajar en conjunto para sacar adelante este trabajo de investigación, gracias por la oportunidad, su dedicación y aporte.

A mis maestros, que tuvieron el tiempo y la paciencia necesaria para transmitir su conocimiento y su experiencia laboral a mi formación estudiantil.

A la Carrera de Ingeniería en Petróleo, que aportó sus bases sólidas acerca de este campo de estudio.

A la Universidad Estatal Península de Santa Elena, por permitirme formarme académicamente y poder desarrollar mis conocimientos.

Eternamente agradecidos con todos y cada uno de ustedes, sin los cuales no habría podido llegar a este tan importante logro en mi vida.

## DEDICATORIA

Dedico este trabajo a Dios, dador de vida, quien me ha dado las fuerzas y sabiduría necesaria a lo largo de mis estudios y este trabajo de grado.

A mi amada hija, Emma Victoria, que con su amor puro me inspira cada día a seguir adelante y no rendirme, esforzándome por ser ejemplo para su vida.

Con todo mi amor y cariño, a mi amada esposa, Lisette, pilar fundamental en mi vida, que con su amor y compañía incondicional, me ha motivado y dado fuerzas para salir adelante juntos.

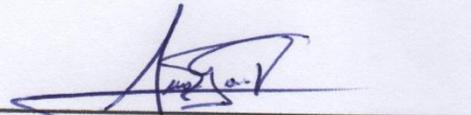
A mi querida madre, Elsa, que gracias a su guía y enseñanzas, en base a sus valores y en el amor de Dios, estuvo a mi lado en cada momento de mi vida, dándome su apoyo incondicional, enseñándome a ser fuerte por más difícil que sea el momento, de no ser por ti no sé dónde me encontraría en este momento, no existen palabras y no habrá manera de devolver todo lo que has hecho por mí; siempre estaré orgulloso por ser quien eres en mi vida.

A mi querido padre, Ricardo, que ha sido ejemplo de esfuerzo y sacrificio para mí; que me ha guiado por el camino del bien, enseñándome a dar todo por las personas que amas; sin ti no sería posible haber llegado a cumplir esta meta en mi vida, pues siempre me enseñaste lo importante de ser una persona preparada académicamente.

A mis queridos hermanos, Guisselle, Mónica y Álvaro, que con su apoyo, guías y consejos, han sido siempre importantes en cada momento de mi vida.

Demás familiares y amigos que siempre están ahí sin importar las circunstancias.

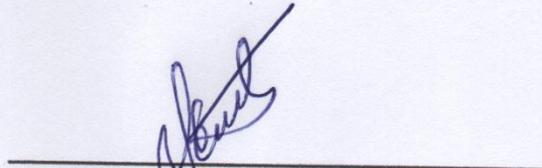
**TRIBUNAL DE GRADO**



---

**Ing. Juan Garcés Vargas, MSc.**

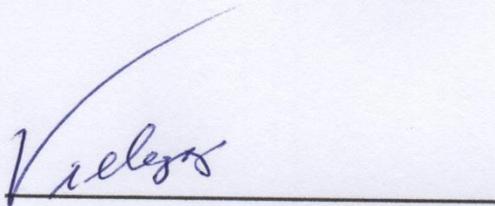
**DECANO DE FACULTAD  
CIENCIAS DE LA INGENIERÍA**



---

**Ing. Marllelis Gutiérrez Hinestroza, Ph.D.**

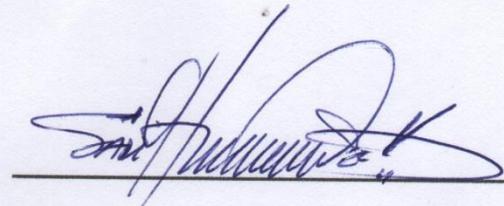
**DIRECTORA DE CARRERA  
INGENIERÍA EN PETRÓLEO**



---

**Ing. José Villegas Salabarría, MSc.**

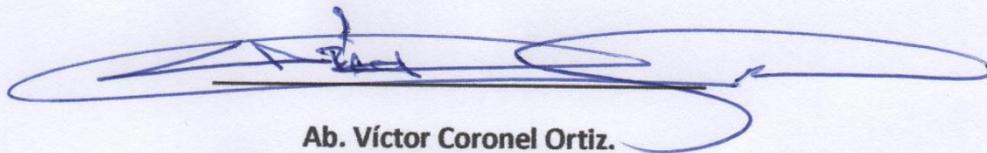
**PROFESOR GUÍA**



---

**Ing. Sadi Iturralde Kure, Msc.**

**PROFESOR DE ÁREA**



---

**Ab. Víctor Coronel Ortiz.**

**SECRETARIO GENERAL**

## **APROBACIÓN DEL PROFESOR GUÍA**

En mi calidad de Profesor Guía del trabajo de titulación, **“ESTUDIO DE MODELOS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS PARA SISTEMAS BIFÁSICOS Y TRIFÁSICOS PARA EL USO EN SIMULACIONES NUMÉRICAS DE YACIMIENTOS”**, elaborado por PANCHANA CEREZO RICARDO ROLANDO, egresado de la Carrera de Ingeniería en Petróleo, Facultad de Ciencias de la Ingeniería de la Universidad Península de Santa Elena, previo a la obtención del título de Ingeniero en Petróleo, me permito declarar que luego de haber dirigido científica y técnicamente su desarrollo y estructura final del trabajo, éste cumple y se ajusta a los estándares académicos y científicos, razón por la cual lo apruebo en todas sus partes.

De acuerdo al Capítulo II, Artículos del 11 al 19 del reglamento de graduación y titulación.



Ing. José Villegas Salabarría, MSc.

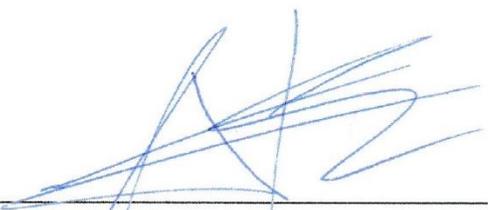
**PROFESOR GUÍA**

La Libertad, 30 de julio del 2019

### CERTIFICADO ANTIPLAGIO

En calidad de tutor del trabajo de titulación denominado “ESTUDIO DE MODELOS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS PARA SISTEMAS BIFÁSICOS Y TRIFÁSICOS PARA EL USO EN SIMULACIONES NUMÉRICAS DE YACIMIENTOS”, elaborado por el estudiante RICARDO ROLANDO PANCHANA CEREZO, egresado de la Carrera de Ingeniería en Petróleos, de la Facultad de Ciencias de la Ingeniería, me permito declarar que una vez analizado en el sistema antiplagio URKUND, luego de haber cumplido los requerimientos exigidos de valoración, el presente proyecto ejecutado, se encuentra con 3% de la valoración permitida, por consiguiente se procede a emitir el presente informe.

Atentamente,



---

Ing. José Villegas Salabarría, MSc.  
C.I.: 0925917014  
DOCENTE TUTOR

## CERTIFICACIÓN DE REVISIÓN GRAMATICAL

### CERTIFICO

Que, he revisado aspectos relacionados a la redacción, ortografía y sintaxis del trabajo de Titulación, con el tema **“ESTUDIO DE MODELOS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS PARA SISTEMAS BIFÁSICOS Y TRIFÁSICOS PARA EL USO EN SIMULACIONES NUMÉRICAS DE YACIMIENTOS”**, elaborado por **RICARDO ROLANDO PANCHANA CEREZO**, para optar por el Grado de **INGENIERO EN PETRÓLEO**, de la Facultad de Ciencias de la Ingeniería, Carrera Ingeniería en Petróleo de la Universidad Estatal Península de Santa Elena.

Autorizo hacer de este certificado, el uso legal que considere pertinente.

La Libertad, julio de 2019



---

Lic. Isabel Camacho Polo

Teléfono: 0994416753  
e-mail: [isabelacamacho@hotmail.com](mailto:isabelacamacho@hotmail.com)  
Reg. Senescyt 1023-11-1101534

## DECLARATORIA DE RESPONSABILIDAD

El presente Trabajo de Titulación con el Título de **“ESTUDIO DE MODELOS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS PARA SISTEMAS BIFÁSICOS Y TRIFÁSICOS PARA EL USO EN SIMULACIONES NUMÉRICAS DE YACIMIENTOS”**, elaborado por **Panchana Cerezo Ricardo Rolando** declara que la concepción, análisis y resultados son originales y aportan a la actividad científica educativa empresarial y administrativa.

### **Transferencia de derechos autorales.**

Declaro que, una vez aprobado el tema de investigación otorgado por la Facultad de **Ciencias De la Ingeniería** carrera **Ingeniería en Petróleo** pasan a tener derechos autorales correspondientes, que se transforman en propiedad exclusiva de la Universidad Estatal Península de Santa Elena y, su reproducción, total o parcial en su versión original o en otro idioma será prohibida en cualquier instancia.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'PANCHANA CERESO', is written over a horizontal line. The signature is somewhat stylized and includes a large, circular scribble above the text.

**PANCHANA CERESO RICARDO ROLANDO**

**C.C. No.: 0928419423**

## ÍNDICE

<b>AGRADECIMIENTO</b> .....	III
<b>DEDICATORIA</b> .....	IV
<b>TRIBUNAL DE GRADO</b> .....	V
<b>CERTIFICACIÓN DE REVISIÓN GRAMATICAL</b> .....	VIII
<b>ÍNDICE</b> .....	X
<b>RESUMEN</b> .....	XX
<b>ABSTRACT</b> .....	XXI

### CAPÍTULO I

<b>1. GENERALIDADES</b> .....	3
<b>1.1. TEMA DE INVESTIGACIÓN</b> .....	3
<b>1.3. JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA</b> .....	5
<b>1.4. OBJETIVOS</b> .....	6
<b>1.4.1. Objetivo General:</b> .....	6
<b>1.4.2. Objetivos Específicos:</b> .....	6
<b>1.5. HIPÓTESIS</b> .....	7
<b>1.6. VARIABLE INDEPENDIENTE</b> .....	7
<b>1.7. VARIABLE DEPENDIENTE</b> .....	7
<b>1.8. METODOLOGÍA</b> .....	8

<b>1.8.1. Características del enfoque cuantitativo de investigación .....</b>	<b>9</b>
<b>1.8.2. Método de Investigación a Emplear en el Proyecto.....</b>	<b>9</b>
<b>1.9. METODOLOGÍA Y DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>12</b>

## **CAPÍTULO II**

<b>2. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>13</b>
<b>2.1. Ley de Darcy .....</b>	<b>13</b>
<b>2.2. Ecuación Generalizada de Darcy .....</b>	<b>13</b>
<b>2.3. Mecanismos de desplazamiento de fluidos inmiscibles – Aproximación de Buckley-Leverett.....</b>	<b>14</b>
<b>2.4. Ecuación de Buckley-Leverett, Flujo Lineal.....</b>	<b>15</b>
<b>2.5. Flujo Radial .....</b>	<b>18</b>
<b>2.6. Propiedades de las Rocas y de los Fluidos.....</b>	<b>21</b>
<b>2.7. Fuerzas capilares .....</b>	<b>21</b>
<b>2.7.1. Tensión superficial e interfacial .....</b>	<b>21</b>
<b>2.7.2. Humectabilidad.....</b>	<b>22</b>
<b>2.7.3. Factores que pueden ser afectados por la humectabilidad .....</b>	<b>24</b>
<b>2.7.4. Presión capilar .....</b>	<b>24</b>
<b>2.8. Distribución de los fluidos en el yacimiento.....</b>	<b>25</b>
<b>2.9. Porosidad.....</b>	<b>26</b>

<b>2.9.1</b>	<b>Porosidad Absoluta</b> .....	28
<b>2.9.2</b>	<b>Porosidad Efectiva</b> .....	28
<b>2.9.3.</b>	<b>Porosidad No Efectiva</b> .....	28
<b>2.10.</b>	<b>Permeabilidad</b> .....	28
<b>2.10.1.</b>	<b>Permeabilidad relativa</b> .....	29
<b>2.11.</b>	<b>Procedimiento para el uso de datos de permeabilidad relativa</b> .....	36
<b>2.12.</b>	<b>Características principales de una curva típica de permeabilidad relativa</b> .....	37
<b>2.13.</b>	<b>Permeabilidad Relativa en Sistemas Bifásicos</b> .....	38
<b>2.14.</b>	<b>Correlaciones de Permeabilidad Relativa para un Sistema Bifásico</b> .....	39
<b>2.14.1.</b>	<b>Correlación de Wyllie y Gardner</b> .....	41
<b>2.14.2.</b>	<b>Correlación de Torcaso y Wyllie</b> .....	43
<b>2.14.3.</b>	<b>Correlación de Pirson</b> .....	43
<b>2.14.3.1.</b>	<b>Para la fase de agua (Mojante)</b> .....	43
<b>2.14.3.2.</b>	<b>Para la fase no mojante</b> .....	44
<b>2.14.3.2.1.</b>	<b>Imbibición</b> .....	44
<b>2.14.3.2.2.</b>	<b>Drenaje</b> .....	44
<b>2.14.4.</b>	<b>Método de Corey</b> .....	44
<b>2.14.5.</b>	<b>Permeabilidad relativa de los datos de Presión Capilar</b> .....	45
<b>2.14.6.</b>	<b>Permeabilidad relativa para Ecuaciones Analíticas</b> .....	47
<b>2.14.6.1.</b>	<b>Sistema Petróleo-Agua</b> .....	47

2.14.6.2.	Sistema Gas-Petróleo .....	48
2.15.	Permeabilidad Relativa en un Sistema Trifásico.....	51
2.16.	Correlaciones de Permeabilidades Relativas para Tres Fases .....	53
2.16.1.	Modelo de Corey .....	54
2.16.2.	Correlación de Wyllie.....	54
2.16.2.1.	En una arenisca cementada, roca vulgar o piedra caliza oolítica: .....	54
2.16.2.2.	En arena no consolidada, bien clasificada .....	55
2.16.3.	Modelo de Stone I.....	56
2.16.4.	Modelo de Stone II .....	59
2.16.5.	Correlación de Hustad-Holt.....	60
2.16.6.	Modelo Black Oil.....	61
2.17.	Histéresis en medios porosos .....	63
2.18.	Histéresis en Permeabilidad Relativa .....	64
2.18.1.	Modelamiento de Histéresis en Permeabilidad Relativa .....	65

### CAPÍTULO III

3.	ANÁLISIS DE MODELOS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS.....	66
3.1.	Análisis de Modelos de Permeabilidad Relativa en Sistemas Bifásicos.....	66
3.1.1.	Correlación de Wyllie and Gardner .....	67
3.1.2.	Correlación de Tocarso y Wyllie.....	68

3.1.3.	Correlación de Pirson.....	68
3.1.4.	Método de Corey.....	69
3.2.	Análisis de modelos de Permeabilidad Relativa en Sistemas Trifásicos .....	73
3.2.1.	Modelo de Corey.....	73
3.2.2.	Modelo de Stone I.....	74
3.2.3.	Modelo de Stone II.....	76
3.2.4.	Correlación de Hustad-Hold.....	77

#### CAPÍTULO IV

4.	RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA.....	79
4.1.	Resultados del modelo desarrollado en Wolfram Mathematica 12 vs IMEX-CMG. .....	80
4.1.1.	Correlación de Wyllie and Gardner .....	80
4.1.2.	Correlación de Pirson.....	85
4.1.3.	Correlación de Corey .....	90
4.2.	Resultados Obtenidos de las Curvas de Producción Acumulada en Mathematica 12 vs. IMEX-CMG.....	96
4.2.1.	Correlación de Wyllie and Gardner .....	96
4.2.2.	Correlación de Pirson.....	96
4.2.3.	Correlación de Corey .....	96

<b>4.3. Resultados Obtenido Para el Flujo de Tres Fases</b> .....	97
<b>CONCLUSIONES:</b> .....	102
<b>RECOMENDACIONES:</b> .....	104
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	105
<b>ANEXOS</b> .....	107

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1.</b> Caudal másico de agua a través de un elemento de volumen lineal $A\delta x$ .....	16
<b>Gráfico 2.</b> Vista microscópica de un sistema roca fluido (Según Green y Willhie) .....	22
<b>Gráfico 3.</b> Fuerzas interfaciales entre dos fluidos inmiscibles y un sólido. ....	23
<b>Gráfico 4.</b> Distribución de los fluidos en el medio poroso (según Craig.).....	25
<b>Gráfico 5.</b> Porosidad del medio poroso. Escobar (2004). ....	27
<b>Gráfico 6.</b> Permeabilidades relativas al gas y al petróleo ( $k_{rg}$ , $k_{ro}$ ) vs. Saturación de petróleo ( $S_o$ ). (Fuente: Botset, cortesía de la AIME.) .....	30
<b>Gráfico 7.</b> Procedimiento de Inyección de Agua en Estado Inestable (Glover, 2008) (FIG 10.1) .....	33
<b>Gráfico 8.</b> Procedimiento de Inyección de Agua en estado Estacionario (Glover, 2008).....	34
<b>Gráfico 9.</b> Curva típica de permeabilidad relativa de una inundación de agua (Glover, 2008) (FIG 10,3) .....	35
<b>Gráfico 10.</b> Curva típica de permeabilidades relativas a dos fases (Según Finol y Ferrer) ....	37
<b>Gráfico 11.</b> Comportamiento típico del flujo en dos fases. (Ahmed, 2001) .....	39
<b>Gráfico 12.</b> Efecto de histéresis en la permeabilidad relativa .....	40
<b>Gráfico 13.</b> Curvas de permeabilidades relativas para un sistema agua-petróleo. ....	50
<b>Gráfico 14.</b> Curvas de permeabilidades relativas para un sistema gas-petróleo. ....	50
<b>Gráfico 15.</b> Región de flujo en tres fases. ....	51
<b>Gráfico 16.</b> Curvas de avance frontal de agua a 30 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG). ....	81
<b>Gráfico 17.</b> Curvas de avance frontal de agua a 75 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG). ....	81

<b>Gráfico 18.</b> Curvas de avance frontal de agua a 133 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	82
<b>Gráfico 19.</b> Curvas de avance frontal de agua a 170 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	83
<b>Gráfico 20.</b> Curvas de Producción Acumulada Correlación de Wyllie and Gardner (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	83
<b>Gráfico 21.</b> Curvas Producción Instantánea, Correlación de Wyllie and Gardner (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	84
<b>Gráfico 22.</b> Curvas de avance frontal de agua a 30 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	86
<b>Gráfico 23.</b> Curvas de avance frontal de agua a 75 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	86
<b>Gráfico 24.</b> Curvas de avance frontal de agua a 133 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	87
<b>Gráfico 25.</b> Curvas de avance frontal de agua a 170 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	88
<b>Gráfico 26.</b> Curvas de Producción Acumulada Correlación de Pirson (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	88
<b>Gráfico 27.</b> Curvas Producción Instantánea, Correlación de Pirson (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	89
<b>Gráfico 28.</b> Curvas de avance frontal de agua a 30 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	91

<b>Gráfico 29.</b> Curvas de avance frontal de agua a 75 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	92
<b>Gráfico 30.</b> Curvas de avance frontal de agua a 133 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	92
<b>Gráfico 31.</b> Curvas de avance frontal de agua a 170 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	93
<b>Gráfico 32.</b> Curvas de Producción Acumulada, Correlación de Corey (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	94
<b>Gráfico 33.</b> Curvas de Producción Instantánea, Correlación de Corey (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).....	95
<b>Gráfico 34.</b> Permeabilidades relativas para el sistema petróleo-agua. ....	99
<b>Gráfico 35.</b> Permeabilidades relativas para el sistema petróleo-gas. ....	99
<b>Gráfico 36.</b> Modelos de permeabilidad relativa en tres fases. ....	101
<b>Gráfico 37.</b> Curvas de Permeabilidades relativas para la Correlación de Wyllie and Gardner (IMEX-CMG). ....	107
<b>Gráfico 38.</b> Curvas de Permeabilidades relativas para la Correlación de Corey (IMEX-CMG). .....	108
<b>Gráfico 39.</b> Curvas de Permeabilidades relativas para la Correlación de Pirson (IMEX-CMG). .....	109

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Permeabilidades Relativas para Correlación de Wyllie and Gardner. ....	80
<b>Tabla 2.</b> Permeabilidades Relativas para Correlación de Pirson. ....	85
<b>Tabla 3.</b> Permeabilidades Relativas para Correlación de Corey. ....	90
<b>Tabla 4.</b> Datos de Permeabilidades relativas. ....	98

**UNIVERSIDAD ESTATAL PENÍNSULA DE SANTA ELENA**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA**

**CARRERA DE INGENIERÍA EN PETRÓLEO**

“ESTUDIO DE MODELOS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS PARA SISTEMAS BIFÁSICOS Y TRIFÁSICOS PARA EL USO EN SIMULACIONES NUMÉRICAS DE YACIMIENTOS”.

Autor: Ricardo Rolando Panchana Cerezo.

Tutor: Msc. José Villegas.

### **RESUMEN**

Este trabajo de investigación se enfoca en el estudio de los diferentes modelos de permeabilidades relativas de dos y tres fases en base a sus propiedades, aplicabilidad y eficiencia para la determinación de las características y condiciones de los yacimientos de petróleo, partiendo de ecuaciones fundamentales como la Ley de Darcy y la Teoría Buckley y Leverett, para comprobar como varia la producción acumulada e instantánea al variar el modelo de permeabilidades relativas. Se desarrolló la implementación de la solución exacta de Buckley-Leverett en Wolfram Mathematica 12, para el caso de un yacimiento lineal y radial que nos permite obtener resultados analíticos de las variables de estudio, del cual obtuvimos graficas de avance del frente de agua, producción instantánea y producción acumulada; a la vez se hizo una comparación con los resultados obtenidos en el software comercial IMEX-CMG, que emplea el método de diferencias finitas, para cada modelo de permeabilidades adoptado.

**Palabras clave:** Permeabilidades relativas, Correlaciones de permeabilidades relativas en dos y tres fases, simulación numérica, curvas de producción.

**UNIVERSIDAD ESTATAL PENÍNSULA DE SANTA ELENA**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA**

**CARRERA DE INGENIERÍA EN PETRÓLEO**

**“STUDY OF RELATIVE PERMEABILITIES MODELS FOR TWO AND THREE PHASES SYSTEMS FOR USE IN RESERVOIR’S NUMERICAL SIMULATION”.**

Autor: Ricardo Rolando Panchana Cerezo.

Tutor: Msc. José Villegas.

### **ABSTRACT**

This research work focuses on the study of the different relative permeabilities models for two and three phases based on their properties, applicability and efficiency to the determination of the oil reservoir’s characteristics and conditions, starting of fundamental equations such as the Darcy’s Law and the Buckley-Leverett Theory, to check how the accumulated and instantaneous production varies by varying the relative permeabilities model. The implementation of the exact Buckley-Leverett solution was developed in Wolfram Mathematica 12, in the case of a linear and radial reservoir, which allows us to obtain analytical results of the study’s variable, which obtains which allows us to obtain the most accurate results of the variables in the study, which obtains waterfront advance, instantaneous and accumulated production graphics; at the same time was made a comparison with the results obtained in the IMEX\_CMG commercial software, which uses the finite difference method, for each permeability’s model adopted.

Keywords: Relative permeabilities, Correlations of relative permeabilities in two and three phases, Numerical simulation, Production curves.

## INTRODUCCIÓN

En la actualidad nos encontramos en un constante desarrollo científico y tecnológico, por lo que es de esperarse, la industria petrolera no está exenta de este, en especial el campo de la ingeniería de yacimiento, en donde, no es de sorprenderse que cada día se puedan encontrar nuevos modelos y simuladores numéricos, muchos de estos presentados como software, que nos permiten predecir el comportamiento de los yacimientos y de los fluidos que se encuentran en interacción dentro de estos de una manera más rápida, efectiva y eficiente.

Es conocido que para el desarrollo de dichos modelos y simuladores es necesario partir de ecuaciones y leyes desarrolladas con anterioridad por estudiosos de la materia como Darcy, de quien parte el estudio de flujo de fluidos en medios porosos, Buckley-Leverett, que gracias a su teoría nos permiten modelar el flujo de dos fases en medios porosos. Es así que hoy en día podemos enumerar diferentes modelos de permeabilidades relativas para dos y tres fases, mediante correlaciones derivadas de constantes estudios de campo y laboratorio.

El estudio de la permeabilidad relativa es de gran importancia debido a que permite la comparación de las diferentes capacidades de los fluidos para fluir en su respectiva presencia, esto debido a que la presencia de más de un fluido por lo general inhibe el flujo, a causa de los efectos combinados de la geometría de los poros, la mojabilidad, la distribución de los fluidos y la historia de saturación.

En este trabajo, mediante la aplicación del método de los elementos finitos, aplicado a través del software Matemática 12, se ha desarrollado una simulación numérica a partir de las ecuaciones antes descritas y de correlaciones que permiten determinar el comportamiento de las curvas de

permeabilidades relativas, como también de curvas de flujo fraccional, avance del frente de agua, producción instantánea y producción acumulada.

Posteriormente, mediante la aplicación de datos de campo, se obtiene las curvas antes descritas en el software IMEX de CMG con el objetivo de establecer una comparación de estas curvas con las previamente obtenidas en Mathematica 12.

# CAPÍTULO I

## 1. GENERALIDADES

### 1.1. TEMA DE INVESTIGACIÓN

**“ESTUDIO DE MODELOS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS PARA SISTEMAS BIFÁSICOS Y TRIFÁSICOS PARA EL USO EN SIMULACIONES NUMÉRICAS DE YACIMIENTOS”**

### 1.2. PLANTEAMIENTO Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

La industria de petróleo es una de las más importantes fuentes de ingreso de los países, la cual se encuentra en continua innovación e investigación, en la práctica y la comprensión de distintos temas, aunque parece más importante aún solo el hecho de producir hidrocarburos en el menor tiempo posible y con las más mínimas consecuencias que esta actividad pueda provocar para el medio ambiente y para las personas, lo cual solo es posible al comprender las características del yacimiento que contiene los hidrocarburos. Una de las propiedades de los yacimientos que ha tenido más desarrollo en el modelamiento es la permeabilidad, la cual, como ya se conoce, es definida como la capacidad que posee la roca para permitir el pase de un fluido a través de su red interconectada de poros, por lo que es conocido que la permeabilidad depende de la cantidad y el tamaño de los poros dentro del yacimiento, que a su vez, depende del tamaño de las partículas que forman el medio, la cantidad de carga en el medio y la cantidad de cemento añadido tras la deposición, que pueden hacer más difíciles los esfuerzos por correlacionar la permeabilidad con otras propiedades como por ejemplo la porosidad.

Existen varias maneras de determinar la permeabilidad de un yacimiento, entre las que encontramos la medición, aplicando el estudio de núcleos en el laboratorio y de registros, pruebas de presión transitoria, pruebas de producción y datos históricos, y el modelamiento matemático que permite la caracterización del yacimiento con lo cual se puede determinar el comportamiento del yacimiento y del pozo. Existen diferentes tipos de permeabilidades entre las que podemos señalar: la permeabilidad absoluta, que describe el flujo de un solo fluido a través de la formación y es independiente del fluido, la permeabilidad efectiva que hace referencia a la existencia de dos o más fluidos, y la permeabilidad relativa, que es conocida como la relación entre la permeabilidad efectiva y la permeabilidad absoluta; es decir, como función de las saturaciones de las fases, por lo que el ajuste a realizar entre lo simulado y lo observado se puede encontrar cambiando los parámetros de dichas funciones.

Durante la vida productiva de un yacimiento de hidrocarburo se presenta el flujo simultaneo de una, dos o tres fases, lo cual puede producirse durante la producción primaria, secundaria o mejorada de este; durante la última es donde se evidencia con mayor frecuencia. Es necesario conocer la amplia teoría que se posee acerca de la permeabilidad relativa para poder modelar de manera correcta este fenómeno, es así que es posible enumerar los diferentes modelos existentes acerca de este tema y que han sido propuestos para la caracterización de esta propiedad. Para los casos de dos fases el estudio que se ha realizado a través del tiempo ha sido amplio, mientras que para el caso de flujo de tres han sido menores los estudios realizados, esto generalmente se debe a que es difícil poder interpretar la información obtenida.

Para este trabajo se desarrolló un código de simulación numérica de los modelos de permeabilidades relativas con el objetivo de caracterizar la interacción de los fluidos presentes en medios porosos para determinar las características de un yacimiento y el comportamiento de este

durante su periodo de producción obteniendo curvas de producción acumulada como también de producción instantánea, a su vez, se realizó un análisis comparativo entre la simulación numérica a desarrollar a través del software Wolfram Mathematica en su versión 12 con respecto a los resultados obtenidos de programa IMEX perteneciente a la compañía CMG.

### **1.3. JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA**

El estudio de la permeabilidad es de gran importancia en la industria petrolera debido a que se ha determinado que esta posee una relación directa sobre las propiedades de los fluidos del reservorio, siendo definida como la conductividad de la roca a los fluidos, o en otros casos, como la facultad que posee la roca para permitir el paso de los fluidos a través de la red de poros interconectados presentes en el yacimiento, y a su vez puede ser calculada por datos de pruebas aplicados en métodos existentes; también puede ser obtenida mediante mediciones directas de laboratorio aplicando el proceso de flujo en estado estable, cálculos de permeabilidad relativa a partir del comportamiento del campo y a partir de datos de presión capilar. Existen diferentes tipos de permeabilidades, absoluta, efectiva y relativa, cada una de gran importancia pues la una depende de la otra para su estudio.

En este proyecto nos centraremos en el estudio de la permeabilidad relativa, la cual es una relación entre la permeabilidad efectiva y la permeabilidad absoluta, de manera que se procederá a analizar diferentes modelos matemáticos propuestos a lo largo de la historia en la industria hidrocarburífera, entre los que podemos referenciar los modelos de Corey, Wyllie, Stone I y II, etc.; como también el estudio para las diferentes fases que los fluidos en yacimientos pueden presentar, estas pueden ser una, dos o tres fases, entre los cuales pueden existir gas, petróleo y

agua, o combinaciones entre estos, y por consiguiente poder establecer un estudio de dichos modelos de permeabilidades relativas para aplicarlos en una simulación numérica que nos permita poder determinar las características y propiedades de un yacimiento a partir de curvas y diagramas de permeabilidades relativas.

## **1.4. OBJETIVOS**

### **1.4.1. Objetivo General:**

Desarrollar una simulación numérica para modelos de permeabilidades relativas mediante la utilización de software Mathematica 12 que nos permitirá caracterizar la interacción de los fluidos presentes en medios porosos para determinar las propiedades de un yacimiento.

### **1.4.2. Objetivos Específicos:**

- Determinar la interacción entre fluidos en el yacimiento.
- Describir correctamente las funciones de permeabilidades relativas.
- Modelar curvas de permeabilidades relativas que permitan describir el comportamiento de los fluidos en el yacimiento.
- Comparar entre modelos de permeabilidades relativas.
- Comparar entre la simulación numérica generada en Mathematica 12 y IMEX-CMG.

## **1.5. HIPÓTESIS**

En la industria petrolera se emplean modelos matemáticos tanto analíticos como numéricos para estimar permeabilidades relativas para diferentes fases, en los cuales se hace uso de aproximaciones estadísticas y se emplean conjuntos de curvas de permeabilidades relativas que con frecuencia son utilizados en los simuladores matemáticos para poder establecer la interacción entre las fases de los fluidos presentes que nos permite determinar las características y propiedades del yacimiento.

## **1.6. VARIABLE INDEPENDIENTE**

- Leyes y formulación que describen el comportamiento de los fluidos en el yacimiento.

## **1.7. VARIABLE DEPENDIENTE**

- Modelos matemáticos establecidos para el estudio de las permeabilidades relativas de dos y tres fases.

## 1.8. METODOLOGÍA

Para el desarrollo de una investigación es necesario determinar el enfoque que se le dará, entre los cuales tenemos el enfoque cuantitativo y el enfoque cualitativo de la investigación.

Según Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio (2006) “Ambos enfoques emplean procesos cuidadosos, metódicos y empíricos en su esfuerzo para generar conocimiento, por lo que la definición previa de investigación se aplica a los dos por igual, y utilizan, generalmente, cinco fases similares y relacionadas entre sí:” (pág. 4)

- Llevan a cabo la observación y evaluación de fenómenos.
- Establecen suposiciones o ideas como consecuencia de la observación y evaluación realizadas.
- Demuestran el grado en que las suposiciones o ideas tienen fundamento.
- Revisan tales suposiciones o ideas sobre la base de las pruebas o del análisis.
- Proponen nuevas observaciones y evaluaciones para esclarecer, modificar y fundamentar las suposiciones e ideas; o incluso para generar otras.

Sin embargo, cada una tiene sus propias características. (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2006, pág. 4)

### **1.8.1. Características del enfoque cuantitativo de investigación**

El enfoque cuantitativo (que representa, digamos, un conjunto de procesos) es secuencial y probatorio. Cada etapa precede a la siguiente y no podemos “brincar” o eludir pasos. El orden es riguroso, aunque desde luego podemos redefinir alguna fase. Parte de una idea, que va acotándose y, una vez delimitada, se derivan objetivos y preguntas de investigación, se revisa la literatura y se construye un marco o una perspectiva teórica. De las preguntas se establecen hipótesis y determinan variables; se desarrolla un plan para probarlas (diseño); se miden las variables en un determinado contexto; se analizan las mediciones obtenidas utilizando métodos estadísticos, y se establecen una serie de conclusiones respecto de la hipótesis. (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2006, pág. 4)

### **1.8.2. Método de Investigación a Emplear en el Proyecto**

Una vez establecidos los enfoques de investigación que existen, podemos determinar que para el desarrollo de este proyecto de investigación emplearemos el método cuantitativo, tomando en cuenta los siguientes puntos:

- La naturaleza de la realidad no cambia por las observaciones y mediciones realizadas.
- Tiene como meta la descripción, explicación y predicción de los fenómenos (causalidad).

Generar y probar teorías.

- La posición del investigador es neutral, hace a un lado sus propios valores y creencias; e imparcial debido a que intenta asegurar procedimientos rigurosos y objetivos de recolección y análisis de los datos, así como evitar que sus sesgos y tendencias influyan en los resultados.
- La teoría se utiliza para ajustar sus postulados al mundo empírico.
- La teoría es generada a partir de comparar la investigación previa con los resultados del estudio, más bien, estos son una extensión de los estudios antecedentes.
- La literatura representa un papel crucial debido a que guía la investigación, es fundamental para la definición de la teoría, las hipótesis, el diseño y demás etapas del proceso.
- El investigador hace una revisión de la literatura para buscar variables significativas que puedan ser medidas.
- El diseño de la investigación es estructurado, predeterminado, precede a la recolección de los datos.
- La muestra está compuesta por casos que en conjunto son estadísticamente representativos.
- La naturaleza de los datos cuantitativa, es decir datos numéricos.
- La recolección de los datos se basa en instrumentos estandarizados. Es uniforme para todos los casos. Los datos se obtienen por observación, medición y documentación de mediciones.

- La característica del análisis de los datos es: Sistemático, debido a la utilización intensiva de la estadística descriptiva e inferencial. Está basado en variables. Es impersonal. Es posterior a la recolección de datos.
- Los datos son representados en forma números que son analizados estadísticamente.
- El análisis se inicia con ideas preconcebidas, basadas en las hipótesis formuladas. Una vez recolectados los datos numéricos, éstos se transfieren a una matriz, la cual se analiza mediante procesos estadísticos.
- La presentación de los resultados se da mediante tablas, diagramas y modelos estadísticos. El formato de presentación es estándar.

## **1.9. METODOLOGÍA Y DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN**

Este proyecto se centra en el desarrollo de un modelo de simulación numérica, a través del Método de Elementos Finitos, esto a partir de correlaciones desarrolladas a través del tiempo por investigadores afines al área de yacimientos con el fin de predecir el comportamiento de estos.

Como se conoce, el método de los elementos finitos se centra en construir soluciones aproximadas a problemas de límites de contorno.

El método de elementos finitos es un método numérico que permite resolver ecuaciones diferenciales asociadas a problemas físicos sobre geometrías complicadas con una mayor precisión y economía, por tal motivo, se ha decidido basar este trabajo en la demostración de la eficiencia de dicho método para la aplicación dentro del campo de la ingeniería en petróleo.

Se utilizó el software Wolfram Mathematica 12 para el desarrollo de este trabajo con el fin de obtener perfiles de saturación, producción instantánea y producción acumulada, que mediante la aplicación de este método arrojó resultados más precisos y a su vez se hizo una comparación con la metodología numérica empleada por el software IMEX perteneciente a CMG., demostrando que esta propuesta es más próxima a la solución analítica.

## CAPÍTULO II

### 2. MARCO TEÓRICO

#### 2.1. Ley de Darcy

La característica de permeabilidad de un medio poroso es el resultado de un descubrimiento empírico hecho por el famoso hidrólogo francés Darcy (1856). Dicha característica se relaciona proporcionalmente el caudal de flujo  $q$  del fluido en movimiento a la carga hidrostática  $gh\rho$  del fluido aumentada por la presión  $p$  ejercida sobre la superficie libre del líquido, es decir,  $(p + gh\rho) = \Phi$ , que causa el flujo sobre un trayecto de longitud  $L$ .  $\Phi$  es el potencial de flujo del fluido. La ley de Darcy en su forma elemental es (Pirson, 1958, pág. 73):

$$q = -Ak \frac{\Delta(p + gh\rho)}{L} = -Ak \frac{\Delta\Phi}{L}$$

Donde  $A$  es la sección transversal perpendicular a la dirección de flujo,  $g$  es la aceleración de gravedad,  $\rho$  es la densidad del fluido, y  $h$  es la altura medida sobre un nivel constante de referencia. Cabe recalcar que para el estudio realizado por el hidrólogo se trabajó con un solo fluido que era el agua, la cual posee una viscosidad unitaria por lo que se puede notar que esta propiedad no es tomada en cuenta en el trabajo original realizado por el francés.

#### 2.2. Ecuación Generalizada de Darcy

En investigaciones posteriores se determinó que la ley de Darcy puede ser modificada para describir el flujo de fluidos distintos al agua, y que la constante de proporcionalidad  $k$  podría ser reemplazada por  $k/p$ , donde  $k$  es una propiedad del material poroso (permeabilidad) y  $p$  es una

propiedad del fluido (viscosidad). Con esta modificación, la Ley de Darcy puede escribirse en una forma más general como:

$$q = -A k \frac{kr}{\mu} (\Delta p + \rho g \Delta z)$$

Donde  $q$  representa la tasa de flujo del fluido,  $A$  el área de la sección transversal,  $\mu$  es la viscosidad,  $\Delta p$  es la diferencia de presión de fase,  $\rho$  es la densidad del fluido,  $g$  es la constante gravitacional y  $\Delta z$  es la altura del fluido en la dirección del campo gravitacional, se debe notar que se incluye a su vez la variable  $k_r$ , perteneciente a la permeabilidad relativa de las fases presentes en el yacimiento.

### **2.3. Mecanismos de desplazamiento de fluidos inmiscibles – Aproximación de Buckley-Leverett.**

La aproximación que realizaron Buckley-Leverett acerca del desplazamiento de un fluido humectante provocada por un fluido no humectante, o viceversa, no recibió la atención que merecía en un inicio. Su desarrollo teórico supone que un desplazamiento inmiscible puede ser modelado matemáticamente, respaldándose en lo que se refiere al concepto de permeabilidad relativa y la idea del conocido pistón con fugas, que hace referencia a que mientras que el desplazamiento puede ser considerado como un pistón, existe una cantidad considerable de aceite que se desvía debido a la irregularidad de la superficie presentada por el propio medio poroso.

Las principales limitaciones que posee esta teoría son las siguientes:

- Se aplica para flujo lineal, aunque puede ser modificada para flujo radial, por lo tanto no es una limitación fuerte.
- La formación debe ser homogénea.
- El desplazamiento es de tipo pistón con fugas.
- Los fluidos son inmiscibles, lo que implica la existencia de presión capilar.
- Solo pueden existir cuando dos fluidos circulan al mismo tiempo por un determinado punto, por tal razón deben ser aplicados los conceptos de permeabilidades relativas a dos fases.
- La presión y la temperatura deben permanecer constantes, así se mantendrán las condiciones de equilibrio.
- La presión de desplazamiento debe estar por encima del punto de burbujeo (no existe gas libre).
- El gasto de inyección y el área perpendicular al flujo se consideran constantes.
- El flujo debe ser constante.

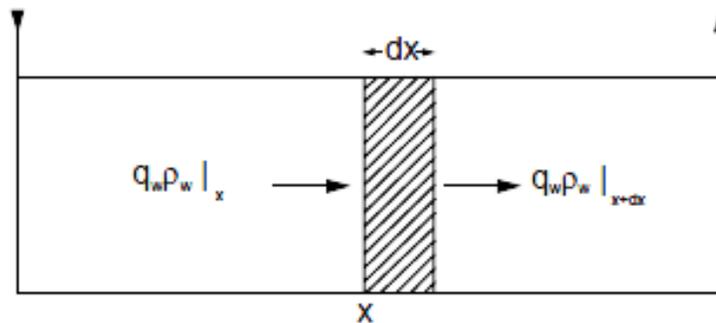
#### **2.4. Ecuación de Buckley-Leverett, Flujo Lineal**

Según Dake (1978), Buckley y Leverett presentaron lo que se reconoce como la ecuación básica para describir el desplazamiento inmisible en una dimensión. Para el agua que

desplaza el petróleo, la ecuación determina la velocidad de un plano de saturación de agua constante que viaja a través de un sistema lineal. Asumiendo la condición de flujo difuso, la conservación de la masa de agua que fluye a través del elemento de volumen  $A \phi dx$ , puede ser expresado como (pág. 349)

*Caudal Másico de entrada – salida = Tasa de Incremento de Masa en el Volumen*

$$q_w \rho_w |_x - q_w \rho_w |_{x+dx} = A \phi dx \frac{\partial}{\partial t} (\rho_w S_w)$$



**Gráfico 1.** Caudal másico de agua a través de un elemento de volumen lineal  $A \phi dx$ .

O

$$q_w \rho_w |_x - \left( q_w \rho_w |_x + \frac{\partial}{\partial x} (q_w \rho_w) dx \right) = A \phi dx \frac{\partial}{\partial t} (q_w S_w)$$

La cual puede ser reducida a

$$\frac{\partial}{\partial x} (q_w \rho_w) = -A \phi \frac{\partial}{\partial t} (q_w S_w)$$

Y para la asunción de desplazamiento incompresible ( $\rho_w \approx \text{constante}$ )

$$\left. \frac{\partial q_w}{\partial x} \right|_t = -A\phi \left. \frac{\partial S_w}{\partial t} \right|_x$$

El diferencial completo de la saturación de agua es

$$dS_w = \left. \frac{\partial S_w}{\partial x} \right|_t dx + \left. \frac{\partial S_w}{\partial t} \right|_x dt$$

Y dado que es la intención de estudiar el movimiento de un plano de saturación de agua constante, es decir,  $dS_w = 0$ , entonces

$$\left. \frac{\partial S_w}{\partial t} \right|_x = - \left. \frac{\partial S_w}{\partial x} \right|_t \left. \frac{dx}{dt} \right|_{S_w}$$

Además,

$$\left. \frac{\partial q_w}{\partial x} \right|_t = \left( \frac{\partial q_w}{\partial S_w} \cdot \frac{\partial S_w}{\partial x} \right)_t$$

Y sustituyendo las ecuaciones

$$\left. \frac{\partial q_w}{\partial S_w} \right|_t = A\phi \left. \frac{dx}{dt} \right|_{S_w}$$

De nuevo, para el desplazamiento incompresible,  $q_t$  es constante y, dado que  $q_w = q_t f_w$ , esta ecuación se puede expresar como

$$V_{S_w} = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{S_w} = \frac{q_t}{A\phi} \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_w}$$

Esta es la ecuación de Buckley-Leverett que implica que, para una tasa constante de inyección de agua ( $q_t = q_i$ ), la velocidad de un plano de saturación de agua constante es directamente proporcional a la derivada de la ecuación de flujo fraccional evaluada para esa saturación. Si el término de gradiente de presión capilar no es considerado con anterioridad entonces el flujo fraccional es estrictamente una función de la saturación de agua, independientemente de si el término de gravedad está incluido o no, de ahí el uso del diferencial total de  $f_w$  en la ecuación de Buckley-Leverett. Integrando por el tiempo total desde el comienzo de la inyección tenemos como resultado (Dake, 1978, pág. 351)

$$X_{S_w} = \frac{1}{A\phi} \frac{df_w}{dS_w} \int_0^t q_t dt$$

De esta manera podremos obtener el frente de inyección de agua  $X$ .

## 2.5. Flujo Radial

Partiendo de la ecuación de Buckley-Leverett con el fin de introducir una solución analítica que describa el desplazamiento de fluidos en coordenadas cilíndricas, se deben tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

- Se debe tener un flujo bifásico.
- El flujo debe ser incompresible; el caudal de agua inyectada es igual a la suma del caudal de agua y aceite producidos.
- Flujo unidimensional radial.

- Medio poroso homogéneo, es decir, la porosidad y permeabilidad deben ser constantes.

$$\nabla \cdot (\mathbf{m}_w) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho_w \phi S_w) = 0$$

Donde  $m_w = \rho_w u_w$  considerando el flujo y el medio poroso incompresibles se tienen:

$$\nabla \cdot (\mathbf{m}_w) + \rho_w \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0$$

El flujo de agua puede ser escrito en función del flujo total a través del flujo fraccional:

$$\nabla \cdot (f_w \mathbf{m}) + \rho_w \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0$$

Y el flujo másico de agua constante e igual a  $M = mA$ , donde  $A = 2\pi r h$  (área lateral del cilindro), se obtienen:

$$\nabla \cdot \left( \frac{f_w M}{A} \right) + \rho_w \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0$$

$$\frac{M}{2\pi h \phi \rho_w} \nabla \cdot \left( \frac{f_w}{r} \right) + \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0$$

Escribiendo el operador divergente en coordenadas cilíndricas:

$$\frac{M}{2\pi h \phi \rho_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{f_w}{r} \right) + \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0$$

$$\frac{M}{A \phi \rho_w} \frac{\partial f_w}{\partial r} + \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0$$

La derivada del flujo fraccional se puede obtener empleando la regla de la cadena

$$\frac{\partial f_w}{\partial r} = \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial r}$$

De donde se denota la velocidad del flujo de agua como:

$$v = \frac{M}{A\rho_w\phi}$$

$$v \frac{\partial f_w}{\partial S_w} = - \frac{\partial S_w / \partial t}{\partial S_w / \partial r}$$

La saturación de agua es función del espacio y del tiempo,  $S_w = S_w(r, t)$ , siendo el diferencial total:

$$\partial S_w = \frac{\partial S_w}{\partial r} \partial r + \frac{\partial S_w}{\partial t} \partial t$$

Para el plano de saturación constante (frente de saturación)  $\partial S_w = 0$ . Esta ecuación puede ser manipulada para calcular la velocidad del frente de saturación.

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_f = - \frac{\left(\frac{\partial S_w}{\partial t}\right)_f}{\left(\frac{\partial S_w}{\partial r}\right)_f}$$

$$v_f = v \frac{\partial f_w}{\partial S_w} = \frac{M}{A\rho_w\phi} \frac{\partial f_w}{\partial S_w}$$

$$\int_{r_f}^{r_e} r \partial r = \frac{M}{2\pi h \phi \rho_w} \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \int_0^t \partial t$$

$$r_f = \sqrt{r_e^2 - \frac{1}{\pi h \phi \rho_w} \left( \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_f M(t)}$$

El tiempo en que el frente de saturación llega al pozo productor, llamado “breakthrough” ( $t_{bt}$ ), puede ser calculado por la ecuación anterior, considerando que al tiempo  $t_{bt}$ ,  $r_f = r_w$  o sea:

$$t_{bt} = \frac{(r_e^2 - r_w^2)}{M \frac{\partial f_w}{\partial S_w}} \pi h \phi \rho_w$$

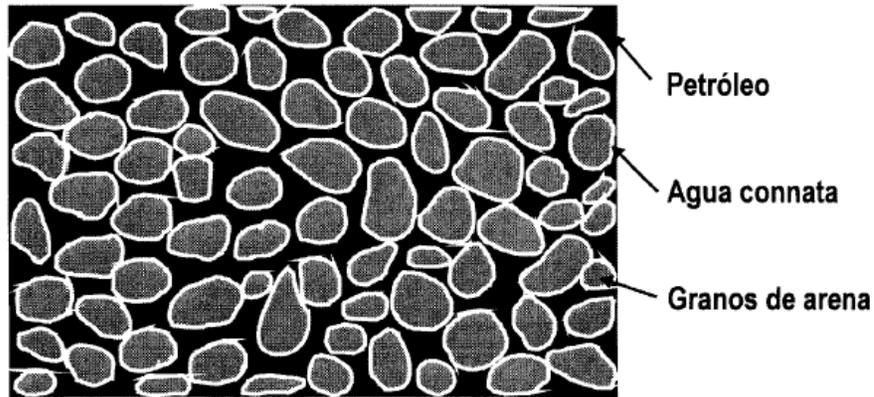
## 2.6. Propiedades de las Rocas y de los Fluidos

Un requisito fundamental para poder comprender el comportamiento del desplazamiento inmisible de un fluido por otro es conocer las propiedades de las rocas del yacimiento, sobre todo las que son relativas al flujo de dos fases.

## 2.7. Fuerzas capilares

### 2.7.1. Tensión superficial e interfacial

Cuando en un medio poroso coexisten dos fases inmiscibles, la energía de superficie relacionada con las interfaces de los fluidos influye en su saturación, distribución y desplazamiento. Como se muestra en la figura 2, el agua y el petróleo coexisten en el yacimiento a pesar de que este no se haya invadido con agua. Aun en el caso que el agua sea inmóvil, las fuerzas interfaciales pueden tener influencia en los procesos de flujo subsiguientes. Si el yacimiento ha sido invadido con agua o tiene la influencia de un acuífero, se obtendrán altas saturaciones de agua y la fase de esta será móvil. (París de Ferrer, 2001)



**Gráfico 2.** Vista microscópica de un sistema roca fluido (Según Green y Willhie)

### 2.7.2. Humectabilidad

También conocida como mojabilidad, es una propiedad importante pues afecta el comportamiento capilar y de desplazamiento de las rocas yacimiento.

Podemos definirla como la habilidad de la fase de un fluido para poder adherirse preferencialmente a una superficie sólida en presencia de una segunda fase inmisible. En un yacimiento, la superficie sólida es la roca y los fluidos son: agua, petróleo y gas.

Una medida de la humectabilidad es el ángulo de contacto,  $\theta_c$ , el cual se relaciona con las energías de superficie (París de Ferrer, 2001, págs. 37, 38), esto se lleva a cabo mediante la siguiente ecuación:

$$A_t = \sigma_{os} - \sigma_{ws} = \sigma_{ow} \cos \theta_c$$

Donde

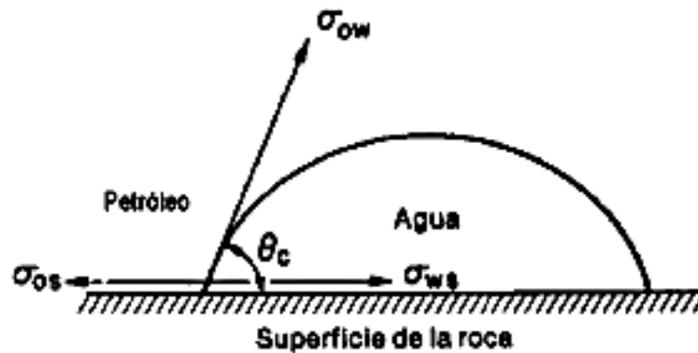
$\sigma_{os}$  = energía interfacial entre el sólido y el petróleo,  $\frac{\text{dinas}}{\text{cm}}$

$\sigma_{ws}$  = energía interfacial entre el sólido y el agua,  $\frac{\text{dinas}}{\text{cm}}$

$\sigma_{ow}$  = tensión interfazial entre el petróleo y el agua,  $\frac{\text{dinas}}{\text{cm}}$

$\theta_c$  = ángulo de contacto petróleo-sólido-agua, medido a través del agua, grados.

La ecuación anterior representa el balance de fuerzas que actúa en el punto de contacto de los dos fluidos con la superficie sólida, lo cual genera una tensión de adhesión,  $A_t$ , tal como se muestra en la figura.



**Gráfico 3.** Fuerzas interfaciales entre dos fluidos inmiscibles y un sólido.

### 2.7.3. Factores que pueden ser afectados por la humectabilidad

La humectabilidad puede verse afectada por las siguientes condiciones:

- La localización y la saturación de agua irreducible.
- La distribución de los fluidos en el yacimiento, esto es, la localización del petróleo y del agua en el espacio poroso.
- El valor y la localización del petróleo residual.
- El mecanismo de desplazamiento.

### 2.7.4. Presión capilar

Es la diferencia de presión a través de la interfase que separa dos fluidos inmiscibles, uno de los cuales moja preferencialmente la roca. Si se toma positiva entonces es la presión de la fase no mojante menos la presión de la mojante (París de Ferrer, 2001, pág. 39), es decir:

$$P_c = P_{nm} - P_m$$

Donde  $m$ , es la fase mojante y  $nm$ , la fase no mojante.

De tal forma que para un sistema agua-petróleo será:

$$P_c = P_o - P_w$$

Y para un sistema gas-petróleo se tiene:

$$P_c = P_g - P_o$$

## 2.8. Distribución de los fluidos en el yacimiento

Para el año 1950 se tenía la idea de que en un medio poroso las fases mojante y no mojante fluyen de forma simultánea en un mismo canal o abertura porosa. Aunque esto permitió el desarrollo de la teoría sobre permeabilidades relativas, se consideró errónea a partir de dicho año debido a que mediante observaciones microscópicas fue establecida la teoría de los canales de flujo.

Esta teoría considera que cada fluido que satura una roca se mueve a través de su propia red de canales de flujo interconectados: el agua se moverá en una red de canales y el petróleo lo hará en otra red diferente, como muestra en la siguiente figura. (París de Ferrer, 2001, pág. 46)

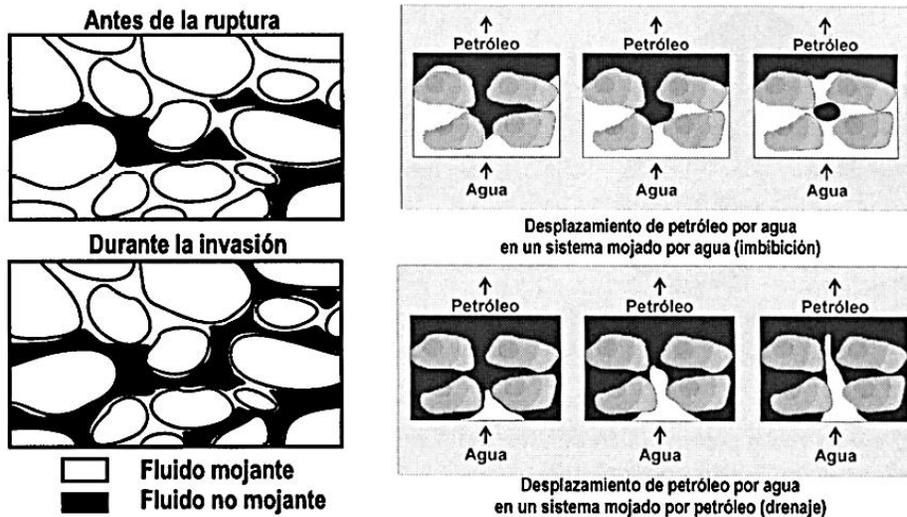


Gráfico 4. Distribución de los fluidos en el medio poroso (según Craig.)

El diámetro de los canales varían y a su vez están limitados por interfases liquido-liquido o solido-liquido. La geometría de los canales de flujo se puede ver alterada con un cambio en la saturación, cuando la saturación del fluido no mojante es aumentada, el número de canales de flujo de petróleo aumenta y el correspondiente al agua disminuye.

La distribución de los fluidos en un yacimiento depende tanto de la saturación de cada fase como de la dirección del cambio de saturación. Así la inyección de agua en un yacimiento mojado por agua es un proceso de imbibición, mientras que esta, en un yacimiento humectado por petróleo es un proceso de drenaje. Es decir, a la distribución de los fluidos le afecta principalmente, la humectabilidad preferencial y la historia del cambio de saturación. (París de Ferrer, 2001, pág. 47)

## 2.9. Porosidad

Según Escobar Macualo (2004), "La porosidad es la relación entre el volumen poroso y el volumen total de la roca (la propiedad inversa es la compacidad)". ( pág. 48)

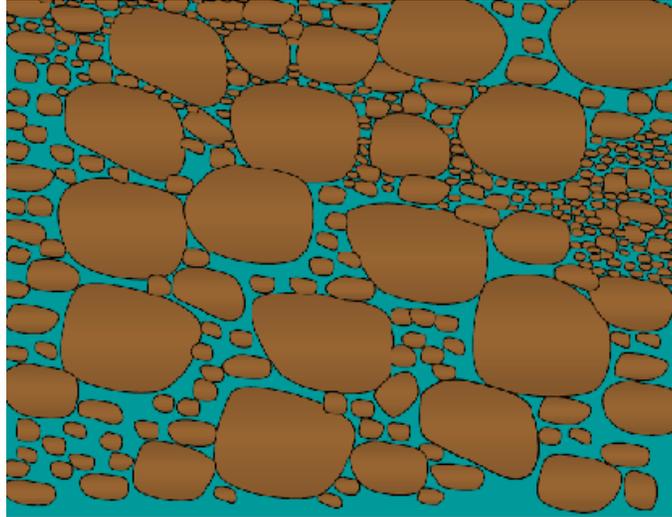
Matemáticamente se define como:

$$\emptyset = \frac{V_p}{V_t}$$

$V_p$ = Volumen poroso

$V_t$ = Volumen total

La porosidad está definida en porosidades absoluta, efectiva y no efectiva, esto tomando en cuenta la interconexión del volumen poroso.



**Gráfico 5.** Porosidad del medio poroso. Escobar (2004).

Durante el proceso de sedimentación y litificación, los poros que se desarrollaron inicialmente sufrieron un aislamiento debido a varios procesos diagenéticos o catagénicos, entre los que podemos destacar la cementación y compactación, por lo tanto, encontraremos poros interconectados y otros aislados. Esto conlleva a clasificar la porosidad en absoluta y efectiva dependiendo de qué espacios porales se miden durante la determinación del volumen de estos espacios porosos. (Escobar Macualo, 2004, pág. 48)

### **2.9.1 Porosidad Absoluta**

Es aquella que considera el volumen poroso de la roca este o no interconectado. Normalmente es medida por porosímetros comerciales. Una roca puede tener una porosidad absoluta considerable y no tener conductividad de fluidos debido a la carencia de interconexión poral. (Escobar Macualo, 2004, pág. 48)

### **2.9.2 Porosidad Efectiva**

Es la relación del volumen poroso interconectado con el volumen bruto de roca. Es una indicación de la habilidad de la roca para conducir fluidos, sin embargo esta porosidad no mide la capacidad de flujo se un roca. La porosidad efectiva es afectada por un número de factores litológicos como tipo, contenido e hidratación de arcillas presentes en la roca, entre otros. (Escobar Macualo, 2004, pág. 48)

### **2.9.3. Porosidad No Efectiva**

Es la diferencia que existe entre las porosidades absoluta y efectiva. (Escobar Macualo, 2004, pág. 48)

## **2.10. Permeabilidad**

Es la propiedad de un yacimiento que describe la manera en que un fluido fluye a través del medio poroso. Se conoce que la permeabilidad se determina por la cantidad y el tamaño de los poros dentro del yacimiento, los cuales, a su vez, dependen también del tamaño de las partículas

que forman el medio, la cantidad de carga en el medio y la cantidad de cemento añadido tras la deposición.

La permeabilidad es también la más variable de las propiedades petrofísicas de un yacimiento, son comunes las variaciones del orden de 1000 o más, entre el mínimo y el máximo. Todos los yacimientos generalmente muestran una significativa heterogeneidad en su permeabilidad, aunque algunas regiones dentro de un yacimiento pueden ser muy homogéneas.

Según Pirson (1958), la cantidad, distribución y clase de arcilla presente en la roca de acumulación tiene un efecto considerable sobre la permeabilidad a líquidos, especialmente si el fluido reacciona con las arcillas. Sin embargo el agua que fluye a través de un medio poroso controlan el estado físico de las arcillas. (pág. 73)

El término puede referirse a muchos tipos de mediciones debido a que puede ser efectiva o absoluta, horizontal o vertical. Cuando un solo fluido fluye a través de la formación, se puede medir una permeabilidad absoluta que es más o menos independiente del fluido. Por otro lado, cuando dos o más fluidos están presentes, cada uno reduce la capacidad de fluir del otro.

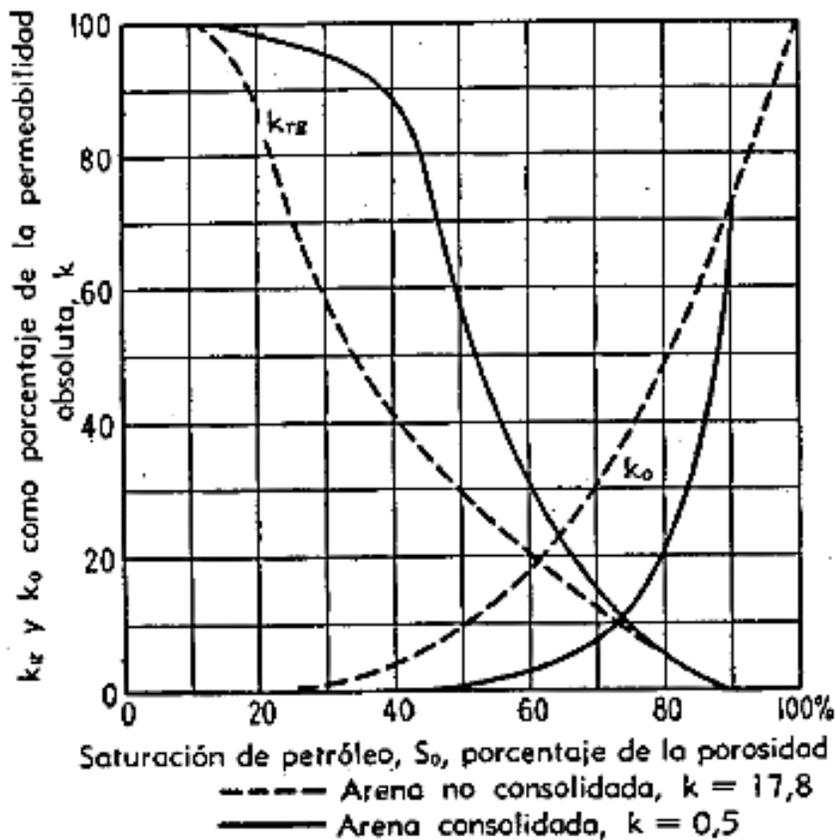
La permeabilidad efectiva es la permeabilidad de cada fluido en presencia de los otros, y la permeabilidad relativa es la relación entre la permeabilidad efectiva y la permeabilidad absoluta.

### **2.10.1. Permeabilidad relativa**

Es la relación o razón entre la permeabilidad efectiva y la permeabilidad absoluta que es expresada en forma fraccional. Dichas permeabilidades son representadas por  $k_{ro}$ ,  $k_{rg}$  y  $k_{rw}$ , que pertenecen al petróleo, gas y agua, respectivamente. El cálculo de permeabilidad relativa

permite la comparación de las diferentes capacidades de los fluidos para fluir en su respectiva presencia debido a que la presencia de más de un fluidos por lo general inhibe el flujo.

Estas propiedades de flujo son el efecto combinado de la geometría de los poros, la mojabilidad, la distribución de los fluidos y la historia de la saturación.



**Gráfico 6.** Permeabilidades relativas al gas y al petróleo ( $k_{rg}$ ,  $k_{ro}$ ) vs. Saturación de petróleo ( $S_o$ ). (Fuente: Botset, cortesía de la AIME.)

Conociendo que la historia de saturación afecta la distribución de los fluidos y produce una histéresis en las características de la presión capilar, debemos prever un efecto de histéresis similar, en las características de la permeabilidad relativa durante el drenaje y la imbibición en función de la saturación del fluido que moja.

La forma de las curvas de permeabilidad relativa son funciones de la distribución del fluido en el medio poroso estudiado. Está controlada por la humectabilidad y por los valores de saturación crítica o de equilibrio de la fase humectante y de la no humectante. Por lo tanto es de gran interés estudiar los factores litológicos relacionados con el control de las curvas.

Generalmente la mediciones de permeabilidad se realizan con un solo fluido, el cual, llena el espacio poroso. Esto no se cumple en la situación del reservorio, excepto en zonas de agua. Normalmente están presentes dos y, a veces, tres fases, las cuales son petróleo, agua y en ocasiones gas.

En este caso se podría esperar que la permeabilidad a cualquiera de los fluidos sea inferior a la del fluido único, ya que ocupa solo una parte del espacio poroso y también puede verse afectada por la interacción de dos fases. El concepto empleado para abordar esta situación es el de la permeabilidad relativa. (Glover, 2008, pág. 104) La permeabilidad relativa al aceite,  $k_{ro}$ , es definida como:

$$K_{ro} = \frac{K_{eo}}{K} = \frac{\text{permeabilidad efectiva del petróleo}}{\text{permeabilidad base}}$$

Similarmente podemos definir

$$K_{rw} = \frac{K_{ew}}{K} = \frac{\text{permeabilidad efectiva del agua}}{\text{permeabilidad base}}$$

$$K_{rg} = \frac{K_{eg}}{K} = \frac{\text{permeabilidad efectiva del gas}}{\text{permeabilidad base}}$$

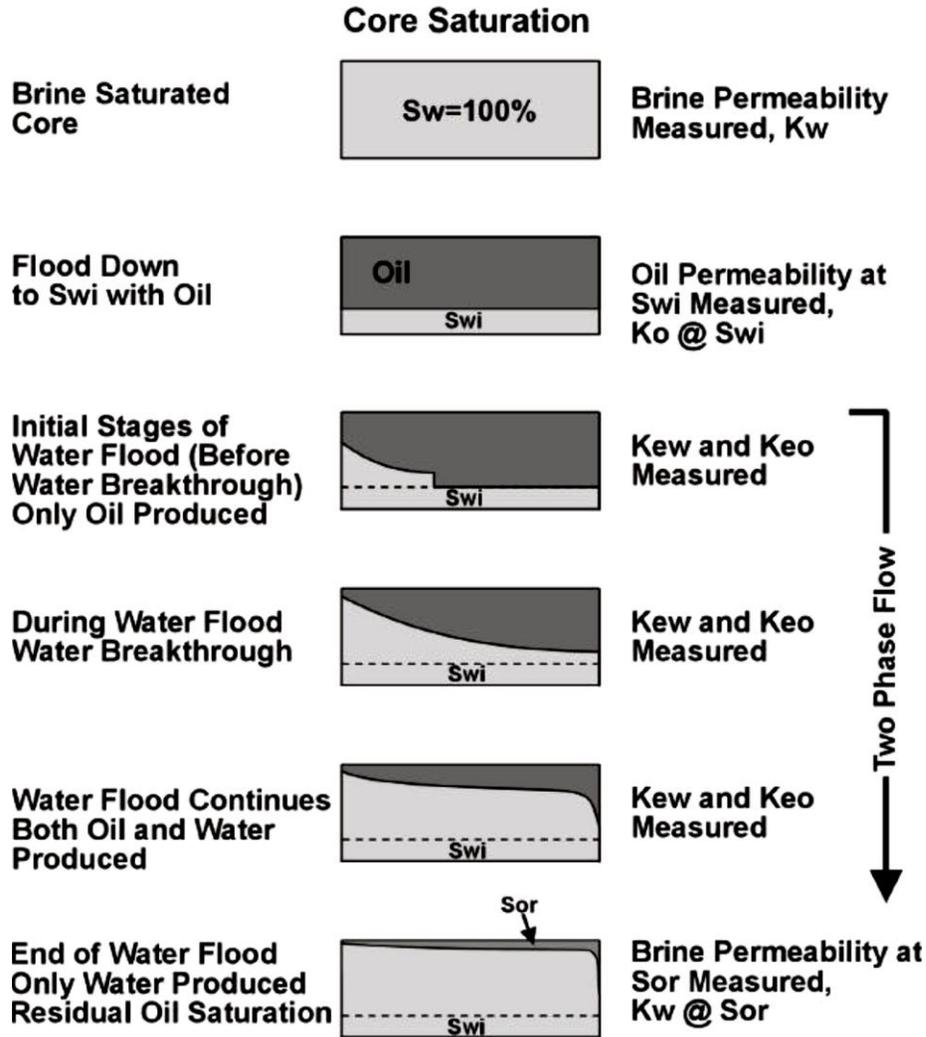
La permeabilidad relativa como se definió con anterioridad como la permeabilidad efectiva a un fluido específico, dividida entre una cierta permeabilidad base. Generalmente se utilizan tres diferentes permeabilidades base:

- La permeabilidad absoluta al gas.
- La permeabilidad absoluta al agua.
- La permeabilidad al petróleo a la saturación de agua connata en el yacimiento.

La elección de la permeabilidad base no es, en sí misma, crítica siempre que se aplique de manera consistente. La conversión de las bases es cuestión de aritmética simple, mas, experimentalmente, la permeabilidad de la base se elige generalmente como la medida al comienzo de un experimento.

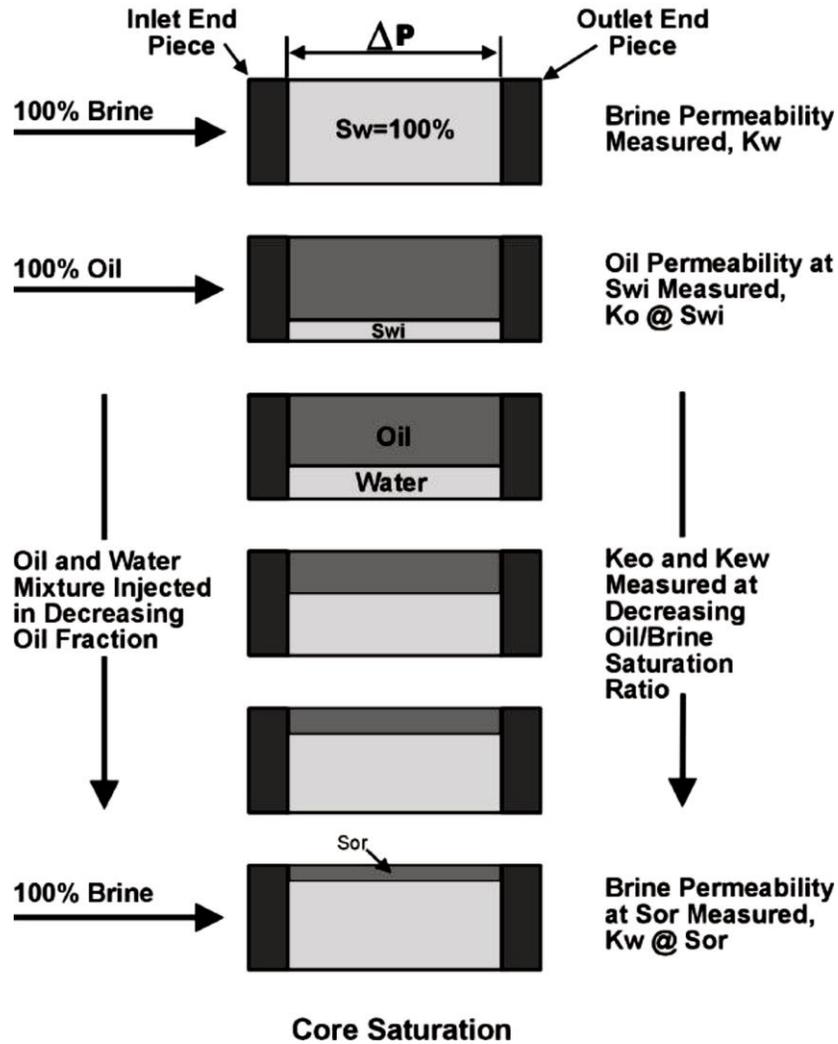
Por ejemplo, un experimento puede empezar midiendo la permeabilidad al petróleo en presencia de una saturación de agua irreductible en el núcleo. La permeabilidad de la base elegida aquí, sería la permeabilidad inicial del petróleo en  $S_{wi}$ .

Las mediciones de laboratorio, son realizadas desplazando una fase con otra (pruebas de estado inestable mostradas en la Ilustración 7) o flujo simultáneo de dos fases (pruebas de estado estacionario en la Ilustración 8). Las permeabilidades efectivas así medidas en un rango de saturaciones de fluidos permiten construir curvas de permeabilidad relativa. La Ilustración 9 muestra un ejemplo de una curva de este tipo a partir de un experimento de inestabilidad den agua en estado inestable. (Glover, 2008, pág. 104)



**Gráfico 7.** Procedimiento de Inyección de Agua en Estado Inestable (Glover, 2008) (FIG 10.1)

Al comienzo, el núcleo está saturado con 80% de aceite, y existe una saturación de agua irreducible del 20% debido a la naturaleza húmeda del agua de este ejemplo en particular. El punto A representa la permeabilidad del aceite en estas condiciones. Será igual a la unidad, debido a que esta medida ha sido tomada como la base de la permeabilidad. El punto B representa el comienzo de la permeabilidad al agua. Tenga en cuenta que es igual a cero porque el agua irreducible es, por definición, inmóvil. (Glover, 2008, pág. 104)

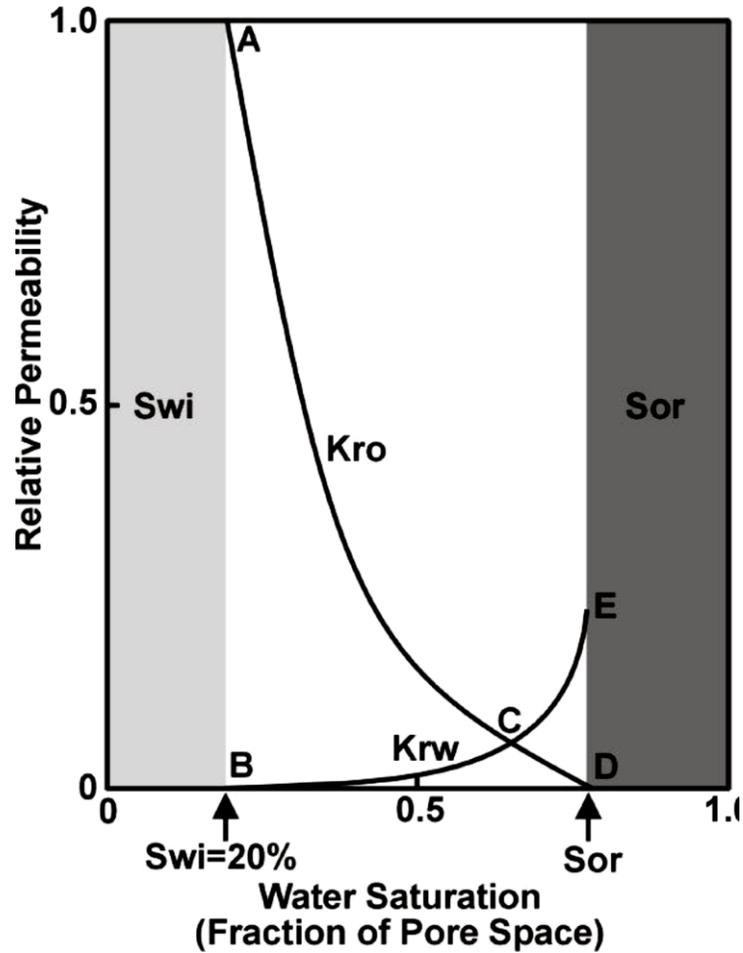


**Gráfico 8.** Procedimiento de Inyección de Agua en estado Estacionario (Glover, 2008)

Luego se inyecta el agua en el núcleo en un extremo a una velocidad constante. El volumen de los fluidos emergente (aceite y agua) se mide en el otro extremo del núcleo, y también se mide la presión diferencial a través del núcleo. Durante este proceso, la permeabilidad al aceite se reduce a cero a lo largo de la curva ACD, y la permeabilidad al agua aumenta a lo largo de la curva BCE. Tenga en cuenta que no hay más producción de aceite a partir de la muestra después de

$K_{ro} = 0$  en el punto D, por lo que el punto D aparece en la saturación de aceite irreducible,  $S_{ro}$ .

Tenga en cuenta también que  $K_{ro} + K_{rw} \leq 1$  siempre.



**Gráfico 9.** Curva típica de permeabilidad relativa de una inundación de agua (Glover, 2008) (FIG 10,3)

Se debe enfatizar, que estas curvas no son una función única de la saturación, sino que también dependen de la distribución del fluido, de tal modo que los datos obtenidos pueden verse influenciados por el historial de saturación y el caudal. El método yacimiento debe ser elegido teniendo en cuenta el historial de saturación del yacimiento, las propiedades de las rocas y los fluidos. Las características de humectación son particularmente importantes. Los núcleos de

prueba deben ser de características de humectación similares al estado del yacimiento, o deben conocerse sus características de humectación para que los datos se puedan evaluar correctamente. (Glover, 2008, pág. 108)

### **2.11. Procedimiento para el uso de datos de permeabilidad relativa**

El uso y la interpretación de los datos de permeabilidad relativa que permiten predecir el desempeño del pozo individual o del yacimiento pueden complicarse debido a las variaciones laterales en las propiedades de la roca. Debido a esto, aunque las pruebas de laboratorio pueden describir adecuadamente el comportamiento del núcleo de una prueba en particular, el modelado de un pozo o el rendimiento del reservorio pueden requerir datos de permeabilidad relativa modificados.

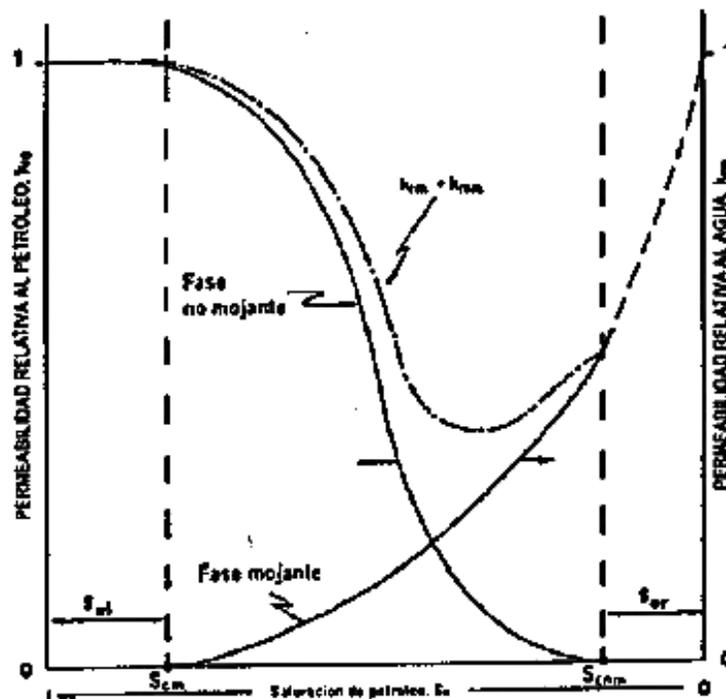
Las correlaciones de la forma de la curva, los puntos de cruce, la recuperación en un volumen producido determinado, la permeabilidad de la salmuera en la saturación de aceite residual, entre otros, deben hacerse con referencia a la litología, permeabilidad y saturaciones iniciales de fluidos. La elección del método de prueba debe escogerse tomando en cuenta la aplicación de datos, es decir, una alta tasa de flujo cerca de pozo, y las bajas tasas de flujo lejos del pozo. (Glover, 2008, pág. 130)

Ningún método de prueba puede describir completamente un sistema y la elección de los datos se verá influenciada por las limitaciones de la escala de laboratorio, particularmente, los efectos finales en los núcleos húmedos de aceite y problemas a veces causados por alteraciones de humectabilidad y finos móviles.

Los buenos informes de ingeniería petrolera deben resaltar las dificultades experimentales encontradas e indicar los datos más confiables. Sin embargo, a menudo es imposible evaluar los datos de la compañía de servicios, debido a que las tasas de flujo rara vez son constantes y no se informan las curvas  $D_p/D_{pi}$  versus  $Q_i$ .

## 2.12. Características principales de una curva típica de permeabilidad relativa

Se necesita una cierta saturación de la fase mojanante para que esta comience a fluir, denominada saturación crítica de la fase mojanante,  $S_{cm}$  ( $0 < S_{cm} < 30$ ). De igual manera es necesaria una cierta saturación de la fase no mojanante para que comience a fluir, denominada saturación crítica o de equilibrio de la fase no mojanante,  $S_{cnm}$  ( $0 < S_{cnm} < 15$ ).



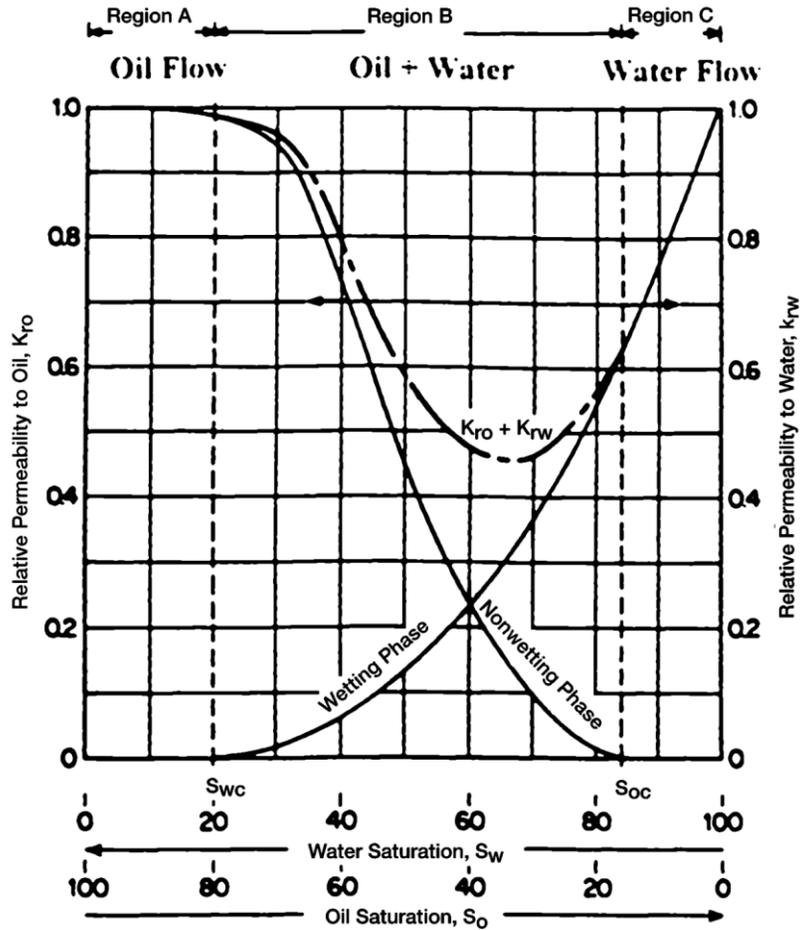
**Gráfico 10.** Curva típica de permeabilidades relativas a dos fases (Según Finol y Ferrer)

- Una variación de saturación tiene por efecto disponer más poros o canales al flujo de la fase cuya saturación aumentó y disminuir el número de poros permisibles al paso de la otra fase.
- La permeabilidad relativa a la fase no mojante alcanza el máximo a saturaciones de dicha fase menores del 10%, lo cual indica que una porción de espacio poroso disponible, aunque interconectado, contribuye poco a la capacidad conductiva del medio poroso.
- La permeabilidad relativa a la fase mojante se caracteriza por una rápida variación ante pequeños cambios en saturación a altas saturaciones de la fase mojante.
- La permeabilidad relativa a la fase no mojante se incrementa rápidamente ante pequeños incrementos de saturación de la fase no mojante por encima de la saturación de equilibrio.
- La curva de  $k_{ro} + k_{rw}$  indica la interacción entre las fases, siempre  $k_{ro} + k_{rw} < 1$ , debido a dos razones:
  - La presencia de interfaces y, por tanto, de energía interfacial y presión capilar.
  - Algunos canales que normalmente permiten el flujo cuando existe una sola fase, son bloqueados cuando dos o más fases están presentes. Así, el número total de canales abiertos al flujo se reduce y la capacidad de flujo de la roca es menor.

### **2.13. Permeabilidad Relativa en Sistemas Bifásicos**

Según Ahmed (2001) "Cuando una fase humectante y no humectante fluyen juntas en el yacimiento, cada una sigue caminos distintos, la distribución de las dos fases de acuerdo a sus

características de humectación da como resultado características de permeabilidades relativas de la fase humectante y no humectante". (pág. 281)



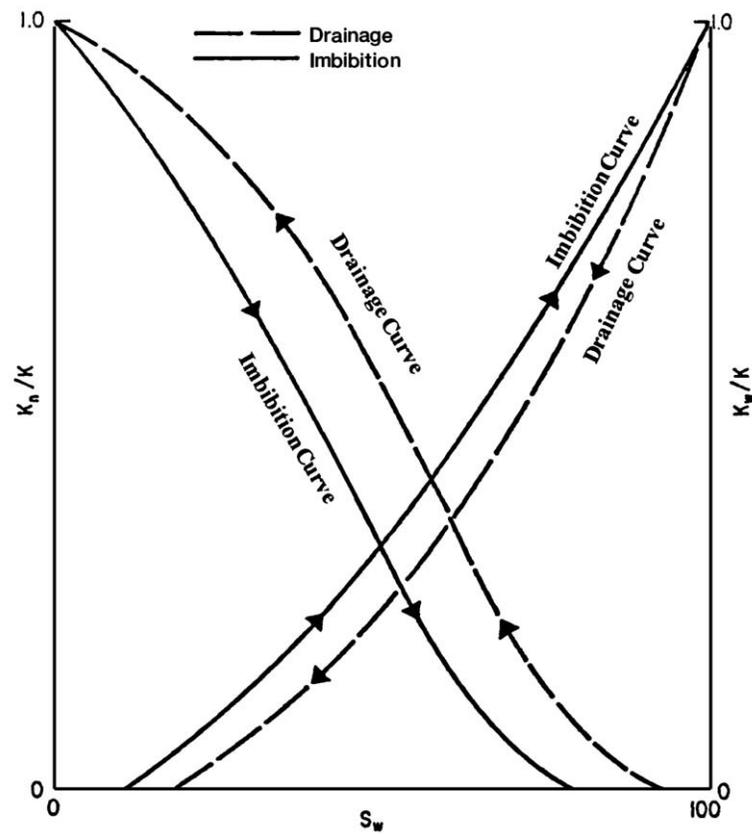
**Gráfico 11.** Comportamiento típico del flujo en dos fases. (Ahmed, 2001)

#### 2.14. Correlaciones de Permeabilidad Relativa para un Sistema Bifásico

Es posible que los datos de permeabilidad relativa en muestras reales del reservorio en estudio no estén disponibles, por lo cual es necesario obtenerlos de alguna otra manera.

Generalmente pueden ser calculados, sin embargo, los datos de campo no están disponibles para la producción futura y debe ser diseñada alguna otra manera. Han sido empleados otros parámetros para calcular las relaciones de permeabilidad relativa, incluyendo:

- Saturaciones residuales.
- Datos de presión capilar.



**Gráfico 12.** Efecto de histéresis en la permeabilidad relativa

Además, la mayoría de las correlaciones propuestas utilizan la saturación de fase efectiva como un parámetro de correlación. La saturación de fase efectiva se define mediante el siguiente conjunto de relaciones:

$$S_o^* = \frac{S_o}{1 - S_{wc}}$$

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}$$

$$S_g^* = \frac{S_g}{1 - S_{wc}}$$

Donde

$S_o^*, S_w^*, S_g^*$  = Saturación efectiva de petróleo, agua y gas, respectivamente

$S_o, S_w, S_g$  = Saturación de petróleo, agua y gas, respectivamente

$S_{wc}$  = Saturación de agua connata (irreducible)

### 2.14.1. Correlación de Wyllie y Gardner

Ahmed ( 2001) detalla en su libro Reservoir Engineering Handbook que "Wyllie y Gardner (1958) observaron que, en algunas rocas, la relación entre la presión capilar recíproca elevada al cuadrado ( $1/P_c^2$ ) y la saturación de agua efectiva  $S_w^*$  es lineal en un amplio rango de saturación". (pág. 288)

También sugirieron las siguientes dos expresiones que pueden usarse cuando se dispone de una permeabilidad relativa:

Para arenas no consolidadas para granos bien clasificados

$$k_{ro} = (1 - S)^3$$

$$k_{rw} = S^3$$

$$S = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}}$$

Para arenas no consolidadas con grano pobremente clasificado

$$k_{ro} = (1 - S)^2(1 - S^{1.5})$$

$$k_{rw} = S^{3.5}$$

Para arenas cementadas y formaciones limosas

$$k_{ro} = (1 - S)^2(1 - S^2)$$

$$k_{rw} = S^4$$

### 2.14.2. Correlación de Torcaso y Wyllie

Torcaso y Wyllie desarrollaron una expresión simple para determinar la permeabilidad relativa de la fase de petróleo en un sistema gasóleo, esta permite el cálculo de  $k_{ro}$  a partir de las medidas de  $k_{rg}$ , así la ecuación es de la siguiente manera: (Ahmed, 2001, pág. 289)

$$k_{ro} = k_{rg} \left[ \frac{(S_o^*)^4}{(1 - S_o^*)^2 (1 - (S_o^*)^2)} \right]$$

$$S_o^* = \frac{S_o}{1 - S_{wi}}$$

La expresión anterior es muy útil ya que las mediciones de  $k_{rg}$  se realizan fácilmente y las mediciones de  $k_{ro}$  generalmente se hacen con dificultad.

### 2.14.3. Correlación de Pirson

A partir de consideraciones petrofísicas, Ahmed (2001) detalla que "Pirson derivó relaciones generalizadas para determinar la permeabilidad relativa de la fase humectante y no humectante tanto para los procesos de imbibición como drenaje. Las expresiones generalizadas se aplican para rocas mojadas con agua". (pág. 289)

#### 2.14.3.1. Para la fase de agua (Mojante)

$$k_{rw} = \sqrt{S_w^*} S_w^3$$

Donde

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}$$

La expresión anterior es válida tanto para los procesos de imbibición como de drenaje.

### 2.14.3.2. Para la fase no mojante

#### 2.14.3.2.1. Imbibición

$$k_{ro} = \left[ 1 - \left( \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{nmw}} \right) \right]^2$$

#### 2.14.3.2.2. Drenaje

$$k_{ro} = (1 - S_w^*) \left[ 1 - (S_w^*)^{0.25} \sqrt{S_w} \right]^2$$

Donde

$S_{nm}$  = Saturación de la fase no humectante

$S_w$  = Saturación de agua

$S_w^*$  = Saturación efectiva de agua

### 2.14.4. Método de Corey

Este modelo asume que las permeabilidades relativas a la fase mojante y no mojante son independientes de las saturaciones de las otras fases y requiere solo un conjunto único de datos de permeabilidad relativa al petróleo y gas.

**2.14.4.1.** Para arenas no consolidadas durante procesos de drenaje

$$k_{rw} = (1 - S)^2$$

$$k_{ro} = S^3$$

$$S = \frac{S_o}{1 - S_{wi}}$$

**2.14.4.2.** Para arena no consolidadas durante procesos de imbibición:

$$k_{rw} = S^3$$

$$k_{ro} = (1 - S)^3$$

$$S = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}}$$

**2.14.4.3.** Para arenas consolidadas durante procesos de drenaje

$$k_{rw} = (1 - S)^4$$

$$k_{ro} = S^3(2 - S)$$

$$S = \frac{S_o}{1 - S_{wi}}$$

### **2.14.5. Permeabilidad relativa de los datos de Presión Capilar**

Rose y Bruce demostraron que la presión capilar  $p_c$  es una medida de las características fundamentales de la formación y también podría usarse para predecir las permeabilidades

relativas. Sobre la base de los conceptos de tortuosidad, Wyllie y Gradner, desarrollaron la siguiente expresión matemática para determinar la permeabilidad relativa del agua y el aceite de drenaje a partir de los datos de presión capilar: (Ahmed, 2001, pág. 292)

$$k_{rw} = \left( \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}} \right)^2 \frac{\int_{S_{wc}}^{S_w} dS_w / p_c^2}{\int_{S_{wc}}^1 dS_w / p_c^2}$$

$$k_{ro} = \left( \frac{1 - S_w}{1 - S_{wc}} \right)^2 \frac{\int_{S_w}^1 dS_w / p_c^2}{\int_{S_{wc}}^1 dS_w / p_c^2}$$

Wyllie y Gardner presentaron también dos expresiones para generar permeabilidades relativas al petróleo y al gas en presencia de la saturación de agua connata, donde consideraron el agua connata como parte de la matriz, lo que dio como resultado las siguientes expresiones: (Ahmed, 2001, pág. 293)

$$k_{ro} = \left( \frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{or}} \right)^2 \frac{\int_0^{S_o} dS_o / p_c^2}{\int_0^1 dS_o / p_c^2}$$

$$k_{rg} = \left( 1 - \frac{S_o - S_{or}}{S_g - S_{gc}} \right)^2 \frac{\int_{S_o}^1 dS_o / p_c^2}{\int_0^1 dS_o / p_c^2}$$

Donde

$S_{gc}$  = Saturación crítica del gas

$S_{wc}$  = Saturación de agua connata

$S_{or}$  = Saturación residual de petróleo

#### 2.14.6. Permeabilidad relativa para Ecuaciones Analíticas

Según Ahmed (2001) “Estas representaciones analíticas de las fases individuales son empleadas comúnmente en simuladores numéricos. Las formas funcionales empleadas con mayor frecuencia para expresar la permeabilidad relativa y los datos de presión capilar se indican a continuación:” (pág. 294)

##### 2.14.6.1. Sistema Petróleo-Agua

$$k_{ro} = (k_{ro})_{S_{wc}} \left[ \frac{1 - S_w - S_{orw}}{1 - S_{wc} - S_{orw}} \right]^{n_o}$$

$$k_{rw} = (k_{rw})_{S_{orw}} \left[ \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{orw}} \right]^{n_w}$$

$$p_{cwo} = (p_c)_{S_{wc}} \left( \frac{1 - S_w - S_{orw}}{1 - S_{wc} - S_{orw}} \right)^{n_p}$$

### 2.14.6.2. Sistema Gas-Petróleo

$$k_{ro} = (k_{ro})_{S_{gc}} \left[ \frac{1 - S_g - S_{lc}}{1 - S_{gc} - S_{lc}} \right]^{n_{go}}$$

$$k_{rg} = (k_{rg})_{S_{wc}} \left[ \frac{S_g - S_{gc}}{1 - S_{lc} - S_{gc}} \right]^{n_g}$$

$$p_{cgo} = (p_c)_{S_{lc}} \left[ \frac{S_g - S_{gc}}{1 - S_{lc} - S_{gc}} \right]^{n_{pg}}$$

Con

$$S_{lc} = S_{wc} + S_{org}$$

Donde

$S_{lc}$  = Saturación crítica de líquido total

$(k_{ro})_{S_{wc}}$  = Permeabilidad relativa del aceite a la saturación de agua connata

$(k_{ro})_{S_{gc}}$  = Permeabilidad relativa del aceite en la saturación crítica de gas

$S_{orw}$  = Saturación de petróleo residual en el sistema agua-petróleo

$S_{org}$  = Saturación de aceite residual en el sistema gas-petróleo

$S_{gc}$  = Saturación crítica de gas

$(k_{rw})_{s_{orw}}$  = Permeabilidad relativa del agua en el petróleo residual

$n_o, n_w, n_g, n_{go}$  = Exponentes en curvas de permeabilidad relativa

$p_{cwo}$  = Presión capilar de los sistemas agua-petróleo

$(p_c)_{s_{wc}}$  = Presión capilar a la saturación de agua connata

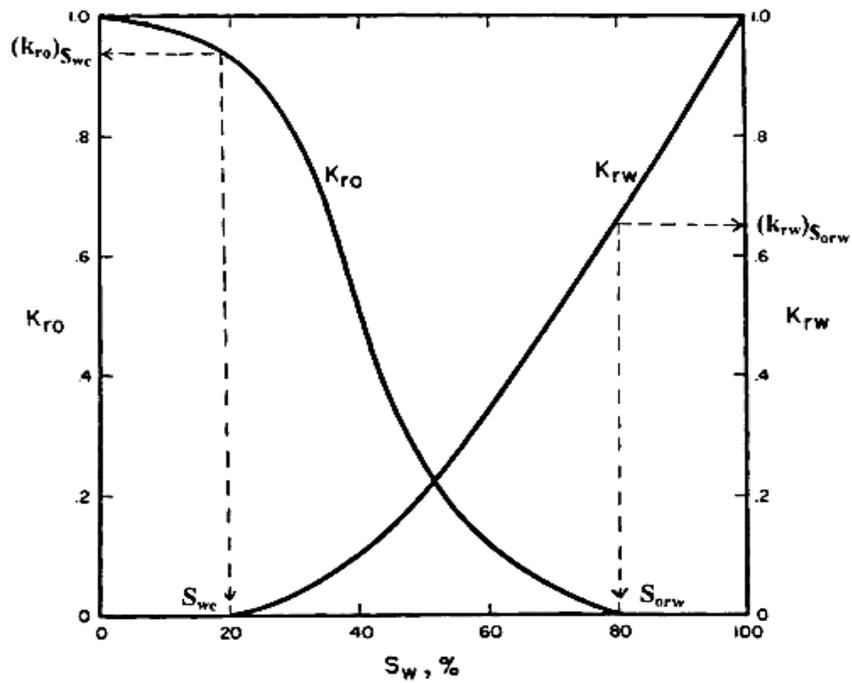
$n_p$  = Exponente de la curva de presión capilar para el sistema agua-petróleo

$p_{cgo}$  = Presión capilar del sistema gas-petróleo

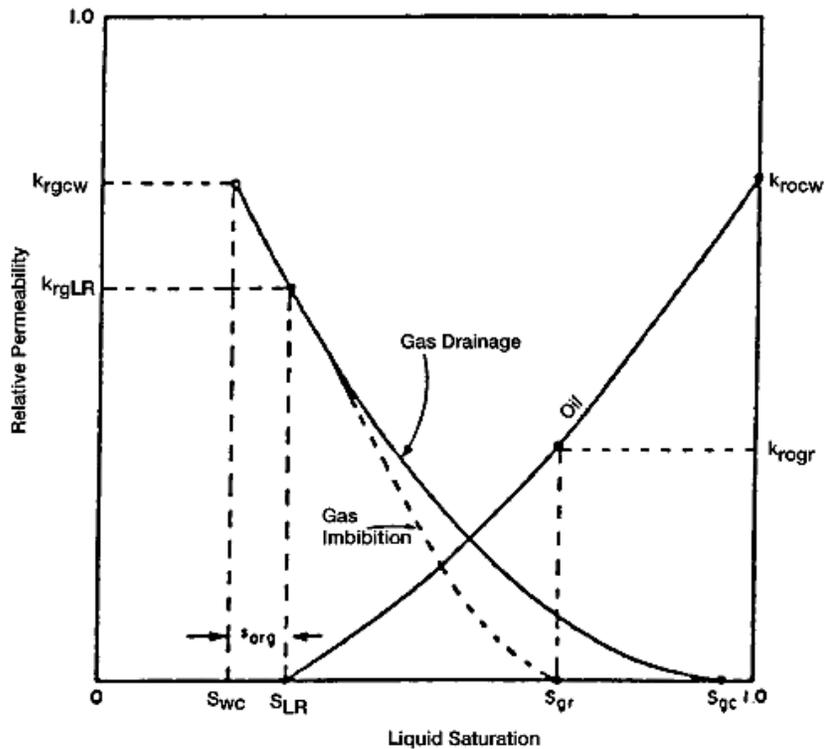
$n_{pg}$  = Exponente de las curva de presión capilar en el sistema gas-petróleo

$(p_c)_{s_{lc}}$  = Presión capilar a la saturación crítica del líquido

Los exponentes y coeficientes de las ecuaciones anteriores, se determinan mediante el método de mínimos cuadrados para coincidir con los datos experimentales o de permeabilidad relativa de campo y presión capilar. Los gráficos 13 y 14, ilustran de manera esquemática las saturaciones críticas claves y los correspondientes valores de permeabilidad relativa que se utilizan en las ecuaciones de  $k_{ro}$  en el sistema agua-petróleo y  $P_{cgo}$  para un sistema gas-petróleo.



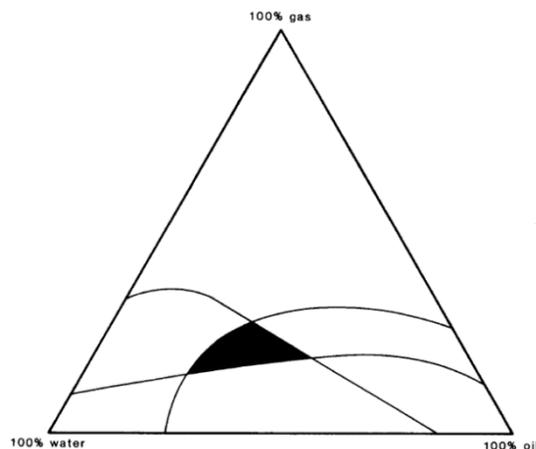
**Gráfico 13.** Curvas de permeabilidades relativas para un sistema agua-petróleo.



**Gráfico 14.** Curvas de permeabilidades relativas para un sistema gas-petróleo.

## 2.15. Permeabilidad Relativa en un Sistema Trifásico

La determinación experimental directa de las propiedades de permeabilidad relativa trifásica es extremadamente difícil e involucra técnicas bastante complejas para determinar la distribución de la saturación del fluido a lo largo del núcleo. Por tal motivo, las características de permeabilidad relativa de dos fases más fáciles de medir se determinan experimentalmente. En un sistema trifásico, se encuentra que la permeabilidad relativa al agua depende solo de la saturación de agua. Aunque el agua solo puede fluir a través de los poros de interconexión más pequeños que están presentes en la roca y pueden acomodar su volumen, no es sorprendente que el flujo de agua no depende de la naturaleza de los fluidos que ocupan los otros poros. De igual manera, la permeabilidad relativa del gas depende solo de la saturación del gas. Este fluido, como el agua, está restringido a un rango particular de tamaños de poros y su flujo no está influenciado por la naturaleza del fluido o fluidos que llenan los poros restantes. (Ahmed, 2001, pág. 311)



**Gráfico 15.** Región de flujo en tres fases.

Generalmente, la permeabilidad relativa de cada fase, agua, gas, y petróleo, en un sistema de tres fases es básicamente relacionada con la saturación existente por las siguientes funciones:

$$k_{rw} = f(S_w)$$

$$k_{rg} = f(S_g)$$

$$k_{ro} = f(S_w, S_g)$$

La función 5-43 (TA E2) es raramente conocida y, por lo tanto, se proponen varios enfoques prácticos y se basan en la estimación de la permeabilidad relativa de tres fases a partir de dos conjuntos de datos de dos fases:

#### **Set 1: Sistema Agua-Petróleo**

$$k_{row} = f(S_w)$$

$$k_{rw} = f(S_w)$$

#### **Set 2: Sistema Petróleo-Gas**

$$k_{rog} = f(S_g)$$

$$k_{rg} = f(S_g)$$

Donde  $k_{row}$  y  $k_{rog}$  se define como la permeabilidad relativa al aceite en el sistema de dos fases agua-petróleo y, de manera similar,  $k_{rog}$  es la permeabilidad relativa del petróleo en sistema de gasóleo. El símbolo  $k_{ro}$  está reservado para la permeabilidad relativa del petróleo en el sistema trifásico.

## 2.16. Correlaciones de Permeabilidades Relativas para Tres Fases

Ahmed (2001) detalla que "Honarpour, Keoderitz y Harvey brindaron un tratamiento integral de las permeabilidades relativas de dos y tres fases. Los autores enumeraron un sinnúmero de correlaciones para estimar las permeabilidades relativas. El enfoque más simple para predecir la permeabilidad relativa a la fase aceite es un sistema trifásico se define como": (Ahmed, 2001, pág. 312)

$$k_{ro} = k_{row}k_{rog}$$

Existen varias correlaciones prácticas y más precisas que se han desarrollado a lo largo de los años, incluyendo:

- Modelo de Corey
- Correlación de Wyllie
- Modelo de Stone I
- Modelo de Stone II
- Correlación Hustad-Holt

### 2.16.1. Modelo de Corey

Describe la medición e interpretación de la permeabilidad relativa de tres fases, se encuentra entre los primeros estudios importantes en esta área. A menudo es tomado en cuenta debido a que tomo en consideración el efecto final y el efecto de histéresis en sus estudios. Muestra las curvas de permeabilidad relativa en diagramas ternarios, los cuales en su momento fueron una novedad.

Tres diagramas ternarios nos muestran las curvas de permeabilidades relativas trifásicas iguales. Las isopermas para agua, gas se muestran con líneas rectas, análogas a las líneas de saturación iguales. Las isopermas para aceite se calcularon de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$k_{ro} = \frac{(S_o - S_w)^3}{(1 - S_{or})^4} (S_w + S_o - 2S_{or})$$

El trabajo de Corey es un método práctico para el cálculo de la permeabilidad al agua en un sistema trifásico basado en las permeabilidades relativas medidas del gas.

### 2.16.2. Correlación de Wyllie

Wyllie propuso las siguientes ecuaciones para las permeabilidades relativas trifásicas en un sistema mojado por agua:

#### 2.16.2.1. En una arenisca cementada, roca vulgar o piedra caliza oolítica:

$$k_{rg} = \frac{S_g^2[(1 - S_{wc})^2 - (S_w + S_o - S_{wc})^2]}{(1 - S_{wc})^4}$$

$$k_{ro} = \frac{S_o^3(2S_w + S_o - 2S_{wc})}{(1 - S_{wc})^4}$$

$$k_{rw} = \left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}\right)^4$$

**2.16.2.2. En arena no consolidada, bien clasificada**

$$k_{rw} = \left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wi}}\right)^3$$

$$k_{ro} = \frac{(S_o)^3}{(1 - S_{wc})^3}$$

$$k_{rg} = \frac{(S_o)^3(2S_w + S_o - 2S_{wc})^4}{(1 - S_{wi})^4}$$

### 2.16.3. Modelo de Stone I

Stone mediante un modelo de probabilidad que desarrolló estimó los datos de permeabilidad relativa de tres fases a partir de los datos de dos fases medidos en el laboratorio.

Este modelo combina la teoría de flujo de canales en medios porosos con conceptos de probabilidad para obtener un resultado simple mediante el cual se determina la permeabilidad relativa al petróleo en presencia del flujo de agua y gas. El modelo tiene en cuenta los efectos de histéresis cuando la saturación de agua y gas cambian en la misma dirección de los dos conjuntos de datos.

El uso de la teoría del flujo de canales implica que la permeabilidad relativa al agua y la presión capilar agua-petróleo en el sistema trifásico son funciones solo de la saturación de agua, independientemente de las saturaciones relativas de petróleo y gas. Stone introdujo las siguientes saturaciones normalizadas: (Ahmed, 2001, pág. 314)

$$S_o^* = \frac{S_o - S_{om}}{(1 - S_{wr} - S_{om})}, \text{ para } S_o \geq S_{om}$$

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wc}}{(1 - S_{wc} - S_{om})}, \text{ para } S_w \geq S_{wc}$$

$$S_g^* = \frac{S_g}{(1 - S_{wc} - S_{om})}$$

La permeabilidad relativa al aceite en un sistema trifásico se define entonces como:

$$k_{ro} = S_o^* \beta_w \beta_g$$

$$k_{ro} = \frac{S_o^* k_{ro(w)} k_{ro(g)}}{k_{ro(wr)} (1 - S_{we}) (1 - S_{ge})}$$

Los dos multiplicadores  $\beta_w$  y  $\beta_g$  se determinan a partir de:

$$\beta_w = \frac{k_{row}}{1 - S_w^*}$$

$$\beta_o = \frac{k_{rog}}{1 - S_g^*}$$

Donde

$S_{om}$  = Saturación mínima de petróleo

$k_{row}$  = Permeabilidad relativa al petróleo según se determina a partir de la permeabilidad relativa de dos fases de aceite y agua en  $S_w$

$k_{rog}$  = Permeabilidad relativa al petróleo según se determina a partir de la permeabilidad relativa de dos fases de gas y petróleo en  $S_g$

La dificultad de utilizar el primer modelo de Stone es seleccionar la saturación mínima de aceite  $S_{om}$ , en las ecuaciones anteriores,  $S_{om}$  es la saturación de aceite residual de tres fases.  $S_{om}$  puede evaluarse por la relación lineal sugerida por Fayers y Matthews (1984).

$$S_{om} = \lambda S_{orw} + (1 - \lambda) S_{org} \quad EC13$$

Donde

$$\lambda = 1 - \frac{S_g}{1 - S_{wc} - S_{org}}$$

En las ecuaciones anteriores,  $S_{orw}$  y  $S_{org}$  son las saturaciones de petróleo residual en los sistemas de dos fases petróleo/agua y petróleo/gas, respectivamente.

Autores como Aziz y Sattari dieron a notar que la correlación de Stone podría dar valores de  $k_{ro}$  mayores que la unidad. Por tal razón sugirieron la siguiente forma normalizada del modelo de Stone:

$$k_{ro} = \frac{S_o^*}{(1 - S_w^*)(1 - S_g^*)} \left( \frac{k_{row}k_{rog}}{(k_{ro})_{scw}} \right)$$

Donde  $(k_{ro})_{scw}$  es el valor de la permeabilidad relativa del petróleo en la saturación de agua connata según se determina a partir del sistema de permeabilidad relativa de petróleo-agua. Se debe tener en cuenta que generalmente se asume que las curvas  $k_{rg}$  y  $k_{rog}$  se miden en presencia de agua connata.

#### 2.16.4. Modelo de Stone II

Años más tarde, Stone introdujo un nuevo modelo trifásico con el objetivo de predecir las permeabilidades relativas, por lo que la ecuación EC15 nos muestra una versión normalizada de Stone II (Dietrich, 1979):

$$k_{ro} = (k_{ro})_{S_{wc}} \left[ \left( \frac{k_{row}}{(k_{ro})_{S_{wc}}} + k_{rw} \right) \left( \frac{k_{rog}}{(k_{ro})_{S_{wc}}} + k_{rg} \right) - (k_{rw} + k_{rg}) \right]$$

Donde  $(k_{ro})_{S_{wc}}$  es la permeabilidad relativa del petróleo en el punto final en un sistema de dos fases agua/petróleo a una saturación irreducible.

Para examinar Stone I en comparación con otros datos experimentales, se necesitan curvas de permeabilidad relativa de agua y gas en dos fases durante la inundación de petróleo,  $k_{rw}$  y  $k_{rg}$ , además de las curvas de permeabilidad relativa de petróleo en dos fases,  $k_{ro}$  y  $k_{ro}$ , que se han empleado en modelos anteriores.

### 2.16.5. Correlación de Hustad-Holt

Hustad y Holt modificaron el Modelo de Stone I cuando introdujeron un término exponente  $n$  a las saturaciones normalizadas para dar:

$$k_{ro} = \left[ \frac{k_{row}k_{rog}}{(k_{ro})_{S_{wc}}} \right] (\beta)^n$$

Donde

$$\beta = \frac{S_o^*}{(1 - S_w^*)(1 - S_g^*)}$$

$$S_o^* = \frac{S_o - S_{om}}{1 - S_{wc} - S_{om} - S_{gc}}$$

$$S_g^* = \frac{S_g - S_{gc}}{1 - S_{wc} - S_{om} - S_{gc}}$$

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{om} - S_{gc}}$$

El término  $\beta$  puede ser interpretado como una variable que oscila entre 0 y 1 para las saturaciones de petróleo bajas y altas, respectivamente. Si el exponente  $n$  es 1, la correlación es idéntica al primer modelo de Stone. El aumento de  $n$  por encima de la unidad hace que las isopermas del aceite a bajas saturaciones de petróleo se propaguen entre sí. Los  $n$  valores por debajo de la unidad tienen el efecto contrario.

### 2.16.6. Modelo Black Oil

Mediante este modelo es posible desarrollar ecuaciones básicas para el flujo simultáneo de tres fases, como son, gas, petróleo y agua, a través de un medio poroso. Como es conocido, se suele asumir que la masa no es transferible entre fases, así que este modelo suaviza este supuesto.

Se supone que los componentes de hidrocarburos se dividen en un componente gas y otro de petróleo en un tanque de reserva a presión y temperatura estándar, y que no se produce una transferencia de más entre la fase de agua y las otras dos fases, petróleo y gas.

Para que sea posible reducir esta confusión, se distingue entre fases y componentes de manera minuciosas. Se debe tener en cuenta que la fase agua solo la compone el agua, y que el subíndice  $s$  indica condiciones estándar. Las ecuaciones de conservación se deben aplicar, sin embargo debido al intercambio de masa entre las fases de petróleo y gas, la masa no se conserva dentro de cada fase, sino que la masa total de cada componente debe conservarse:

$$\frac{\partial(\phi\rho_w S_w)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_w u_w) + q_w$$

Para el componente de agua,

$$\frac{\partial(\phi\rho_{Oo} S_{wo})}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_o u_o) + q_o$$

Para el componente de petróleo, y

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi(\rho_{Go} S_o + \rho_g S_g)) = -\nabla \cdot (\rho_{Go} u_o + \rho_g u_g) + q_G$$

Para el componente de gas, donde  $\rho_{Oo}$  y  $\rho_{Go}$  indican las densidades parciales de los componentes de petróleo y gas en la fase de petróleo, respectivamente. La Ec (anterior) implica que el componente de gas puede existir tanto en la fase de petróleo como en la de gas. La ley de Darcy para cada fase está escrita en la forma habitual.

$$u_{\infty} = -\frac{1}{\mu_{\infty}} k_{\infty} (\nabla p_{\infty} - \rho_{\infty} \delta \nabla z)$$

$$\infty = w, o, g$$

El hecho de que las tres fases llenen el espacio vacío de forma conjunta viene dado por la ecuación

$$S_w + S_o + S_g = 1$$

Finalmente, las presiones de fase están relacionadas por presiones capilares

$$p_{cow} = p_o - p_w$$

$$p_{cgo} = p_g - p_o$$

No es necesario definir una tercera presión capilar, ya que se puede definir en términos de  $p_{cow}$  y  $p_{cgo}$ .

## **2.17. Histéresis en medios porosos**

La histéresis posee un efecto pronunciado en la predicción del rendimiento en el campo y la economía del proyecto para:

- La recuperación de hidrocarburos en la zona de transición.
- El almacenamiento de carbono geológico.
- Los proyectos que imponen varias variaciones en el historial de saturación.

Por otro lado afecta a varios parámetros, los cuales incluyen:

- El factor de recuperación de hidrocarburos.
- La tasa de agotamiento.
- El contenido del inventario de gas.

En el estudio de flujo de fluidos en medios porosos, se han encontrado cuatro características que muestran un comportamiento irreversible y dependiente de esta, entre los que se encuentran:

- Permeabilidad relativa.
- Presión capilar.
- Resistividad eléctrica.

- Generación y flujo de espuma.

Para este trabajo se empleó una revisión de la histéresis de dos y tres fases en la permeabilidad relativa.

### **2.18. Histéresis en Permeabilidad Relativa**

La permeabilidad relativa depende de la historia de la saturación, por lo cual la histéresis puede inducir una discrepancia entre la permeabilidad relativa de la fase en los procesos de saturación de fase en aumento y en disminución, por lo que esta tendencia de irreversibilidad aumenta a medida que aumenta el número de fases in situ.

Existen pruebas de laboratorio y de campo en donde se demuestra que, dependiendo del estado de humectabilidad, la fase de gas, petróleo o agua mostraron variaciones en su permeabilidad relativa a la saturación de fase idéntica pero a diferentes historiales de saturación.

En el flujo de dos fases la histéresis contribuye principalmente a la variación de la permeabilidad relativa de la fase cuando cambia la dirección de saturación de una fase. En el flujo multifásico, este efecto es más complicado a medida que aumenta el grado de saturación de la trayectorias en comparación con las dos fases, por otro lado, también es más pronunciado para las fases menos húmedas.

Dependiendo del historial de saturación da como resultado curvas de exploración en el espacio de saturación de permeabilidad relativa debido al hecho de que, dependiendo del punto de inversión de saturación, la cantidad total de atrapamiento de fase difiere, en dicha fase, la

permeabilidad relativa depende de la saturación libre, las muestras consolidadas y no consolidadas muestran diferentes comportamientos de irreversibilidad.

Al comparar la permeabilidad relativa del fluido no humectante en los procesos de saturación creciente y decreciente a un valor de saturación designado, la estructura de poros también afecta el nivel del efecto de histéresis. Las rocas consolidadas comúnmente representan una permeabilidad relativa disminuida en el proceso de saturación decreciente relacionada con la captura de fase elevada en el proceso de saturación decreciente, sin embargo, las muestras no consolidadas han mostrado un aumento del valor de la permeabilidad relativa de la sección de saturación decreciente en comparación con el proceso de saturación creciente.

### **2.18.1. Modelamiento de Histéresis en Permeabilidad Relativa**

En la actualidad es posible encontrar un sinnúmero de modelos empíricos para capturar el impacto del historial de saturación en la permeabilidad relativa y en la presión capilar. Una característica estándar que ha sido propuesta por los modelos de dos fases es la suposición de reversibilidad de las curvas de permeabilidad relativa donde la curva de saturación primaria decreciente es representativa de cualquier proceso subsiguiente de aumento de la saturación. Sin embargo, los modelos de histéresis trifásicos predicen las curvas de permeabilidad relativa dependientes del ciclo donde cada ciclo tiene un conjunto designado de curvas para los procesos de saturación de fase en aumento y en disminución.

Estos modelos predicen un comportamiento de histéresis irreversible impuesto por la dependencia de la ruta de saturación.

## **CAPÍTULO III**

### **3. ANÁLISIS DE MODELOS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS**

En este capítulo se desarrollará un análisis de cada una de las correlaciones expuesta en el capítulo II para los modelos de permeabilidades relativas en sistemas bifásicos y trifásicos, respectivamente, de tal manera que pueda establecerse la diferencia entre cada uno de ellos dando a conocer su aplicabilidad según los parámetros requeridos para su uso ya que de esto dependerán los resultados obtenidos que serán de gran importancia en la interpretación que sea dada por parte del personal a cargo de la operación, permitiendo escoger el proceso de recuperación adecuado para la operación en el yacimiento que nos proporcionará una mayor producción de hidrocarburos.

#### **3.1. Análisis de Modelos de Permeabilidad Relativa en Sistemas Bifásicos**

Generalmente, los datos de muestras reales del reservorio no están disponibles, por tal razón es necesario emplear otros métodos para su obtención, entre los que encontramos correlaciones desarrolladas mediante simulaciones numéricas, los cuales pueden considerarse modelos simples como lineal y cuadrático, que no necesariamente representan físicamente lo que ocurre en el yacimiento. Por otro lado, se han desarrollado modelos más complejos que fueron desarrollados a partir de experimentos de laboratorio. En la práctica, las permeabilidades relativas varían en cada caso por lo que se realizan experimentos en muestras y se tienen puntos discretos de la función, de los cuales a partir de un método numérico adecuado, se obtienen funciones de permeabilidades relativas.

Sabiendo que  $S_o + S_w = 1$ , se tiene la dependencia de una de las dos fases, en este caso para describir las ecuaciones que describen las permeabilidades relativas se ha seleccionado la dependencia de la saturación del petróleo con respecto a la saturación de agua, esto es:  $S_o(S_w) = 1 - S_w$ . Lo que implica la siguiente dependencia de las derivadas.

$$\frac{\partial S_o(S_w)}{\partial S_w} = -1$$

$$\frac{\partial k_{ro}(S_o(S_w))}{S_w} = -\frac{\partial k_{ro}}{\partial S_o}$$

### 3.1.1. Correlación de Wyllie and Gardner

Wyllie en su manual de producción de petróleo, sugirió el empleo de ecuaciones simples para el cálculo de permeabilidad relativa para un sistema de agua y petróleo, y gas petróleo, para el drenaje en arenas consolidadas y no consolidadas, así como en las rocas calizas oolíticas.

$$k_{ro} = \left( \frac{1 - S_w}{1 - S_{wi}} \right)^3$$

$$k_{rw} = \left( \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}} \right)^3$$

Derivadas

$$\frac{\partial(k_{ro}(S_w))}{\partial(S_w)} = -\frac{3 \left( \frac{1 - S_w}{1 - S_{wi}} \right)^3}{1 - S_{wi}}$$

$$\frac{\partial(k_{rw}(S_w))}{\partial(S_w)} = \frac{3(S_w - S_{wi})^2}{(1 - S_{wi})^3}$$

### 3.1.2. Correlación de Tocarso y Wyllie

En esta correlación se comprobó las relaciones de permeabilidad relativa gas-petróleo calculadas por la ecuación de Corey con las obtenidas por Wahl para varias saturaciones de agua irreductible. Esta comparación sugirió que el trabajo de Corey era teóricamente correcto, debido a que coincidía con los valores obtenidos de las mediciones de campo de Wahl.

Derivadas

### 3.1.3. Correlación de Pirson

Pirson derivó ecuaciones de consideraciones petrofísicas para la permeabilidad relativa de la fase mojante y la fase no mojante, agua humectante, rocas granulares para procesos de drenaje e imbibición.

La permeabilidad relativa del agua para un ciclo de drenaje está dada por la siguiente ecuación:

$$k_{ro} = (1 - S_w^*) [1 - (S_w^*)^{0.25} \sqrt{S_w}]^2$$
$$k_{ro} = \left(1 - \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}\right) \left[1 - \left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}\right)^{0.25} \sqrt{S_w}\right]^2$$
$$k_{ro} = \left(\frac{1 - S_w}{1 - S_{wc}}\right) \left[1 - \left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}\right)^{0.25} \sqrt{S_w}\right]^2$$
$$k_{rw} = \sqrt{S_w^*} S_w^3$$
$$k_{rw} = \sqrt{\left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}\right)} S_w^3$$

Derivadas

$$\frac{\partial(k_{ro}(S_w))}{\partial(S_w)} = 2 \left( \frac{1 - S_w}{1 - S_{wc}} \right) \left( - \frac{0.25\sqrt{S_w}}{(1 - S_{wc})^4 \sqrt{\left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}\right)^3}} - \frac{0.5^4 \sqrt{\left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}\right)}}{\sqrt{S_w}} \right) \left( 1 - \sqrt{S_w}^4 \sqrt{\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}} \right) - \frac{\left( 1 - \sqrt{S_w}^4 \sqrt{\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}} \right)^2}{1 - S_{wc}}$$

$$\frac{\partial(k_{rw}(S_w))}{\partial(S_w)} = \frac{0.5S_w^3}{(1 - S_{wc})\sqrt{\left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}\right)}} + 3S_{wc}^2 \sqrt{\left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}}\right)}$$

### 3.1.4. Método de Corey

Mediante un estudio basado en la combinación del trabajo previamente desarrollado por Purcell y Burdine, Corey desarrolló un método que fue de mayor aceptación debido a la simplicidad que implicaba su aplicación.

Una de las ventajas es que para su aplicación se necesitan pocos datos de entrada, debido a que la saturación de petróleo residual es el único parámetro necesario para desarrollar un grupo de curvas de permeabilidad relativa, y se aplica de manera fácil a medios porosos consolidados y con porosidad intergranular.

En ocasiones sus ecuaciones son usadas para el cálculo de la permeabilidad relativa en yacimientos sujetos a procesos de drene o inyección de gas.

Corey también realizó el gráfico de varios cientos de curvas de presión capilar-saturación para rocas consolidadas y únicamente una pocas de ellas cumplieron un ajuste lineal supuesto en el modelo, aunque, comparando las permeabilidades relativas predichas por este, con los valores experimentales para un número significativo de muestras, se pudo observar una estrecha relación, demostrando que las permeabilidades relativas que fueron calculadas no son muy sensibles a la formas de las curvas de presión capilar.

Se ha podido concluir mediante la aplicación de las ecuaciones desarrolladas por Corey que estas no son válidas para cuando la estratificación, canales de disolución, fracturas o consolidaciones muy fuertes están presentes.

A continuación presentaremos las derivadas para las permeabilidades relativas del agua y el petróleo con respecto a la saturación de petróleo.

#### 3.1.4.1. Para arenas no consolidadas durante procesos de drenaje

$$k_{rw} = \left(1 - \frac{S_o}{1 - S_{wi}}\right)^2$$

$$k_{rw} = \left(1 - \frac{1 - S_w}{1 - S_{wi}}\right)^2$$

$$k_{rw} = \left(\frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}}\right)^2$$

$$\frac{\partial k_{rw}}{\partial S_w} = \frac{2(S_w - S_{wi})}{(1 - S_{wi})^2}$$

$$k_{ro} = \left( \frac{S_o}{1 - S_{wi}} \right)^3$$

$$k_{ro} = \left( \frac{1 - S_w}{1 - S_{wi}} \right)^3$$

$$\frac{\partial k_{ro}}{\partial S_w} = \frac{3(1 - S_w)^2}{(1 - S_{wi})^3}$$

**3.1.4.2.** Para arena no consolidadas durante procesos de imbibición:

$$k_{rw} = \left( \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}} \right)^3$$

$$\frac{\partial k_{rw}}{\partial S_w} = \frac{3(S_w - S_{wi})^2}{(1 - S_{wi})^3}$$

$$k_{ro} = \left( 1 - \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}} \right)^3$$

$$k_{ro} = \left( \frac{1 - S_w}{1 - S_{wi}} \right)^3$$

$$\frac{\partial k_{ro}}{\partial S_w} = \frac{3(1 - S_w)^2}{(1 - S_{wi})^3}$$

**3.1.4.3.**

Para arenas consolidadas durante procesos de drenaje

$$k_{rw} = \left(1 - \frac{S_o}{1 - S_{wi}}\right)^4$$

$$k_{rw} = \left(1 - \frac{1 - S_w}{1 - S_{wi}}\right)^4$$

$$k_{rw} = \left(\frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}}\right)^4$$

$$\frac{\partial k_{rw}}{\partial S_w} = \frac{4(S_w - S_{wi})^3}{(1 - S_{wi})^4}$$

$$k_{ro} = \left(\frac{S_o}{1 - S_{wi}}\right)^3 \left(2 - \frac{S_o}{1 - S_{wi}}\right)$$

$$k_{ro} = \left(\frac{1 - S_w}{1 - S_{wi}}\right)^3 \left(2 - \frac{1 - S_w}{1 - S_{wi}}\right)$$

$$k_{ro} = \left(\frac{1 - S_w}{1 - S_{wi}}\right)^3 \left(\frac{1 + S_w - 2S_{wi}}{1 - S_{wi}}\right)$$

$$\frac{\partial k_{ro}}{\partial S_w} = \frac{(1 - S_w)^3}{(1 - S_{wi})^4} - \frac{3(1 - S_w)^2(1 + S_w - 2S_{wi})}{(1 - S_{wi})^4}$$

### **3.2. Análisis de modelos de Permeabilidad Relativa en Sistemas Trifásicos**

Este tipo de sistemas se presenta cuando la saturación de agua es más alta que el nivel irreducible, y el petróleo y el gas también están presentes como fases móviles. Los datos tomados de estudios de permeabilidades relativas para tres fases son frecuentemente requeridos en la industria para procesos como inyección de dióxido de carbono, la combustión in situ, el impulso de vapor, la inyección de fluido micelar y la inyección con nitrógeno.

Es posible determinar que los factores que influyen en el flujo en sistemas de dos fases móviles son aplicables a los sistemas trifásicos, tanto que es posible suponer que todo reservorio de petróleo está constituido por sistemas trifásicos, incluidos un sistema petróleo-gas, esto debido a que se puede considerar que la fase agua se encuentra inmóvil.

Determinar las funciones de permeabilidades relativas para sistemas trifásicos, es realmente complejo, motivo por el cual la mejor forma de obtenerlas es mediante experimentos de laboratorio, que conlleva mucho tiempo e inversión económica, por lo cual han sido desarrollados modelos de permeabilidades relativas para sistemas trifásicos a partir de una interpolación de modelos de permeabilidades relativas para sistemas bifásicos, sean estos petróleo-agua como petróleo-gas.

#### **3.2.1. Modelo de Corey**

Basándose en el estudio aplicado a una salmuera de cloruro de calcio, en el cual minimizaron los efectos finales de los capilares al utilizar núcleos con membranas semipermeables montadas en cada extremo, a su vez, remidieron saturaciones gravimétricamente y fueron evitados los efectos de histéresis utilizando núcleos separados para cada medición no utilizando así el mismo

núcleo restaurado. Concluyendo inicialmente que cuando las saturaciones de las fases de humectación eran iguales, la permeabilidad relativa de la fase de no humectación,  $k_{rn}$ , no se modificaba, esto era independiente de si la fase de humectación era de petróleo o gas.

Las isopermas de petróleo de Corey son similares a las obtenidas por Leverett y Lewis, con la excepción que las de Corey poseen una mayor curvatura.

Se destaca también que la permeabilidad relativa al agua no fue medida, mas, se calculó asumiendo que era una función de la saturación de agua sola y que la permeabilidad del agua en un sistema mojado por agua era la misma que la permeabilidad del aceite en un sistema de mojado por petróleo.

Es importante señalar que los datos de Corey son para un drenaje de petróleo en un sistema gas petróleo.

Derivada de la función de Corey para flujo de tres fases

$$\frac{\partial(kro(S_w))}{\partial S_w} = -\frac{6(1 - 2S_{ro})(1 - 2S_w)^2}{(1 - S_{or})^4}$$

### 3.2.2. Modelo de Stone I

Mediante el primer modelo que propuso Stone podemos hacer estimaciones de sistemas de tres fases, tomando como referencia modelos de dos fases previamente obtenidos en el laboratorio. Es posible determinar la permeabilidad relativa del petróleo en presencia de flujo de agua y gas mediante una combinación de la teoría de flujo de canales en medios porosos, lo cual implica que la permeabilidad relativa al agua y la presión capilar petróleo-agua en el sistema

trifásico son solo funciones de la saturación de agua, independientemente de las saturaciones relativas de petróleo y gas, con conceptos de probabilidad obteniendo así un resultado simple.

A su vez, sugirió que una saturación de petróleo residual diferente de cero existe cuando el petróleo es desplazado simultáneamente por el agua y gas. También se debe tomar en cuenta que la saturación mínima de petróleo es diferente de la saturación crítica de aceite en un sistema agua-petróleo y la saturación de aceite residual en el sistema gas petróleo.

Derivada de permeabilidad relativa al petróleo con respecto a la saturación de agua está dada por:

$$\frac{\partial (k_{ro}(S_w, S_g))}{\partial S_w} = k_{rocw} \left( \frac{\partial S_o^*}{\partial S_w} \right) \beta_w \beta_g + k_{rocw} S_o^* \left( \frac{\partial \beta_w}{\partial S_w} \right) \beta_g$$

Derivada de la permeabilidad relativa al petróleo con respecto a la saturación de gas está dada por:

$$\frac{\partial (k_{ro}(S_w, S_g))}{\partial S_g} = k_{rocw} \left( \frac{\partial S_o^*}{\partial S_g} \right) \beta_w \beta_g + k_{rocw} S_o^* \beta_w \left( \frac{\partial \beta_g}{\partial S_w} \right)$$

### 3.2.3. Modelo de Stone II

En este modelo la separación de la saturación de petróleo residual no es requerida, la permeabilidad relativa al petróleo está dada por la expresión.

$$k_{ro}(S_w, S_g) = k_{rocw} \left[ \left( \frac{k_{row}(S_w)}{k_{rocw}} + k_{rw}(S_w) \right) \left( \frac{k_{rog}(S_g)}{k_{rocg}} + k_{rg}(S_g) \right) - \left( k_{rw}(S_w) + k_{rg}(S_g) \right) \right]$$

Cuando la ecuación retorna un valor negativo, la permeabilidad relativa es considerada cero.

Derivada de la permeabilidad relativa al petróleo con respecto a la saturación de agua está dada por

$$\begin{aligned} \frac{\partial (k_{ro}(S_w, S_g))}{\partial S_w} &= k_{rocw} \left[ \left( \frac{\partial k_{row}(S_w)}{\partial S_w} \left( \frac{1}{k_{rocw}} \right) + \frac{\partial k_{rw}(S_w)}{\partial S_w} \right) \left( \frac{k_{rog}(S_g)}{k_{rocg}} + k_{rg}(S_g) \right) - \frac{\partial k_{rw}(S_w)}{\partial S_w} \right] \end{aligned}$$

Derivada de la permeabilidad relativa al petróleo con respecto a la saturación de gas está dada por

$$\begin{aligned} & \frac{\partial (k_{ro}(S_w, S_g))}{\partial S_g} \\ &= k_{rocw} \left[ \left( \frac{k_{row}(S_w)}{k_{rocw}} + k_{rw}(S_w) \right) \left( \frac{\partial (k_{rog}(S_g))}{\partial S_g} \left( \frac{1}{k_{rocg}} \right) + \frac{\partial k_{rg}(S_g)}{\partial S_g} \right) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\partial k_{rg}(S_g)}{\partial S_g} \right] \end{aligned}$$

### 3.2.4. Correlación de Hustad-Hold

La correlación de Hustad-Hold puede ser presentada de la siguiente manera cuando se reemplaza cada uno de sus términos:

$$k_{ro} = \left( \frac{k_{row}k_{rog}}{(k_{ro})_{S_{wc}}} \right) (\beta)^n$$

$$k_{ro} = \left( \frac{k_{row}k_{rog}}{(k_{ro})_{S_{wc}}} \right) \left( \frac{S_o^*}{(1 - S_w^*)(1 - S_g^*)} \right)^n$$

Como sigue

$$k_{ro} = \left( \frac{k_{row}k_{rog}}{(k_{ro})_{S_{wc}}} \right) \left( \frac{\left( \frac{S_o - S_{om}}{1 - S_{wc} - S_{om} - S_{gc}} \right)}{\left( \frac{1 - S_{om} - S_{gc} - S_w}{1 - S_{wc} - S_{om} - S_{gc}} \right) \left( \frac{1 - S_{om} - S_{wc} - S_g}{1 - S_{wc} - S_{om} - S_{gc}} \right)} \right)^n$$

$$k_{ro} = \left( \frac{k_{row}k_{rog}}{(k_{ro})_{S_{wc}}} \right) \left( \frac{(S_o - S_{om})(1 - S_{wc} - S_{om} - S_{gc})}{(1 - S_{om} - S_{gc} - S_w)(1 - S_{om} - S_{wc} - S_g)} \right)^n$$

$$k_{ro} = \left( \frac{k_{row}k_{rog}}{(k_{ro})_{S_{wc}}} \right) \left( \frac{(1 - S_w - S_{om})(1 - S_{wc} - S_{om} - S_{gc})}{(1 - S_{om} - S_{gc} - S_w)(1 - S_{om} - S_{wc} - S_g)} \right)^n$$

Derivada

$$\frac{\partial k_{ro}}{\partial S_w} = \left( \frac{k_{row}k_{rog}}{(k_{ro})_{S_{wc}}} \right) \left( \frac{\left( \frac{(S_{om} + S_w - 1)(S_{gc} + S_{om} + S_{wc} - 1)}{(S_{gc} + S_{om} + S_w - 1)(S_g + S_{om} + S_{wc} - 1)} \right)^n}{(S_{om} + S_w - 1)(S_{gc} + S_{om} + S_w - 1)} \right)$$

$$\frac{\partial k_{ro}}{\partial S_g} = \left( \frac{k_{row}k_{rog}}{(k_{ro})_{S_{wc}}} \right) \left( \frac{\left( \frac{(S_{om} + S_g - 1)(S_{gc} + S_{om} + S_{wc} - 1)}{(S_{gc} + S_{om} + S_g - 1)(S_g + S_{om} + S_{wc} - 1)} \right)^{n+1}}{(S_{om} + S_g - 1)^2 (S_{gc} + S_{om} + S_{wc} - 1)} \right) \left( (S_{om} + S_g - 1)^2 - S_{gc}S_{wc} \right)$$

## CAPÍTULO IV

### 4. RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA

En la simulación numérica de yacimientos se utilizan métodos como el de diferencias finitas o elementos finitos para resolver los sistemas de ecuaciones diferenciales parciales que se generan para el cálculo de la presión o el flujo, para el planteamiento de mencionado sistema de ecuaciones es necesario obtener las derivadas de cada uno de los términos con respecto a cada una de las variables, es por esto que es importante desde el punto de vista numérico calcular las derivadas de los modelos de permeabilidades relativas con respecto a las saturaciones.

En este capítulo se realizarán simulaciones con el método de diferencias finitas (simulador IMEX - CMG) para lo cual se necesita evaluar las derivadas de las funciones de permeabilidades relativas en distintas saturaciones, por otro lado, se evaluarán los mismos datos en la simulación numérica desarrollada en el software Wolfram Mathematica 12, estableciendo de esta forma un análisis comparativo entre ambas simulaciones numéricas que nos permitirá escoger el modelo más óptimo a emplear.

#### 4.1. Resultados del modelo desarrollado en Wolfram Mathematica 12 vs IMEX-CMG.

A continuación, se presentaran los resultados obtenidos para cada una de las correlaciones empleadas en el desarrollo del modelo matemático.

##### 4.1.1. Correlación de Wyllie and Gardner

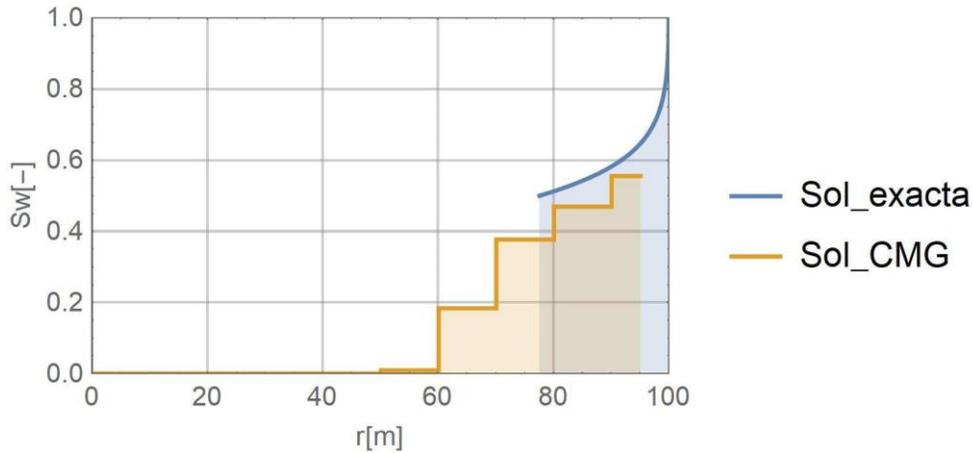
Para la correlación de Wyllie and Garder se presentan a continuación curvas de Avance del Frente de Agua para diferentes días, Producción Acumulada y Producción Instantánea, respectivamente.

Sw	Kro	krw
0	1	0
0,1	0,729	0,001
0,2	0,512	0,008
0,3	0,343	0,027
0,4	0,216	0,064
0,5	0,125	0,125
0,6	0,064	0,216
0,7	0,027	0,343
0,8	0,008	0,512
0,9	0,001	0,729
1	0	1

**Tabla 1.** Permeabilidades Relativas para Correlación de Wyllie and Gardner.

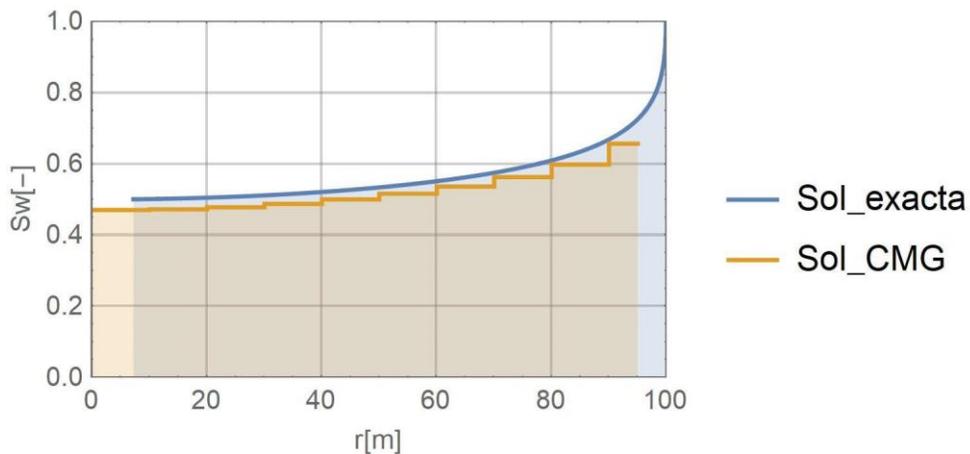
##### 4.1.1.1. Curvas de Avance de Frente de agua según el tiempo.

Para un tiempo de 30 días, en el Gráfico 16 se realiza la comparación entre las simulación numérica desarrollada en Mathematica 12 y IMEX-CMG, en donde podemos denotar, que la primera muestra un radio de alcance menor, aproximado de 78 m del radio del pozo, mientras que la segunda tiene un alcance mayor de 50 m al radio del pozo.



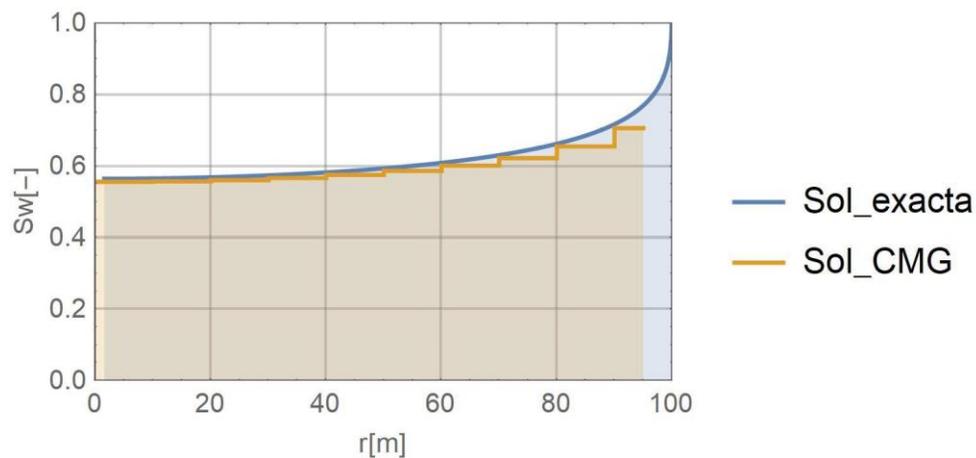
**Gráfico 16.** Curvas de avance frontal de agua a 30 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

Para un tiempo de 75, en el Gráfico 17 se realiza la comparación entre los modelos de simulación numérica antes citados, en donde podemos denotar, que la primera muestra un radio de alcance menor, aproximado de 7.5 m, mientras que la segunda nos muestra que el frente de agua prácticamente ha alcanzado el pozo, y se podría concluir que se está produciendo agua.



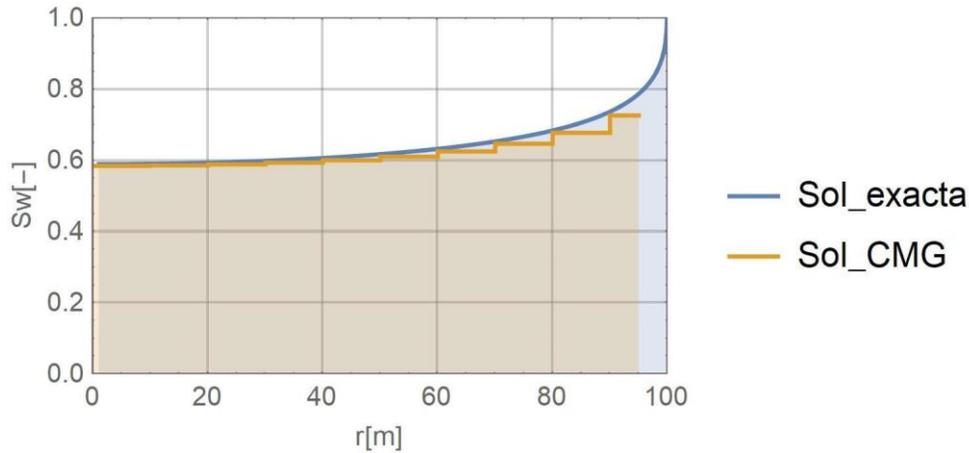
**Gráfico 17.** Curvas de avance frontal de agua a 75 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

En el gráfico 18 podemos denotar que a 133 días, según la solución exacta, aun el frente de agua no ha llegado al pozo, estando en un valor aproximado de 2m al radio del pozo, mientras que los datos aplicados en IMEX, no muestra ya desde el tiempo de 75 que se encuentra produciendo agua el pozo.



**Gráfico 18.** Curvas de avance frontal de agua a 133 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

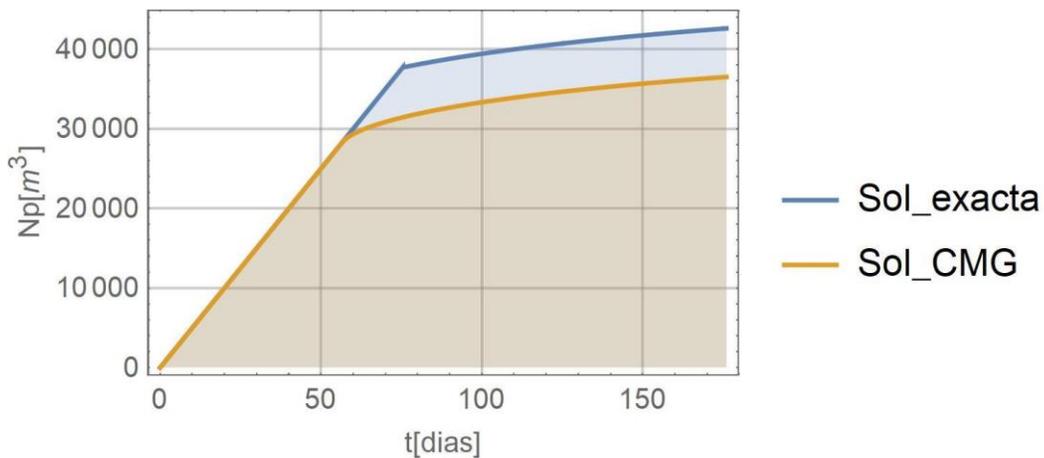
El gráfico 19 nos muestra que, para la solución exacta, el frente de agua aún no ha llegado al pozo, habiendo transcurrido 170 días desde el inicio de la inyección de agua, mientras que como anteriormente se describió, la curva desarrollada por IMEX, nos muestra que la producción agua se mantiene, pero a su vez existe una variación en el valor de Saturación de Agua que aumenta a aproximadamente 0.56.



**Gráfico 19.** Curvas de avance frontal de agua a 170 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

#### 4.1.1.2. Curva de Producción Acumulada

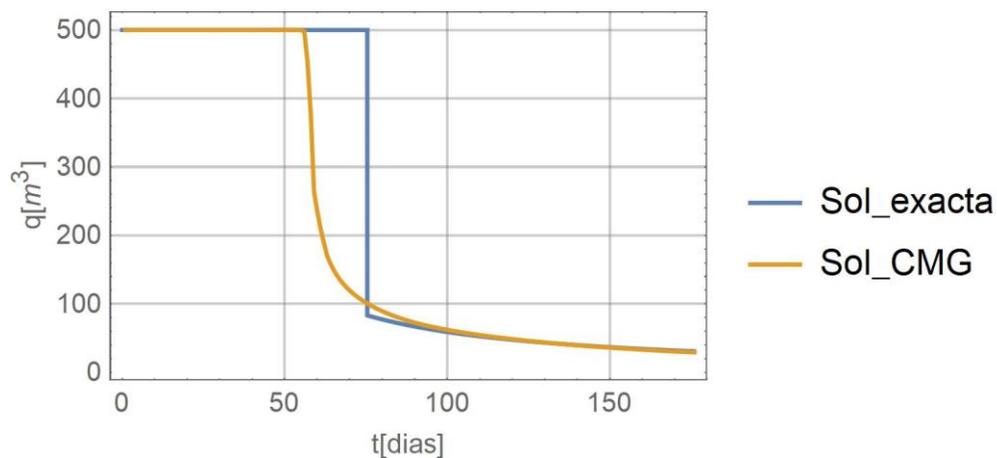
En el gráfico 20 se muestran las curvas de producción acumulada obtenidas por la simulación numérica desarrollada en Mathematica 12, solución exacta, y el desarrollado por IMEX-CMG, en el cual podemos determinar que  $t_{bt}$  se produce en el día 76, mientras que la producción de petróleo a dicho día es igual a  $37661.3 \text{ m}^3$ , mientras que los resultados obtenidos en IMEX varían, dándonos como resultados que el  $t_{bt}$  se ha producido a 55 días, mientras que a este tiempo nos muestra que la producción acumulada es igual a  $27294.2 \text{ m}^3$ .



**Gráfico 20.** Curvas de Producción Acumulada Correlación de Wyllie and Gardner (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

#### 4.1.1.3. Curva de Producción Instantánea

En el gráfico 21, se muestran las curvas de producción acumuladas obtenidas en la simulación desarrollada y la aplicación de IMEX-CMG, en donde se observa, y basados en los resultados obtenidos en el gráfico anterior, el tbt se produce en el día 76, a su vez se determina que la producción de petróleo cae de manera abrupta, de 500 a aproximadamente  $80m^3$  en dicho día, mientras que en IMEX se muestra que la curva ha sido suavizada y la caída de la tasa de producción, se produce en un tiempo mayor desde el tbt.



**Gráfico 21.** Curvas Producción Instantánea, Correlación de Wyllie and Gardner (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

#### 4.1.2. Correlación de Pirson

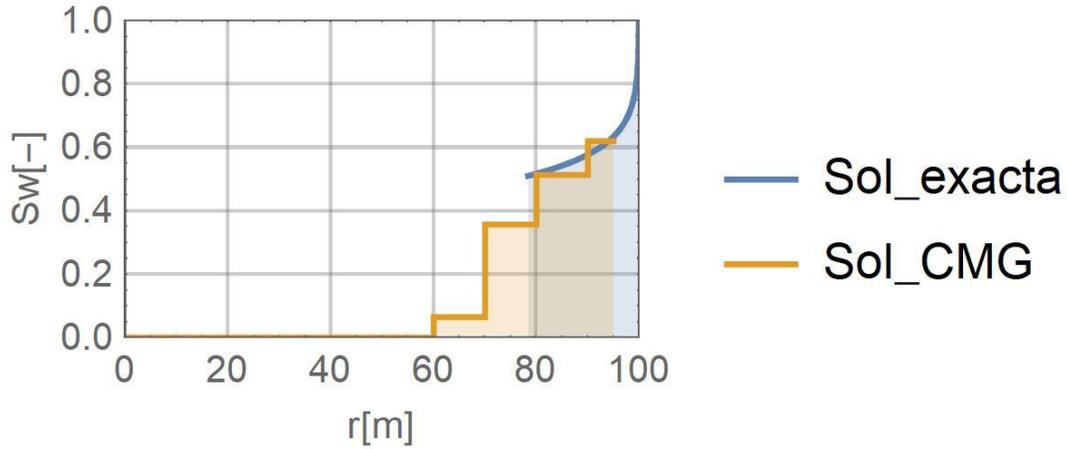
Como anteriormente se realizó para la correlación de Wyllie and Garder, esta vez se tomó en cuenta el modelo de Pirson para su estudio, así mismo se presentan a continuación curvas de Avance del Frente de Agua para diferentes días, Producción Acumulada y Producción Instantánea, respectivamente.

Sw	Kro	Krw
0	1,0000	0,0000
0,1	0,7400	0,0003
0,2	0,5607	0,0036
0,3	0,4162	0,0148
0,4	0,2982	0,0405
0,5	0,2027	0,0884
0,6	0,1273	0,1673
0,7	0,0704	0,2870
0,8	0,0308	0,4579
0,9	0,0076	0,6916
1	0,0000	1,0000

**Tabla 2.** Permeabilidades Relativas para Correlación de Pirson.

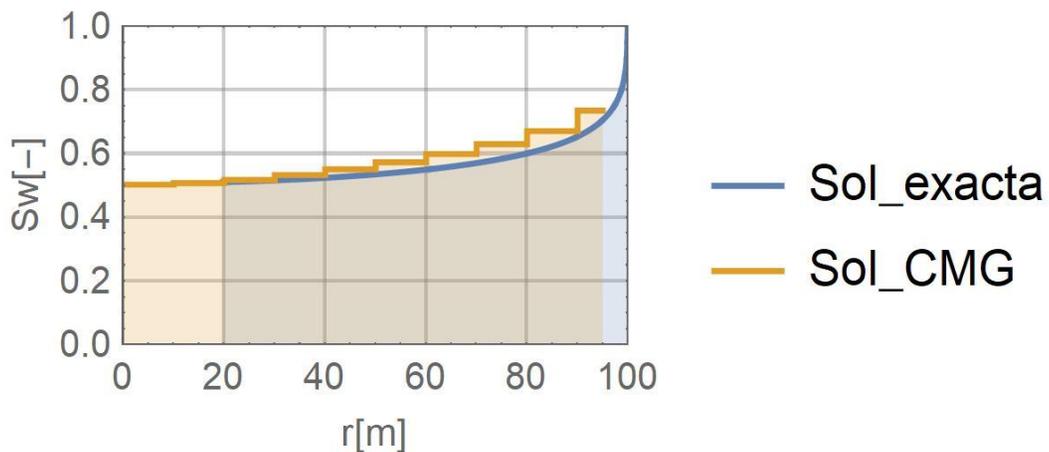
##### 4.1.2.1. Curvas de Avance de Frente de agua según el tiempo.

A continuación, para un tiempo de 30 días, en el Gráfico 22 se realiza la comparación entre las simulación numérica desarrollada en Mathematica 12 y IMEX-CMG, esta vez aplicando los datos para la correlación de Pirson. Se puede notar, que la primera, muestra un radio de alcance menor de aproximadamente de 79 m del radio del pozo, mientras que la segunda tiene un alcance mayor de 60 m al radio del pozo. Es decir, la curva generada en el IMEX nos presenta un frente de saturación más cercano al pozo.



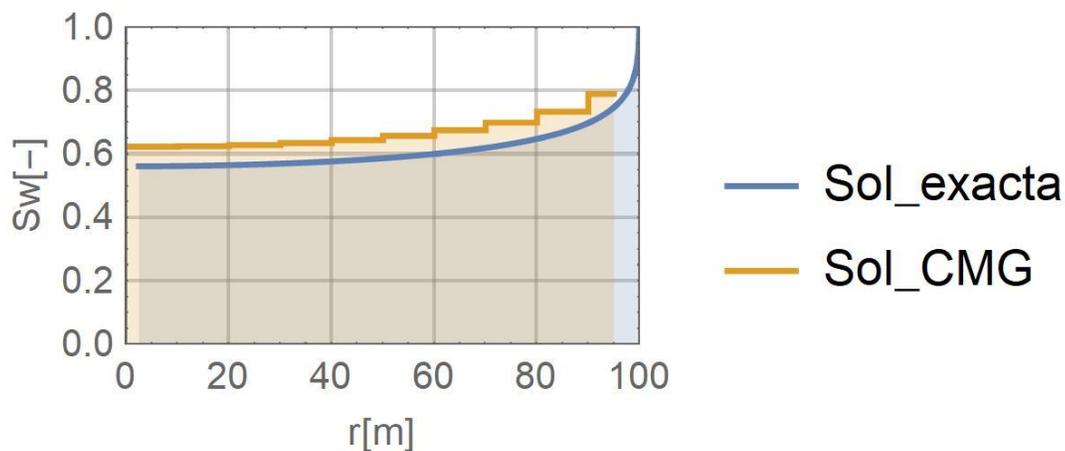
**Gráfico 22.** Curvas de avance frontal de agua a 30 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

Para un tiempo de 75 días, en el Gráfico 23 se realiza la comparación entre los modelos de simulación numérica tanto de Mathematica 12 como de IMEX, en donde se denota, que la primera curva muestra un radio de alcance menor, aproximado de 20 m, mientras que la segunda nos muestra que el frente de agua prácticamente ha alcanzado el pozo, es decir ha empezado a producir agua.



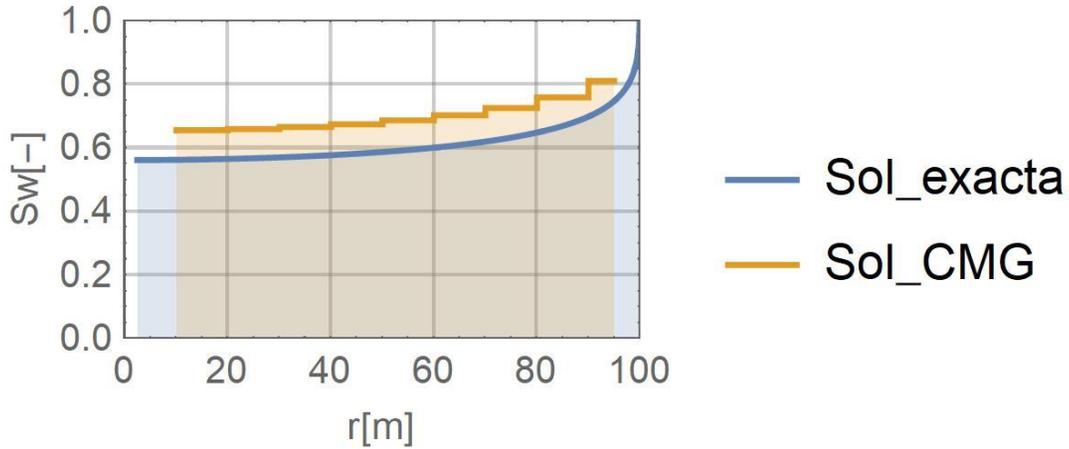
**Gráfico 23.** Curvas de avance frontal de agua a 75 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

En el Gráfico 24, se muestra el comportamiento del yacimiento a 133 días, según la solución exacta, aun el frente de agua no ha llegado al pozo, encontrándose a unos 2 m de distancia al radio del pozo, mientras que los datos aplicados en IMEX, muestra que se mantiene la producción de agua con una saturación de 0.62.



**Gráfico 24.** Curvas de avance frontal de agua a 133 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

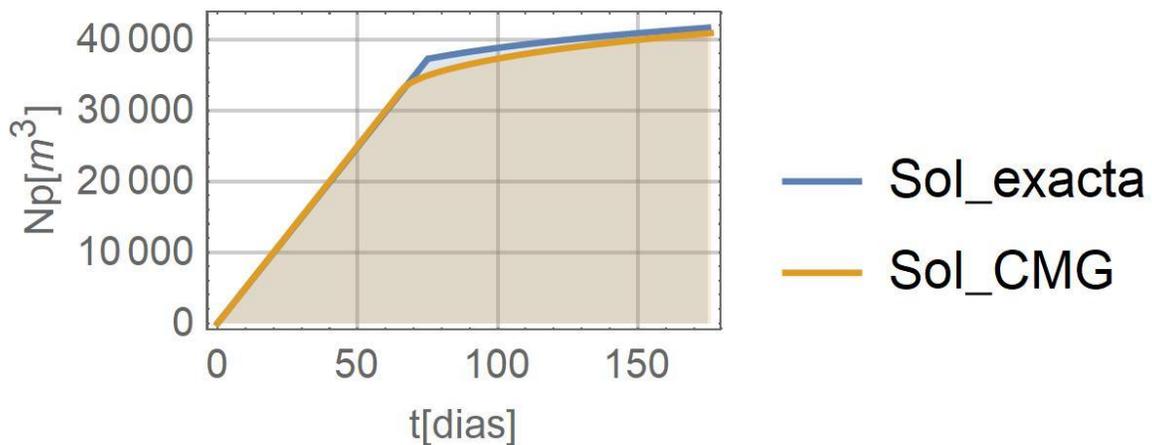
En el Gráfico 25 se muestra que, para la solución exacta, el frente de agua aún no ha llegado al pozo, aun cuando han transcurrido 170 días desde el inicio de la inyección de agua, mientras que como anteriormente se describió, la curva desarrollada por IMEX, nos muestra que la producción agua se mantiene, pero a su vez existe una variación en el valor de Saturación de Agua que aumenta a aproximadamente 0.65.



**Gráfico 25.** Curvas de avance frontal de agua a 170 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

#### 4.1.2.2. Curva de Producción Acumulada

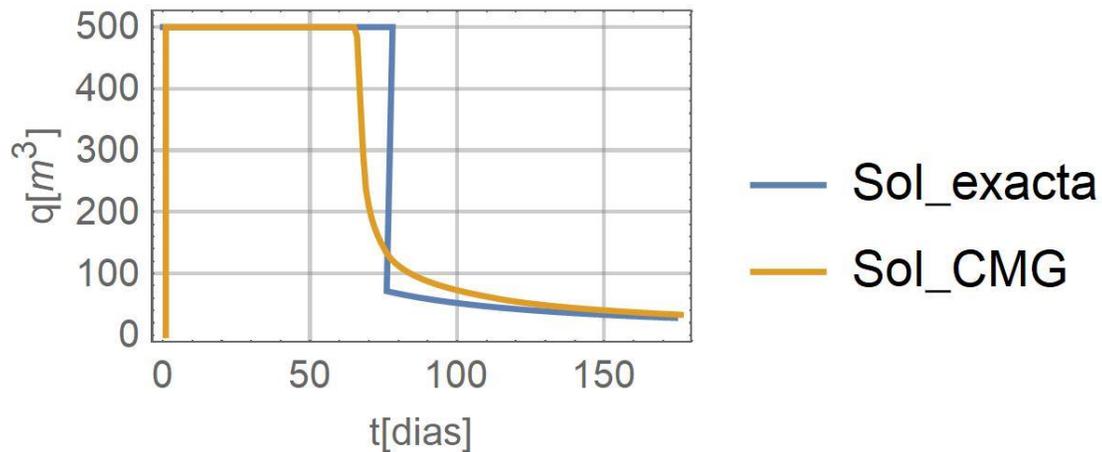
En el Gráfico 26 se muestran las curvas de producción acumulada obtenidas por la simulación numérica desarrollada en Mathematica 12, solución exacta, y el desarrollado por IMEX-CMG, en el cual podemos determinar que tbt se produce en el día 75, mientras que la producción de petróleo en dicho día es igual a  $37329 \text{ m}^3$ , mientras que los resultados obtenidos en IMEX varían, dándonos como resultados que el tbt se ha producido a 65 días, mientras que a este tiempo nos muestra que la producción acumulada es igual a  $32477.4 \text{ m}^3$ .



**Gráfico 26.** Curvas de Producción Acumulada Correlación de Pearson (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

### 4.1.2.3. Curva de Producción Instantánea

En el Gráfico 27, se muestran las Curvas de Producción Instantánea obtenidas en la simulación desarrollada y la aplicación de IMEX-CMG, en donde se observa, y basados en los resultados obtenidos en el gráfico anterior, el tbt se produce en el día 75, a su vez se determina que la producción de petróleo cae de manera abrupta, de 500 a aproximadamente  $75 \text{ m}^3$  en dicho día, la curva mostrada por el software IMEX muestra una curva suavizada, en donde, la caída de la tasa de producción se lleva a cabo en un tiempo prolongado desde el tbt.



**Gráfico 27.** Curvas Producción Instantánea, Correlación de Pirson (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG)

### 4.1.3. Correlación de Corey

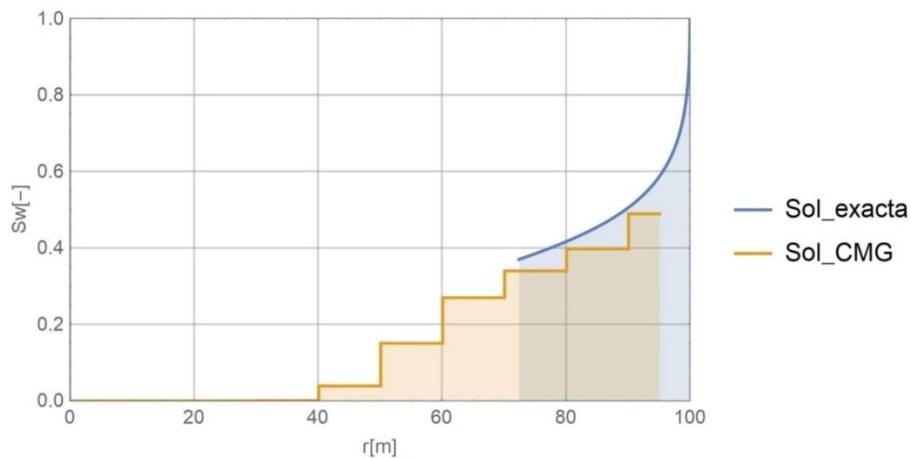
De la misma manera como se realizó en las correlaciones anteriores se aplicó en la simulación el modelo de Corey para su estudio, así mismo se presentan a continuación curvas de Avance del Frente de Agua para diferentes días, Producción Acumulada y Producción Instantánea, respectivamente.

<b>Sw</b>	<b>Kro</b>	<b>Krw</b>
0	1,0000	0,0000
0,1	0,7400	0,0003
0,2	0,5607	0,0036
0,3	0,4162	0,0148
0,4	0,2982	0,0405
0,5	0,2027	0,0884
0,6	0,1273	0,1673
0,7	0,0704	0,2870
0,8	0,0308	0,4579
0,9	0,0076	0,6916
1	0,0000	1,0000

**Tabla 3.** Permeabilidades Relativas para Correlación de Corey.

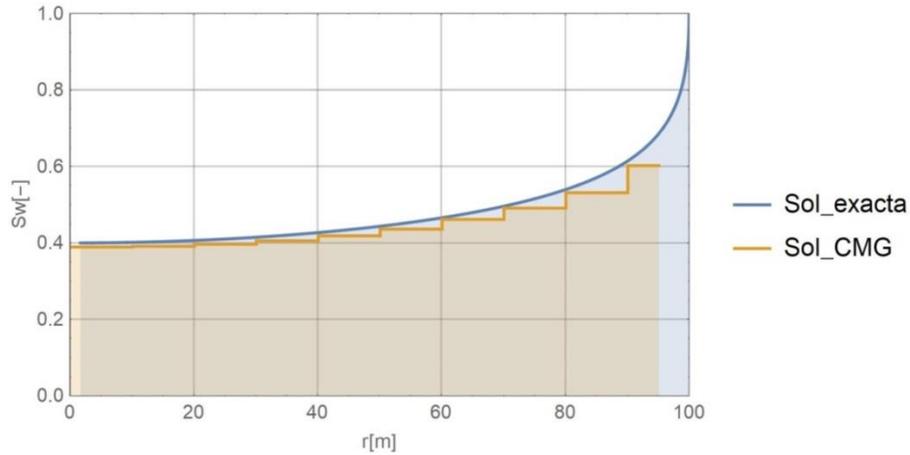
#### 4.1.3.1. Curvas de Avance de Frente de Agua según el tiempo.

Como se realizó anteriormente para las correlaciones en estudio, en el Gráfico 28 se realiza la comparación entre las simulación numérica desarrollada en Mathematica 12 y IMEX-CMG, para 30 días, en donde podemos denotar, que la primera muestra un radio de alcance menor, aproximado de 72 m del radio del pozo, mientras que la segunda tiene un alcance mayor de 40m al radio del pozo.



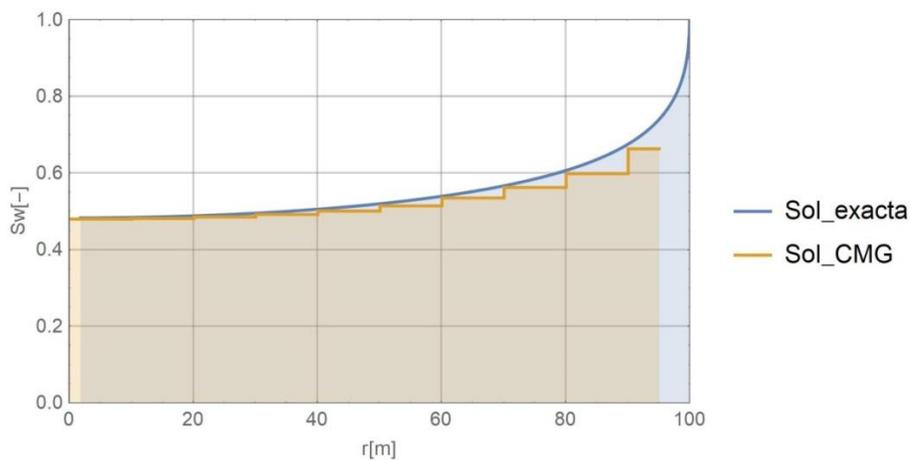
**Gráfico 28.** Curvas de avance frontal de agua a 30 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

Para un tiempo de 75 días, en el Gráfico 29 se realiza la comparación entre los modelos de simulación numérica antes citados, en donde podemos denotar, que la primera muestra un radio de cercanía al pozo de aproximadamente 2 m, siendo este modelo el que más se ha aproximado en este tiempo al radio del pozo, por otro lado al igual que en las gráficas anteriores a este tiempo, se nos muestra que según IMEX a este tiempo el frente de agua ya ha llegado al pozo. A la vez se muestra que la saturación de agua es de 0.39.



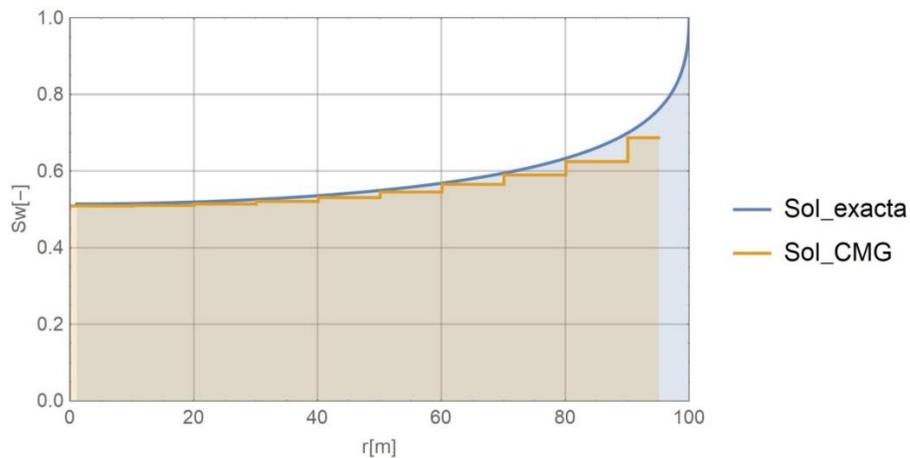
**Gráfico 29.** Curvas de avance frontal de agua a 75 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

El Gráfico 30 nos muestra que en el día 133 aún el frente de agua no ha llegado al pozo, según nos indica la solución exacta, estando en un valor aproximado de 1.5 m al radio del pozo, mientras que los datos aplicados en IMEX, se sigue produciendo agua, pero esta vez se presenta un aumento en la saturación que se encuentra en 0.48.



**Gráfico 30.** Curvas de avance frontal de agua a 133 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

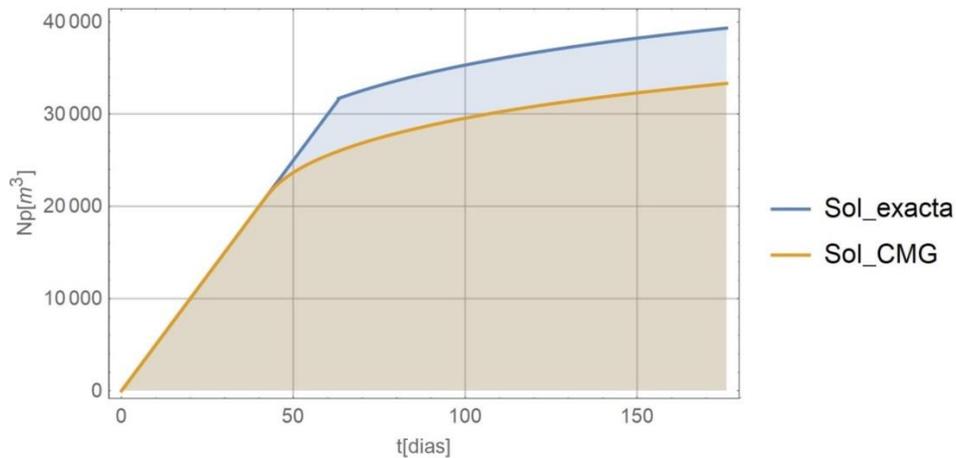
En el Gráfico 31 para la solución exacta, se presenta que el frente de agua se ha aproximado a 1 m de radio del pozo, esto luego de haber transcurrido 170 días desde el inicio de la inyección de agua, mientras que la curva desarrollada por IMEX muestra que la producción agua se mantiene, pero a su vez existe una variación en el valor de Saturación de Agua que aumenta a aproximadamente 0.51.



**Gráfico 31.** Curvas de avance frontal de agua a 170 días (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

#### 4.1.3.2. Curva Producción Acumulada

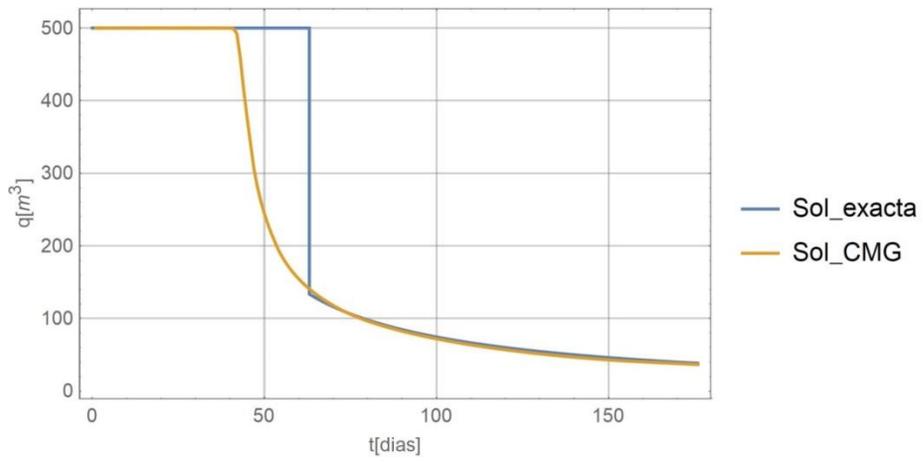
A continuación en el Gráfico 32 se muestran las Curvas de Producción Acumulada obtenidas por la simulación numérica desarrollada en Mathematica 12, solución exacta, y el desarrollado por IMEX-CMG, esta vez para la correlación de Corey, en el cual podemos determinar que el tbt se produce en el día 63, mientras que la producción de petróleo a dicho día es igual a  $31710.6m^3$ , además los resultados obtenidos en IMEX varían, en donde tenemos que el tbt se ha producido a 43 días, mientras que a este tiempo nos muestra que la producción acumulada es igual a  $21273.5 m^3$ .



**Gráfico 32.** Curvas de Producción Acumulada, Correlación de Corey (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

#### 4.1.3.3. Curva de Producción Instantánea

En el Gráfico 33, se muestran las Curvas de Producción Instantánea obtenidas en la simulación desarrollada y la aplicación de IMEX-CMG, en donde se observa, y basados en los resultados obtenidos en el gráfico anterior, el tbt se produce en el día 76, a su vez se determina que la producción de petróleo cae de manera abrupta, de 500 a aproximadamente  $80m^3$  en dicho día, mientras que en IMEX se muestra que la curva ha sido suavizada y la caída de la tasa de producción, se produce en un tiempo mayor desde el tbt.



**Gráfico 33.** Curvas de Producción Instantánea, Correlación de Corey (Wolfram Mathematica y IMEX-CMG).

**4.2. Resultados Obtenidos de las Curvas de Producción Acumulada en Mathematica 12 vs. IMEX-CMG.**

**4.2.1. Correlación de Wyllie and Gardner**

	<b>Mathematica 12</b>	<b>IMEX-CMG</b>
$t_{bt}$	75.942	55.369
$N_p$	37661.3	27294.2

**4.2.2. Correlación de Pirson**

	<b>Mathematica 12</b>	<b>IMEX-CMG</b>
$t_{bt}$	75.3215	64.9687
$N_p$	37329	32477.4

**4.2.3. Correlación de Corey**

	<b>Mathematica 12</b>	<b>IMEX-CMG</b>
$t_{bt}$	63.1392	42.7208
$N_p$	31710.6	21279.5

### 4.3. Resultados Obtenido Para el Flujo de Tres Fases

Se tiene en la tabla 3 los datos de permeabilidades relativas para los casos bifásicos petróleo-agua y petróleo-gas, respectivamente y se desea obtener la curva de permeabilidades relativas  $k_{ro}(S_w, S_g)$  y sus derivadas utilizando el modelo de Stone I y II.

Sw	krw	Krog
0,17	0,00	0,58
0,20	0,00	0,51
0,25	0,00	0,41
0,30	0,00	0,32
0,35	0,00	0,24
0,40	0,01	0,18
0,45	0,02	0,13
0,50	0,04	0,09
0,55	0,06	0,05
0,60	0,10	0,03
0,65	0,15	0,02
0,70	0,21	0,01
0,75	0,28	0,00
0,79	0,36	0,00
0,82	0,42	0,00

(a) Permeabilidades relativas para el sistema petróleo-agua.

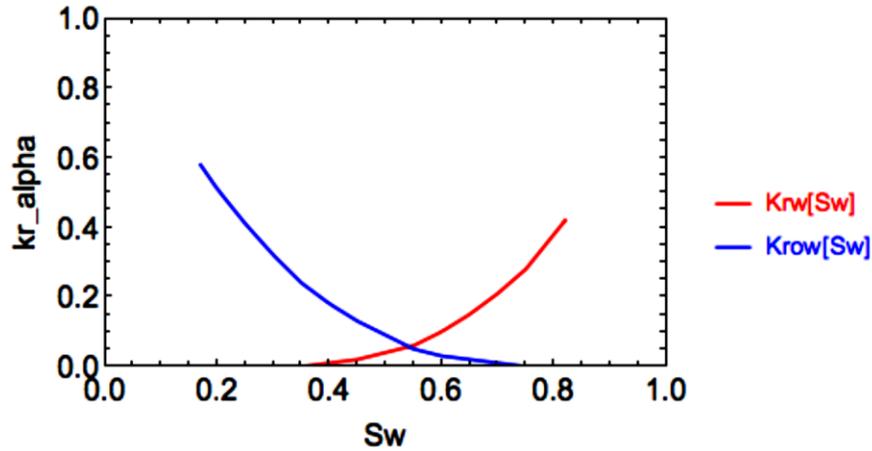
Sg	kr <sub>g</sub>	k <sub>rog</sub>
0	0	0,58
0,18	0,002	0,387
0,2	0,003	0,309
0,25	0,006	0,203
0,3	0,01	0,143
0,35	0,017	0,102
0,4	0,026	0,072
0,45	0,037	0,05
0,5	0,052	0,034
0,55	0,07	0,021
0,6	0,093	0,014
0,65	0,119	0,006
0,7	0,15	0

(b) Permeabilidades relativas para el sistema petróleo-gas.

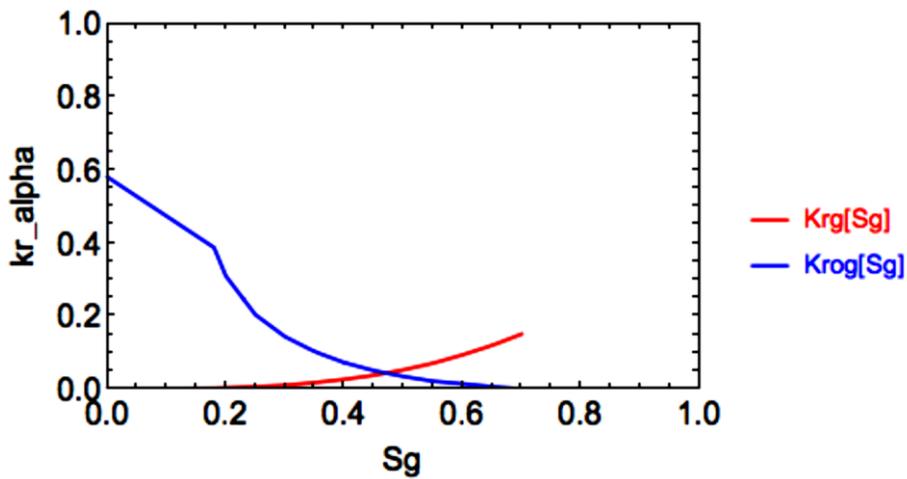
**Tabla 4.** Datos de Permeabilidades relativas.

Se desarrolló una simulación numérica dentro de la cual se creó una base de datos que implementa el modelo de Stone I y Stone II. Para crear un objeto de dicha simulación es necesario ingresar información correspondiente a las permeabilidades relativas para los casos bifásicos petróleo-agua y petróleo-gas, datos que están dados por la tabla 3, estos datos nos permiten interpolar a partir de datos discretos (interpolación lineal), con esta información fueron contruidos 4 interpoladores lineales:  $k_{rw}(S_w)$ ,  $k_{row}(S_w)$ ,  $k_{rg}(S_g)$  y  $k_{rog}(S_g)$ .

Las funciones de interpolación creadas permiten evaluar las ecuaciones y en cualquier valor de saturación como puede observarse en los gráficos 33 y 34.

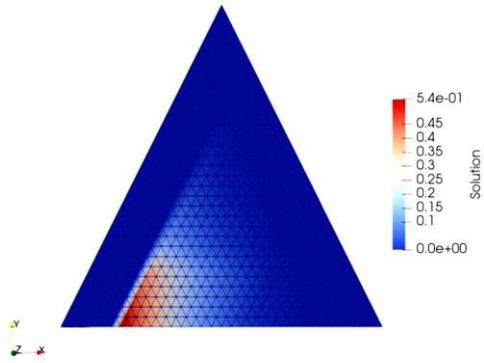


**Gráfico 34.** Permeabilidades relativas para el sistema petróleo-agua.

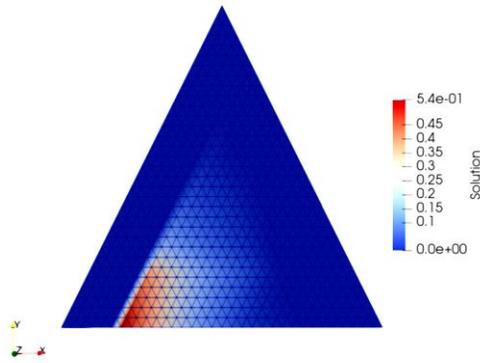


**Gráfico 35.** Permeabilidades relativas para el sistema petróleo-gas.

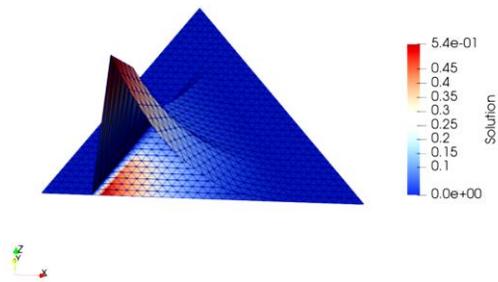
Utilizando la base de datos fue obtenida la siguiente curva de permeabilidades relativas  $k_{ro}(S_w, S_g)$ . El gráfico 35 muestra la distribución de permeabilidades relativas usando el método de Stone I y II.



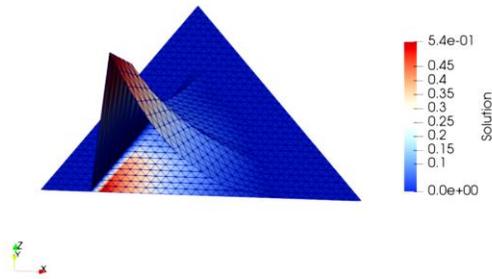
(c)  $k_{ro}(S_w, S_g)$  usando el modelo de Stone I



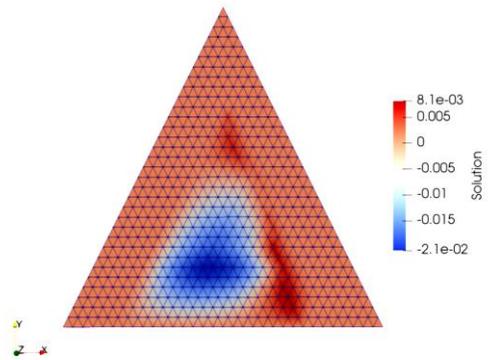
(d)  $k_{ro}(S_w, S_g)$  usando el modelo de Stone II



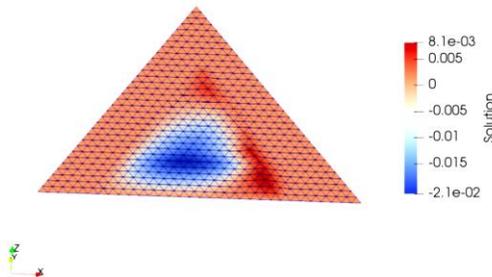
(e)  $k_{ro}(S_w, S_g)$  (3d) usando el modelo de Stone I



(f)  $k_{ro}(S_w, S_g)$  (3d) usando el modelo de Stone II



(g) Diferencia entre el modelo Stone I y II (2d)



(h) Diferencia entre el modelo Stone I y II (3d)

**Gráfico 36.** Modelos de permeabilidad relativa en tres fases.

## CONCLUSIONES:

- A diferencia del software desarrollado por CMG, IMEX, mediante la simulación numérica desarrollada en el software Mathematica 12, nos proporciona resultados más exactos.
- El modelo desarrollado nos muestra que se produce una caída en la tasa de producción de petróleo que se mantiene constante, a diferencia del simulador comercial en donde se denota que la curva es suavizada.
- Los modelos de permeabilidades relativas influyen en la función de flujo fraccional.
- Los datos de permeabilidades relativas nos dan a conocer los efectos que produce la mojabilidad, saturación de fluidos, geometría de los poros, distribución de fluidos sobre el comportamiento de un yacimiento.
- Las curvas de permeabilidad relativa poseen información importante en la realización de simulaciones de procesos de recuperación mejorada para la explotación de yacimientos, dichas simulaciones de yacimiento son muy sensibles a los cambios en las curvas de permeabilidad relativa y es por ello que se da la necesidad de aumentar su grado de precisión.
- Para determinar la permeabilidad relativa en modelos trifásicos se interpolan valores obtenidos mediante las correlaciones de dos fases.
- Para modelar adecuadamente las permeabilidades relativas en tres fases es necesario utilizar un método numérico adecuado para obtener las funciones de interpolación, es importante considerar condiciones de extrapolación, de ser necesario. Debe tomarse en cuenta que los datos ingresados sean precisos.

- Los resultados de la permeabilidad relativa en modelos trifásicos es posible mostrarlos mediante diagramas ternarios.

## **RECOMENDACIONES:**

- Se debe escoger correctamente el modelo de permeabilidad relativa a emplear, lo que nos ayude a obtener mejores resultados.
- Emplear el software Mathematica 12 nos proporciona resultados más exactos.
- Se debe ingresar las variables del modelo de manera correcta al simulador de lo contrario podrían existir errores de lectura y asignación de valores.
- Ingresar los datos en IMEX y Mathematica tomando en cuenta que sea el mismo modelo numérico, de lo contrario obtendremos lecturas erróneas, y por consiguiente un análisis incorrecto.
- Escoger el modelo de permeabilidad relativa adecuado nos permitirá obtener resultados con mayor aproximación a lo que se está presentando en el yacimiento.

## BIBLIOGRAFÍA

- Ahmed, T. H. (2001). *RESERVOIR ENGINEERING HANDBOOK*. Houston, Texas: Gulf Publishing Company.
- Al-Fattah, S. M. (2004). Equations for Water/Oil Relative Permeability in Saudi Arabian Sandstone. *SAUDI ARAMCO JOURNAL OF TECHNOLOGY*, 48-58.
- Chen, X., & Dicarolo, D. (2016). *Modeling Relative Permeability Variations in Three Phase Space*. Tulsa, Oklahoma: SPE.
- Chen, Y. (2013). *Three-Phase Relative Permeability Modeling in the Simulation of WAG*. China: Chevron Energy Technology Company.
- Dake, L. P. (1978). *Fundamentals of reservoir engineering*. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier Science B.V.
- De Ferrer, M. P. (2001). *INYECCIÓN DE AGUA Y GAS EN YACIMIENTOS PETROLÍFEROS*. Maracaibo, Venezuela: Ediciones Astro Dala S.A.
- De Ferrer, M. P. (2009). *Fundamentos de Ingeniería de Yacimientos*. Maracaibo, Venezuela: Ediciones Astro Data S.A.
- Escobar Macualo, F. H. (2004). *FUNDAMENTOS DE INGENIERIA DE YACIMIENTOS*. Huila, Colombia: Editorial Universidad Surcolombiana.
- Feigl, A. (2011). Treatment of relative permeabilities for application in hydrocarbon reservoir simulation model. *Nafta*, 233-243.

Forrest F., C. (1982). *Aspectos de Ingeniería de la Inyección de Agua*. Nueva York: Fondo conmemorativo Henry L. Doherty.

Glover, P. W. (2008). *Formation Evaluation*. Aberdeen.

Honarpour, M., Koederitz, L., & Harvey, A. (1986). *Relative Permeability of Petroleum Reservoirs*. Boca Raton : CRC Press, Inc.

Juanes, R. (2003). *Relative permeabilities in reservoir simulation*. Stanford: Department of Petroleum Engineering .

Lake, L. W. (2001/2002). Caracterización de la permeabilidad. *Oilfield Review*, Austin, Texas.

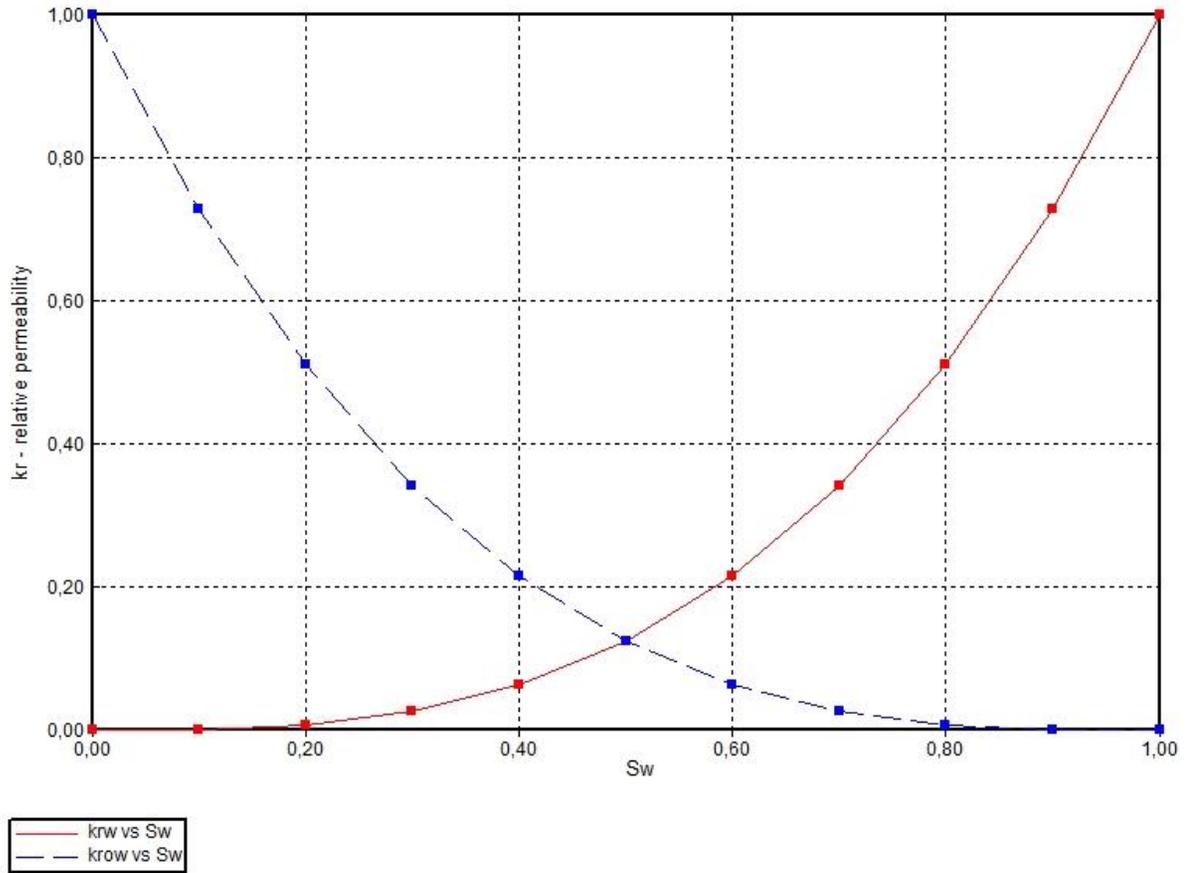
Lopera Castro, S. H. (1996). *Permeabilidad Relativa*. Medellín.

Moghadasi, Leili; Guadagnini, Alberto; Inzoli, Fabio; Bartosek, Martin; Renna, Dario;. (2016). Characterization of Two and Three Phase Relative Permeability of Water Wet Porous Media through X- Ray Saturation Measurements. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 453-463.

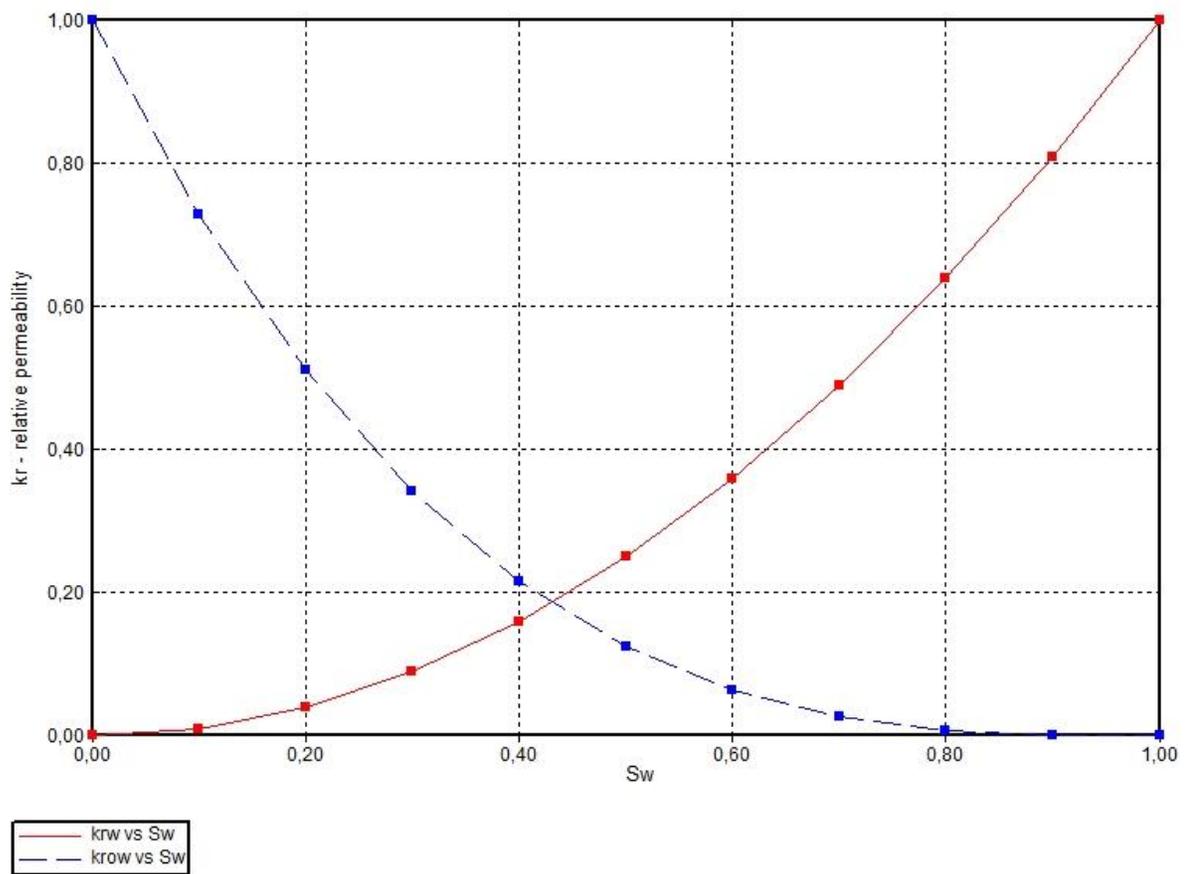
Pirson, S. J. (1958). *OIL RESERVOIR ENGINEERING*. Nueva York: Mc. Graw-Hill Book Company, Inc.

Reza Beygi, M. (2016). *Development of Compositional Three-phase Relative Permeability and Hysteresis Models and Their Application to EOR Processes*. Austin, Texas.

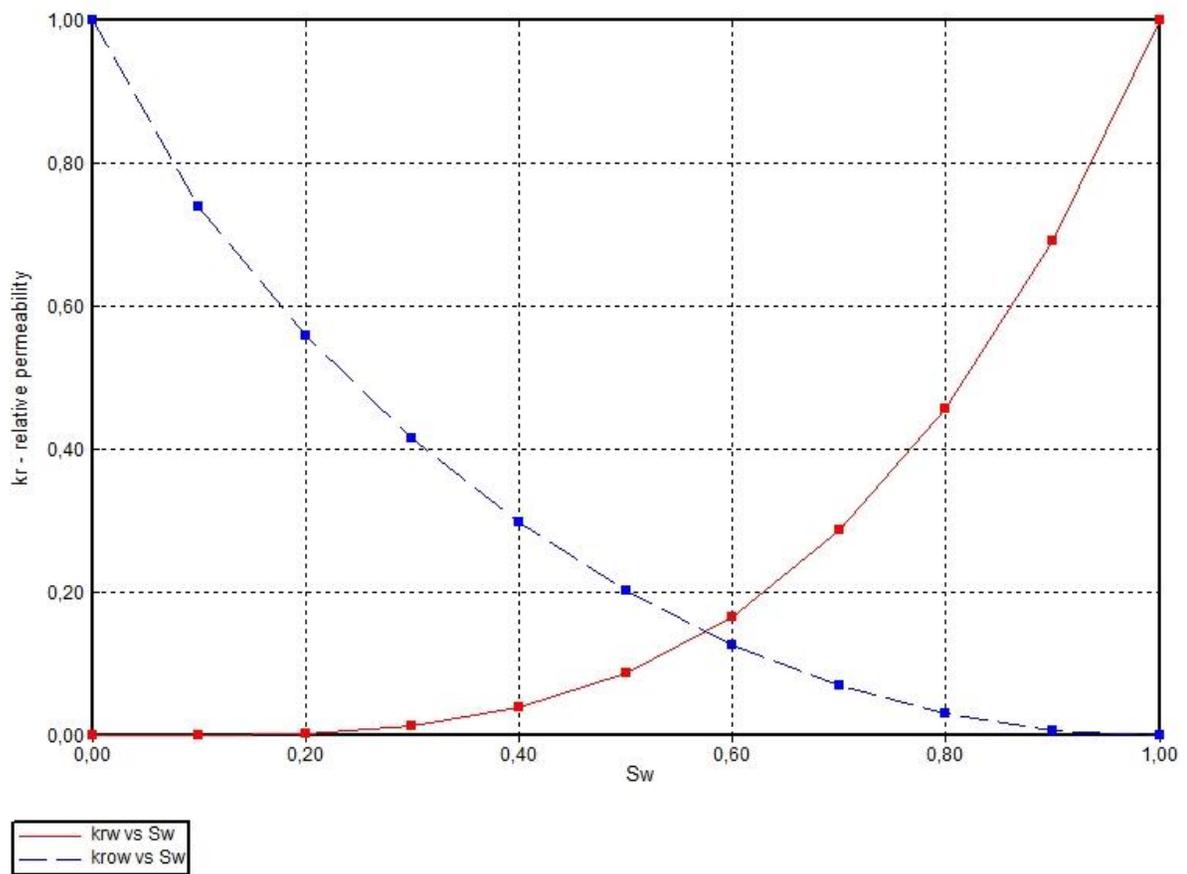
## ANEXOS



**Gráfico 37.** Curvas de Permeabilidades relativas para la Correlación de Wyllie and Gardner (IMEX-CMG).



**Gráfico 38.** Curvas de Permeabilidades relativas para la Correlación de Corey (IMEX-CMG).



**Gráfico 39.** Curvas de Permeabilidades relativas para la Correlación de Pirson (IMEX-CMG).