



UNIVERSIDAD ESTATAL PENÍNSULA DE SANTA ELENA

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN, MENCIÓN
TECNOLOGÍA E INNOVACIÓN EDUCATIVA**

TÍTULO DEL PROYECTO

**HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS VIRTUALES Y EL PROCESO DE ENSEÑANZA
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE LA
ESPECIALIDAD CONTABILIDAD DE LA “UNIDAD EDUCATIVA DR. LUIS
CÉLLERI AVILÉS”**

**PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE MAGÍSTER EN
EDUCACIÓN, MENCIÓN EN TECNOLOGÍA E INNOVACIÓN EDUCATIVA.**

AUTORA

LCDA. KATHERINE AMADA SÁNCHEZ CRUZ

TUTOR

ING. HERMAN CHRISTIAN ZÚÑIGA MUÑOZ, MSC.

LA LIBERTAD-SANTA ELENA- ECUADOR

2020-2021

PÁGINA DE ACEPTACIÓN

**HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS VIRTUALES Y EL PROCESO DE ENSEÑANZA
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE LA
ESPECIALIDAD CONTABILIDAD DE LA “UNIDAD EDUCATIVA DR. LUIS
CÉLLERI AVILÉS”**

TRIBUNAL DE GRADO



**QF. Rolando Calero Mendoza, PhD.
Director del Instituto de Postgrado**



**Econ. Cecilia Jara Escobar, MSc.
Docente Especialista**



**Lcdo. Yuri Ruiz Rabasco, MSc.
Coordinador de Postgrado**



**Ing. Herman Zúñiga Muñoz, MSc.
Docente Tutor**



**Abg. Víctor Coronel Ortiz, MSc.
Secretario General-UPSE**



Instituto de Postgrado

La Libertad, 20 de septiembre de 2021

APROBACIÓN DEL TUTOR

En mi calidad de Tutor **del Informe de Investigación**, "HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS VIRTUALES Y EL PROCESO DE ENSEÑANA APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE LA ESPECIALIDAD CONTABILIDAD DE LA "UNIDAD EDUCATIVA DR. LUIS CÉLLERI AVILÉS", elaborado por la maestrante **Lcda. Katherine Amada Sánchez Cruz**, egresada de la **MAESTRÍA EN EDUCACIÓN, MENCIÓN TECNOLOGÍA E INNOVACIÓN EDUCATIVA SEGUNDA COHORTE**, de la Universidad Estatal Península de Santa Elena, previo a la obtención del Título de Magíster **EN EDUCACIÓN, MENCIÓN TECNOLOGÍA E INNOVACIÓN EDUCATIVA SEGUNDA COHORTE**, me permito declarar que luego de haber orientado, dirigido científica y técnicamente su desarrollo y estructura final del trabajo, cumple y se ajusta a los estándares académicos y científicos, razón por la cual lo apruebo en todas sus partes.

Atentamente,

Ing. Herman Christian Zúñiga Muñoz, MSc.



DECLARACIÓN DE RESPONSABILIDAD

YO, Katherine Amada Sánchez Cruz

DECLARO QUE:

El Trabajo del Informe de Investigación **“HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS VIRTUALES Y EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE LA ESPECIALIDAD CONTABILIDAD DE LA UNIDAD EDUCATIVA DR. LUIS CÉLLERI AVILÉS”**, previa a la obtención del Grado Académico de **MAESTRÍA EN EDUCACIÓN, MENCIÓN TECNOLOGÍA E INNOVACIÓN EDUCATIVA SEGUNDA COHORTE**, ha sido desarrollado con base a una investigación exhaustiva, respetando derechos intelectuales de terceros conforme las citas y cuyas fuentes se incorporan en la bibliografía. Consecuentemente este trabajo es de mi total autoría.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance científico del trabajo de titulación.

La Libertad, 29 de Septiembre de 2021

EL AUTOR

Lic. Katherine Amada Sánchez Cruz



Instituto de Postgrado

CARTA DE COMPROMISO

YO, Katherine Amada Sánchez Cruz

DECLARO QUE:

DE ACUERDO A LA NORMATIVA TRANSITORIA PARA EL DESARROLLO DE LOS PROGRAMAS DE MAESTRÍA Y PARA PROCESOS DE TITULACIÓN DEL INSTITUTO DE POSTGRADO (IPG) DE LA UNIVERSIDAD ESTATAL PENÍNSULA DE SANTA ELENA (UPSE) MIENTRAS DURE LA PANDEMIA DEL COVID-19. Capítulo VI art 45.- Documentos para la presentación del trabajo de Titulación. “Los maestrantes, al momento de enviar la documentación, deberán adjuntar una carta de compromiso donde citan la responsabilidad, una vez terminada la emergencia, de entregar la documentación física para luego ser adjuntada a la carpeta de registros. En el caso de que los trabajos de titulación hayan sido realizados por más de un maestrante, estos requisitos se presentarán de manera individual”.

Me comprometo a entregar de manera física y debidamente firmado todos los documentos correspondientes al proceso de Pre defensa y sustentación del Trabajo del Informe de Investigación del tema: **“HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS VIRTUALES Y EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE LA ESPECIALIDAD CONTABILIDAD DE LA UNIDAD EDUCATIVA DR. LUIS CÉLLERI AVILÉS”**, previa a la obtención del Grado Académico de **MAGÍSTER EN EDUCACIÓN, MENCIÓN TECNOLOGÍA E INNOVACIÓN EDUCATIVA SEGUNDA COHORTE**, una vez terminada la emergencia sanitaria al Instituto de Postgrados de la UPSE.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance de este documento.

La Libertad, 29 de Septiembre de 2021

EL AUTOR

Lic. Katherine Amada Sánchez Cruz

DEDICATORIA

Dedico mi trabajo de titulación a mi Padre Jehová Dios quien es la fuente de mi vida, una luz que guía mi camino como dice el Salmo 27:1 Jehová es mi luz y mi salvación ¿A quién le tendré miedo? Jehová es la fortaleza de mi vida ¿A quién le tendré terror?

A mi mami Amadita, por su amor, sus consejos y su apoyo incondicional en cada momento de mi vida.

Katherine Amada Sánchez Cruz

AGRADECIMIENTO

Agradezco a mi Padre Jehová Dios por darme la vida y fortaleza para seguir adelante, Hechos 17:28 dice: Porque por él tenemos vida, nos movemos y existimos.

A mi familia por su amor incondicional.

A mi tutor de tesis MSc. Christian Zúñiga Muñoz un verdadero guía, por su paciencia y apoyo en el desarrollo de mi trabajo de investigación.

A la U.E. Dr. Luis Céleri Avilés, por brindarme la oportunidad de realizar la presente investigación.

A la Universidad Estatal Península de Santa Elena, por las enseñanzas brindadas en las aulas de clases, a través de los docentes quienes me impartieron sus experiencias y conocimientos.

Katherine Amada Sánchez Cruz

ÍNDICE

PÁGINA DE ACEPTACIÓN	ii
APROBACIÓN DEL TUTOR	iii
DECLARACIÓN DE RESPONSABILIDAD	iv
CARTA DE COMPROMISO	v
DEDICATORIA	vi
AGRADECIMIENTO	vii
ÍNDICE	viii
ÍNDICE DE FIGURAS	xi
ÍNDICE DE ANEXOS	xiv
GLOSARIO DE TÉRMINOS	xv
RESUMEN	xvii
ABSTRACT	xviii
INTRODUCCIÓN	19
OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN	30
Objetivo General	30
Objetivos específicos	30
CAPÍTULO I	32
MARCO TEÓRICO	32
1.1. Antecedentes de la investigación	32
1.2. Antecedentes históricos de la matemática	35
1.3. Proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática	37
1.3.1. Ciclo de aprendizaje ERCA	41
1.3.2. Momentos de la secuencia didáctica de la matemática	43
1.4. Estrategias de enseñanza aprendizaje de la matemática	44
1.5. Metodología activas del proceso enseñanza aprendizaje	46
1.5.1. Aprendizaje basado en problemas	46
1.5.2. Aprendizaje basado en proyectos	47
1.5.3. Gamificación	48
1.5.4. Aula invertida	50
1.6. Enseñanza y aprendizaje de las funciones reales	53

1.6.1.	Funciones reales	53
1.6.2.	Representación de una función.....	54
1.6.3.	Dominio y Recorrido de una función	55
1.6.4.	Gráfica de las funciones	56
1.6.5.	Tipos de funciones	58
1.6.6.	Función lineal y afín	63
1.6.7.	Función cuadrática.....	64
1.6.8.	Función raíz cuadrada	67
1.6.9.	Función exponencial	69
1.6.10.	Función logarítmica	72
1.7.	Tecnología de la información y comunicación (TIC).....	74
1.8.	Herramientas didácticas virtuales	75
1.8.1.	GeoGebra	75
1.8.2.	Desmos.....	76
1.8.3.	Idroo.....	77
1.8.4.	Khan Academy	78
1.8.5.	Microsoft forms	79
1.8.6.	Edpuzzle	79
1.8.7.	Phet colorado	80
1.8.8.	Quizizz	81
1.9.	Fundamentación legal	82
CAPÍTULO II.....		83
MATERIALES Y MÉTODOS.....		83
2.1.	Contexto territorial	83
2.2.	Tipo y diseño de la investigación	84
2.3.	Técnicas de recolección de datos	86
2.4.	Población estudio/ tamaño de la muestra.....	88
2.5.	Procesamiento de la información	89
CAPÍTULO III		90
RESULTADOS Y DISCUSIÓN		90
3.1.	ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA ENTREVISTA AUTORIDADES	90
3.2.	ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA ENCUESTA A DOCENTES DE MATEMÁTICA.....	92

3.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL TEST INICIAL.....	102
3.4. INTERVENCIÓN	112
3.4. ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL TEST FINAL.....	127
3.5. COMPARACIÓN DEL TEST INICIAL Y EL TEST FINAL	137
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	140
BIBLIOGRAFÍA	144
ANEXOS.....	150

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Resultados PISA 2018.....	23
Figura 2. Triángulo de la didáctica	36
Figura 3. Proceso enseñanza -aprendizaje.....	40
Figura 4. Secuencia didáctica	43
Figura 5. Ciclo del ABP	47
Figura 6. Habilidades desarrolladas o potenciadas por la aplicación de la metodología basada en proyectos	48
Figura 7. Gamificación.....	49
Figura 8. Modelo tradicional y aula invertida	50
Figura 9. Conjunto	54
Figura 10. Dominio y Recorrido.....	55
Figura 11. Expresión Algebraica	56
Figura 12. Tabla de valores	56
Figura 13. Gráfica	57
Figura 14. Expresión algebraica	57
Figura 15. Tabla de valores	58
Figura 16. Tabla de valores	58
Figura 17. Conjunto-Función afin	59
Figura 18. Conjuntos-función cuadrática	59
Figura 19. Conjuntos-Función Sobreyectiva.....	60
Figura 20. Conjuntos-Función Sobreyectiva.....	61
Figura 21. Función Biyectiva	61
Figura 22. Gráfica de la función afin	62
Figura 23. Gráfica de la función cuadrática	62
Figura 24. Función Lineal	63
Figura 25. Función Afin.....	64
Figura 26. Formas de la función cuadrática	65
Figura 27. Partes de la parábola.....	65
Figura 28. Partes de la parábola.....	66
Figura 29. Gráfica de la función cuadrática	66
Figura 30. Gráfica de la función raíz cuadrada	67
Figura 31. Análisis algebraico	68
Figura 32. Gráfica función raíz cuadrada.....	68
Figura 33. Función Exponencial.....	69
Figura 34. Análisis Algebraico	70
Figura 35. Análisis gráfico	71
Figura 36. Análisis algebraico	71
Figura 37. Análisis gráfico	72

Figura 38. Función logarítmica	73
Figura 39. Análisis gráfico	74
Figura 40. Grafica en Geogebra.....	76
Figura 41. Partes de GeoGebra.....	77
Figura 42. Pizarra Idroo	77
Figura 43. Khan Academy.....	78
Figura 44. Microsoft forms	79
Figura 45. Edpuzzle	80
Figura 46. Phet.....	81
Figura 47. Quizizz.....	81
Figura 48. Tipos de recursos educativos utilizados	92
Figura 49. Nivel de formación en TIC	93
Figura 50. Metodología en el proceso enseñanza aprendizaje	94
Figura 51. Metodología y rendimiento académico	95
Figura 52. Funciones reales.....	96
Figura 53. Funciones reales.....	96
Figura 54. Metodología de aula invertida	97
Figura 55. Herramientas geogebra y quizizz	98
Figura 56. Aplicación de las herramientas GeoGebra y Quizizz	99
Figura 57. Modelo de aula invertida y geogebra y quizizz	100
Figura 58. Aplicación del modelo aula invertida mediada por los REA	101
Figura 59. Función Biyectiva	102
Figura 60. Función Inyectiva.....	103
Figura 61. Dominio y recorrido	104
Figura 62. Función afín	105
Figura 63. Función Lineal	106
Figura 64. Vértice de la función cuadrática	107
Figura 65. Intersecciones de la función cuadrática.....	108
Figura 66. Función Exponencial.....	109
Figura 67. Función	110
Figura 68. Regla de correspondencia.....	111
Figura 69. Función Biyectiva	127
Figura 70. Función Inyectiva.....	128
Figura 71. Dominio y recorrido	129
Figura 72. Función afín	130
Figura 73. Función lineal	131
Figura 74. Vértice de la función cuadrática	132
Figura 75. Intersecciones con los ejes.....	133
Figura 76. Función raíz cuadrada	134
Figura 77. Función	135
Figura 78. Regla de correspondencia	136

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Ciclo ERCA	42
Tabla 2. Representación de una función	55
Tabla 3. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	88
Tabla 4. Tamaño de la muestra.....	89
Tabla 5. Tipos de recursos educativos utilizados	92
Tabla 6. Nivel de formación en TIC	93
Tabla 7. Metodología en el proceso enseñanza aprendizaje	94
Tabla 8. Metodología y rendimiento académico	95
Tabla 9. Metodología de aula invertida.....	97
Tabla 10. Herramientas geogebra y quizizz	98
Tabla 11. Aplicación de las herramientas geogebra y quizizz	99
Tabla 12. Modelo de aula invertida y geogebra y quizizz	100
Tabla 13. Aplicación del modelo aula invertida mediada por los REA.....	101
Tabla 14. Función Biyectiva.....	102
Tabla 15. Función Inyectiva	103
Tabla 16. Dominio y recorrido	104
Tabla 17. Función afín	105
Tabla 18. Función Lineal	106
Tabla 19. Vértice de la función cuadrática.....	107
Tabla 20. Intersecciones de la función cuadrática	108
Tabla 21. Función Exponencial	109
Tabla 22. Función	110
Tabla 23. Regla de correspondencia	111
Tabla 24. Función Biyectiva.....	127
Tabla 25. Función Inyectiva	128
Tabla 26. Dominio y recorrido	129
Tabla 27. Función Afín	130
Tabla 28. Función lineal.....	131
Tabla 29. Vértice de la función cuadrática.....	132
Tabla 30. Intersecciones con ejes	133
Tabla 31. Función raíz cuadrada.....	134
Tabla 32. Función	135
Tabla 33. Regla de correspondencia	136

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1 Encuesta para docentes	150
Anexo 2 Cuestionario de entrevista a las autoridades	153
Anexo 3 Entrevista a las autoridades	154
Anexo 4 Intervención.....	155
Anexo 5 Función afín y lineal en Idroo.....	155
Anexo 6 Función Afín en GeoGebra	156
Anexo 7 Recursos en Classroom	156
Anexo 8 Función cuadrática en Idroo	157
Anexo 9 Función cuadrática en GeoGebra.....	157
Anexo 10 Función a trozos en Idroo	158
Anexo 11 Función a Trozos en GeoGebra	159
Anexo 12 Recursos en Classroom	159
Anexo 13 Función raíz cuadrada en GeoGebra	160
Anexo 14 Función Exponencial.....	160
Anexo 15 Exposición funciones reales en Idroo.....	161
Anexo 16 Exposición funciones reales en GeoGebra	161
Anexo 17 Evaluación en Quizizz.....	162
Anexo 18 Esquema de la matriz de consistencia	163
Anexo 19 Carta Aval	165
Anexo 20 Certificado Anti plagio.....	166
Anexo 21 Certificado Gramatólogo	168

GLOSARIO DE TÉRMINOS

Aprendizaje basado en problemas: Es una metodología que potencia el aprendizaje de los estudiantes. Cada equipo de trabajo comienza a indagar e investigar en su entorno algún problema, y con la ayuda del docente facilitador buscan las estrategias para analizar y solucionar el problema planteado.

Aprendizaje basado en proyectos: Es una metodología de aprendizaje que involucra la participación activa y colaborativa de los estudiantes. Cada equipo de trabajo planea, ejecuta y evalúa proyectos relacionados con la vida cotidiana.

Aprendizaje: Proceso en el cual el estudiante va adquiriendo conocimientos con la guía y orientación del docente, dentro y fuera del salón de clase. En esta etapa el estudiante desarrolla habilidades, hábitos y capacidades que le permiten desenvolverse en su entorno.

Aula invertida: La metodología del aula invertida se basa en la adquisición de conocimientos dentro y fuera del aula, gracias a la información que puede ser encontrada en libros, revistas, videos, páginas web, plataformas y herramientas tecnológicas.

Enseñanza: Elemento esencial del proceso educativo, en el cual, el docente utiliza diferentes estrategias didácticas y recursos que permiten desarrollar de manera efectiva, eficiente y eficaz la explicación del tema, con el fin de lograr en los estudiantes interés, motivación y participación significativa durante su proceso de aprendizaje.

Estrategias de aprendizaje: Son procesos que emplea el estudiante para aprender de forma relevante, con el fin de resolver problemas de la vida escolar.

Estrategias de enseñanza: Comprenden un conjunto de secuencias, técnicas, métodos, recursos y habilidades utilizado por el docente en los tres momentos del proceso didáctico (apertura, desarrollo y cierre), con el fin de ayudar al estudiante a lograr un aprendizaje significativo.

Funciones reales: Una función es una relación entre dos conjuntos, A y B, a cada elemento x del conjunto A (dominio) le corresponde un único elemento y del conjunto B (codominio).

Gamificación: Es una técnica que lleva los juegos al proceso enseñanza aprendizaje, con la finalidad de alcanzar los objetivos de la asignatura y que los estudiantes fortalezcan su aprendizaje.

GeoGebra: Es uno de los programas más utilizados para enseñar y aprender matemáticas, cuenta con distintas herramientas u opciones que ayudan a construir gráficos.

Herramientas didácticas virtuales: Son herramientas diseñadas para fines educativos, su principal función es facilitar la creación de entornos virtuales para que docentes y estudiantes participen e interactúen entre sí.

Metodología activa: Son un conjunto de métodos, técnicas y estrategias que emplea el docente en el proceso de enseñanza aprendizaje utilizando las TIC con el fin de ayudar al estudiante a fortalecer su aprendizaje.

Proceso enseñanza y aprendizaje: Consiste en una serie de actividades desarrolladas por el docente y estudiantes. Cada uno tiene un rol específico, el encargado de la enseñanza es el docente, quien utiliza distintas estrategias didácticas y recursos, mientras que el estudiante es el responsable de su aprendizaje.

Quizizz: Permite elaborar cuestionarios con preguntas de respuesta múltiple y lecciones en donde se combinan diapositivas y preguntas.

TIC: Son herramientas que permiten realizar distintos tipos de procesos y constituyen fuentes de innovación para la sociedad actual, dejando lo tradicional por lo virtual, las TIC también están influyendo positivamente en el aprendizaje de los individuos ya que cuentan con diversidad de recursos para mejorar sus conocimientos.

RESUMEN

El currículo de matemática del Ecuador está orientado al desarrollo de destrezas imprescindibles de los estudiantes, sin embargo, se ha evidenciado que ellos no logran adquirir destrezas en el bloque de Funciones Reales. El objetivo de esta investigación es analizar la incidencia de la estrategia metodológica del aula invertida y el uso de las herramientas didácticas virtuales (GeoGebra y Quizizz) para contribuir al mejoramiento del proceso enseñanza aprendizaje de las funciones reales, en los estudiantes de Bachillerato, especialidad Contabilidad de la Unidad Educativa Dr. Luis Célleri Avilés. El estudio es significativo porque promueve el interés de los estudiantes y los involucra en la construcción de su aprendizaje. La investigación se basó en un enfoque mixto, de tipo descriptivo, cuasi experimental, y de campo, las técnicas que se utilizaron son la entrevista, encuesta, test inicial y final, además de una intervención. En el primer test solamente el 41% de los estudiantes demostró sus destrezas en el análisis algebraico, gráfico y determinación de las características de funciones reales, mientras que en el test final, después de la intervención, el 84% logró desarrollar estas habilidades. En conclusión, el docente que aplica el aula invertida con el uso de Geogebra y Quizizz genera un aprendizaje óptimo en el análisis del comportamiento de una gráfica y en visualización de un modelo matemático de forma real e interactiva, además el estudiante es el protagonista y constructor de su propio aprendizaje.

Palabras clave: Proceso de enseñanza y aprendizaje, Aula Invertida, GeoGebra, Quizizz Matemática, Funciones Reales.

ABSTRACT

The mathematics curriculum of Ecuador is oriented to the development of essential skills of students, however, it has been shown that they fail to acquire skills in the block of Real Function. The objective of this research is to analyze the incidence of the methodological strategy of the flipped classroom and the use of virtual didactic tools (GeoGebra and Quizizz) to contribute to the improvement of the teaching- learning process of the real functions, in high school students, specialization in Accounting of the Unidad Educativa Dr. Luis Céleri Avilés. The study is significant because it promotes students' interest and engages them in building their learning. The research was based on a mixed, descriptive, quasi-experimental, and field approach, the techniques that were used are the interview, survey, initial and final test and, in addition, an intervention. In the first test only 41% of the students demonstrated their skills in algebraic and graphic analysis, while in the final test, after the intervention, 84% managed to develop these skills. In conclusion, the teacher who applies the flipped classroom with the use of GeoGebra and Quizizz generates optimal learning in the analysis of the behavior of a graph and in visualization of a mathematical model in a real and interactive way, additionally, the student is the protagonist and builder of his own learning.

Keywords: Teaching and learning process, flipped classroom, GeoGebra, Quizizz, mathematics, real functions.

INTRODUCCIÓN

La tecnología a lo largo de los años ha tenido un crecimiento exponencial en lo económico, social, cultural, científico y en el campo educativo. A nivel mundial todas las personas pasan interconectadas, buscando, creando y compartiendo información. La tecnología ha solucionado problemáticas y necesidades a las que se enfrenta la sociedad actual.

En el ámbito educativo, es indispensable la incorporación de las TIC, pero no basta con solo dotar de equipos los salones de clase, ya que la tecnología no trabaja por sí sola, los profesores tienen que capacitarse continuamente para desarrollar competencias digitales, que permitan desenvolverse eficazmente en un entorno educativo virtual, y de esa manera proporcionar a los estudiantes conocimientos y habilidades para su vida personal y profesional, mejorando significativamente el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La tecnología brinda la oportunidad de cambiar la metodología tradicional (Docente trasmisor de conocimientos y los estudiantes receptores de la información, empleando únicamente recursos como la pizarra y libro de texto), por metodologías activas, integrando herramientas educativas virtuales donde el estudiante es el principal actor y constructor de su conocimiento y el docente cumple su rol de guía en el proceso enseñanza aprendizaje.

Países desarrollados y otros en vía de desarrollo han integrado las TIC en el sistema educativo, por ejemplo en América del Norte el Departamento de Educación de los Estados Unidos a finales del 2010 publicó el Plan Nacional de Educación en TIC, el mismo que tiene como objetivo potenciar las habilidades y capacidades de docentes y estudiantes en entornos virtuales de aprendizaje. En el año 2015, hubo 54 escuelas y academias de innovación aprobadas en los distritos de Massachusetts que implementaron el modelo STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas) creando ecosistemas de aprendizaje

equitativos y accesibles, aulas equipadas en tecnología, laboratorios de física, química, salas de computación, bibliotecas virtuales. (U.S. Department of Education, 2017)

España es uno de los países que también esta innovando la educación, en octubre de 2012 el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, en colaboración con las comunidades autónomas, ha puesto en marcha el Plan de Cultura Digital en la Escuela, el mismo busca mejorar la formación del alumnado y profesorado, además de dotar a los centros educativos de medios para ser más digitales. (Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF), 2017)

Las escuelas han sustituido los libros de textos de papel por las plataformas de contenidos educativos digitales, la incorporación de tablets y pizarras digitales interactivas a las aulas, brindando la oportunidad a docentes y estudiantes de experimentar nuevas formas de enseñanza aprendizaje basado en TIC.

El Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado (INTEF) presentó el informe sobre indicadores del uso de las TIC en España y Europa. Éste muestra datos estadísticos de la disponibilidad de equipamiento e infraestructura TIC en los centros escolares españoles. En el curso escolar 2014-2015, la gran mayoría de los centros escolares públicos españoles disponía de conexión a Internet. En cuanto al tipo de ordenadores disponibles en los centros escolares el 51,2% eran de sobremesa, el 45,2% portátiles y el 3,6% tabletas. (Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF) , 2016)

Todas las medidas adoptadas han hecho que España se haya situado a la cabeza de la Unión Europea en el uso de las TIC en las escuelas.

En América Latina algunos países invierten en el uso de Recursos Educativos Abiertos para potenciar y mejorar la educación en escuelas y universidades por ejemplo:

En México, las TIC, han cobrado un lugar relevante dentro de la educación básica, lo que facilita a profesores y alumnos su labor dentro del aula en el proceso enseñanza-aprendizaje. El Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación en México presentó un informe estadístico sobre el uso de las TIC en la educación primaria y secundaria, el 64.9% de las escuelas secundarias públicas y el 75.6% de los bachilleratos tienen al menos una computadora para uso educativo; esa cobertura ocurre todavía en una mayor proporción en planteles del sector privado. (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, 2018)

Sin embargo, a pesar del esfuerzo que hacen los países en vías de desarrollo por dotar de tecnología a escuelas y colegios, sigue predominando aún una gran brecha digital. Niños, jóvenes y adultos de la zona comunitaria e indígena en México son los menos beneficiados con el uso de las TIC.

Ecuador es otro de los países latinoamericanos que también está integrando las TIC en la educación, el Ministerio de Educación dio a conocer la agenda educativa digital 2017-2021 para mejorar la calidad de la educación a través de las TIC, llevando la escuela tradicional a una escuela digital.

El Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INEC) en la encuesta multipropósito 2020, realizada a una muestra de 12.072 viviendas, refleja los siguientes datos respecto a los equipos tecnológicos y acceso de internet en los hogares del Ecuador, el 25,3% cuenta con computadora de escritorio, mientras que el 31,3% con computadora portátil, y el 12,7% de los hogares tienen computadora de escritorio y portátil. El acceso de internet por cable o modem en los hogares fue el 53,2% a nivel nacional; el 61,7% en el área urbana y el 34,7% en el área rural. (Instituto Nacional de Estadística y Censos , 2021)

Las TIC son fundamentales en la sociedad, contar con algún recurso tecnológico como computadora y tener acceso a internet facilita el aprendizaje, permiten desarrollar

habilidades y destrezas a lo largo de la vida, siempre y cuando sean utilizadas de la manera correcta.

También es importante mencionar que los docentes deben tener formación en TIC, razón por la cual, el Ministerio de Educación está brindando capacitaciones gratuitas en convenio con organismos nacionales e internacionales a través de la plataforma MECAPACITO a docentes de todo nivel con la finalidad de desarrollar en ellos competencias digitales, que permitan innovar su metodología de enseñanza aprendizaje, aplicar herramientas didácticas para fortalecer y potenciar las destrezas en distintas áreas del conocimiento como la matemática, ciencia fundamental en la vida cotidiana del ser humano, la ingeniería, medicina, economía, finanzas, etc.

Según estudios del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), se destaca la importancia del acceso y utilización de las TIC con el rendimiento académico, si los estudiantes tienen dificultad en alguna asignatura pueden ingresar a plataformas educativas gratuitas donde mejorarán sus conocimientos, a diferencia de quienes no usan las TIC para fines académicos. (OCDE, 2020)

El informe Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) 2018 aporta información relevante respecto al nivel de rendimiento de los estudiantes de Ecuador en matemática, el 70,9% de los estudiantes está por debajo del nivel 2, considerado como el nivel de desempeño elemental; de este porcentaje, el 21% se encuentra en el nivel 1a, y tienen la capacidad de realizar procedimientos rutinarios en contextos conocidos; el 39,9% está por debajo del nivel 1a, es decir, en los niveles 1b o 1c, donde se encuentran preguntas sobre contextos fáciles de entender, con información clara y evidente, además existe un porcentaje de estudiantes que no superó el nivel 1c (nivel en donde se utiliza un solo procedimiento u operación). (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2018)

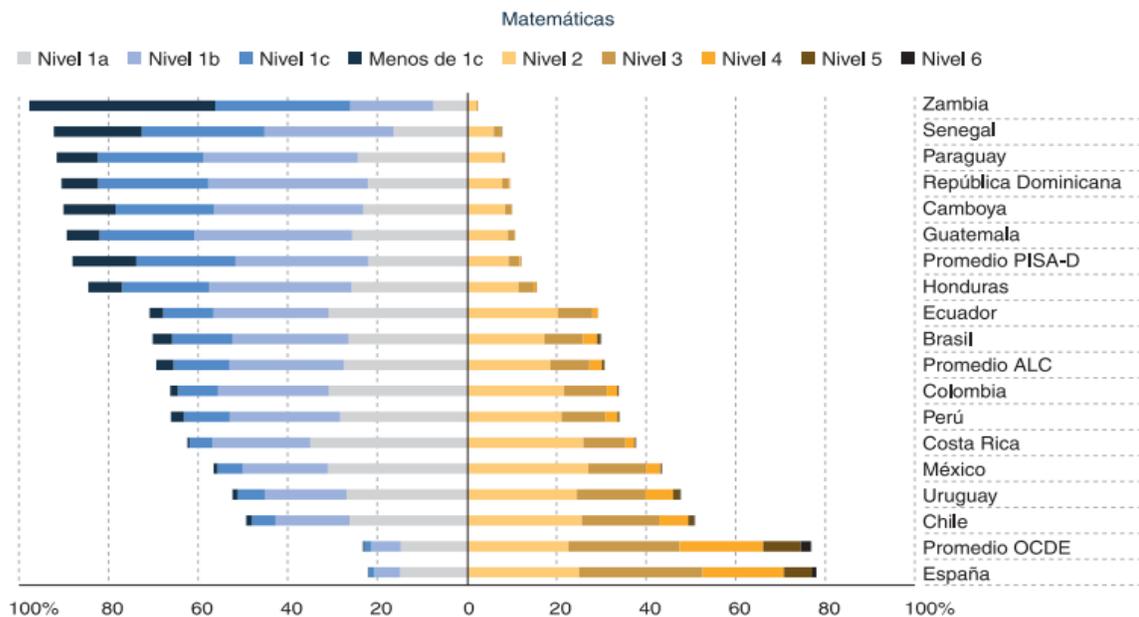


Figura 1. Resultados PISA 2018

Fuente: (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2018)

El informe Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) 2018 presenta en sus resultados un porcentaje relevante de estudiantes con bajo rendimiento en la asignatura de matemática, por lo tanto, es necesaria la incorporación de algunos recursos, estrategias y medios didácticos a fin de mejorar el aprendizaje y rendimiento académico de los estudiantes.

La enseñanza de la Matemática tiene como propósito fundamental desarrollar la capacidad para pensar, razonar, comunicar, aplicar y valorar las relaciones entre las ideas y los fenómenos reales. Este conocimiento y dominio de los procesos le dará la capacidad al estudiante para describir, estudiar, modificar y asumir el control de su ambiente físico e ideológico, mientras desarrolla su capacidad de pensamiento y de acción de una manera efectiva. (Ministerio de Educación, 2016)

El currículo de bachillerato general unificado está enfocado en cumplir con los objetivos generales del área de matemática. Durante la etapa académica los estudiantes han adquirido destrezas y competencias analíticas, algebraicas, geométricas y estadísticas

utilizando las herramientas tecnológicas, esta formación los prepara para seguir sus estudios de niveles superiores (técnico, tecnológico o universitario) y a solucionar problemas de otras disciplinas de conocimiento, de su entorno local y nacional, por medio del análisis, la organización y el procesamiento de la información. (Ministerio de Educación, 2016)

Desde el año 2016 el Sistema Educativo del Ecuador ha tenido un avance notable en la Educación General Básica y Bachillerato. El currículo se enfoca en que los estudiantes a medida que van culminando sus niveles académicos adquieran y desarrollen conocimientos, habilidades y destrezas en situaciones concretas y diferentes para la solución de problemas. (Erreyes, García, & Zurita, 2017).

Es importante que los estudiantes desarrollen destrezas y habilidades que les permitan solucionar problemas de la vida cotidiana, sin embargo no todos logran alcanzar determinadas destrezas, por lo tanto surge la necesidad de replantearse como se está enseñando las matemática, qué estrategias didácticas estoy utilizando para fortalecer el aprendizaje en los estudiantes.

En el Ecuador se encuentra la Unidad Educativa Dr. Luis Célleri Avilés, situada en la provincia de Santa Elena; cantón La Libertad, institución en donde se ha venido desarrollando la práctica pedagógica de los docentes del área de matemática de manera tradicional, realizando explicaciones sobre un tema, planteando y resolviendo ejercicios en la pizarra, luego respondiendo algunas dudas de los estudiantes, para continuar con ejercicios similares, generalmente sugeridos por el libro, que deben ser resueltos individualmente o en grupos, y finalmente concluir la clase con una retroalimentación del tema estudiado.

Este escenario, aunque toma en consideración aspectos como la metodología de clase, participación de los estudiantes, y la dinámica e interacción de docentes y estudiantes, muestra un proceso de enseñanza de las matemáticas rígido y vertical. A través de clases magistrales, los estudiantes son receptores pasivos que deben memorizar los

procedimientos bajo un entorno de pupitres y una pizarra de fondo, sin que exista innovación en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Enseñar matemáticas no consiste en reproducir algún contenido o memorizar un ejercicio, sino más bien aplicar ese ejercicio en aspectos de la vida diaria, ayudando al estudiante a razonar, pensar, desarrollar destrezas y que su aprendizaje no se limite solamente a adquirir conocimiento dentro del salón de clase sino fuera del mismo, es decir, haciendo uso de la experimentación, observando y relacionando la matemática con los diferentes diseños de la naturaleza (cambios de temperatura, ciclo del agua, desarrollo de las plantas, montañas, etc) y de la vida cotidiana (casas, carreteras, vehículos, etc.) aplicando la geometría, estadística, álgebra, cálculo, etc.

Hoy en día es importante la utilización de distintas herramientas didácticas en los salones de clase ya que despiertan el interés de los estudiantes y ayudan a fortalecer su aprendizaje, sin embargo, en la Unidad Educativa Dr. Luis Céleri Avilés se ha evidenciado la falta de recursos tecnológicos, motivo por el cual, los docentes continúan con sus clases tradicionales.

Dada la notable presencia de las TIC en la educación, muchos docentes se han replanteado preguntas esenciales: ¿Cómo enseñar?, ¿Con qué materiales?, ¿Cuál es mi papel?.

En el ámbito educativo es fundamental que los docentes tengan una formación continua respecto al uso adecuado de las TIC, ya que de esa forma podrán orientar a los estudiantes en la utilización correcta de estas herramientas tanto en lo académico como en la vida diaria.

A lo largo de muchas décadas la educación se ha ejecutado de forma presencial, donde el papelógrafo, la pizarra acrílica, el texto escolar, el proyector, las pruebas escritas y

lecciones orales eran los únicos recursos y herramientas de evaluación que el docente utilizaba.

En la actualidad, la educación a nivel nacional y mundial enfrenta nuevos retos y con la llegada de la pandemia, la educación presencial tuvo que volverse virtual, los docentes se vieron en la necesidad de encontrar estrategias funcionales para poder lograr un resultado significativo en el proceso enseñanza aprendizaje. Herramientas como Classroom, google forms, genially, pizarra Idroo, GeoGebra, Quizizz entre otras, fomentan el aprendizaje cooperativo y fortalecen la innovación en la enseñanza de las matemáticas, a criterio del autor, los docentes están descubriendo el impacto positivo de las TIC en la mejora del proceso enseñanza aprendizaje.

El currículo de matemática del Ecuador menciona que los estudiantes deben desarrollar importantes destrezas matemáticas como: reconocer los tipos de funciones, realizar la representación gráfica, analizar el comportamiento de las diferentes gráficas, incorporando las TIC, sin embargo, se ha diagnosticado que estas destrezas no han sido alcanzadas por los estudiantes.

Uno de los temas fundamentales a ser estudiado en matemática son las Funciones Reales, ya que permiten resolver problemas de la vida diaria, problemas de finanzas, de economía, de estadística, de ingeniería, medicina, etc.

En base a los antecedentes descritos anteriormente, el presente trabajo de investigación está dirigido a los estudiantes de bachillerato especialidad contabilidad de la Unidad Educativa Dr. Luis Célleri Avilés, en quienes se ha evidenciado, a través de los procesos de enseñanza aprendizaje, la dificultad que tienen para comprender los conceptos básicos de matemáticas en el tema de funciones reales, en particular, definición de función, dominio y rango, intersección con los ejes coordenados, asíntotas, definición de la derivada, intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos y concavidad para funciones reales.

Dada la problemática planteada se ha determinado las siguientes causas con los respectivos efectos:

- ✓ Estudiantes con poco dominio matemático y un bajo rendimiento en el promedio de la asignatura de matemática.
- ✓ Poca formación de docentes en el uso de las TIC y aplicaciones educativas en el proceso enseñanza aprendizaje lo que genera ausencia de innovación y la continuidad en el uso de metodologías tradicionales.
- ✓ Metodología de enseñanza tradicional del docente causa una limitada participación y desinterés en los estudiantes.

Los docentes no innovan su cátedra con nuevas metodologías de enseñanza, en la investigación se busca comprobar que el uso de las herramientas didácticas virtuales, tales como geogebra y quiziz, dentro del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas generarán un cambio positivo en la práctica docente y en el aprendizaje de los estudiantes, quienes desarrollarán competencias y destrezas en el uso de las herramientas y se convertirán en los actores de su propio aprendizaje.

Por lo tanto, es relevante determinar qué y cuáles son las metodologías activas que están dentro del proceso enseñanza y aprendizaje, y su importancia, simultáneamente definir las TIC y las herramientas didácticas virtuales que se utilizarán, como sus características, clasificación y beneficios en el ámbito educativo que contribuya a mejorar y fortalecer el aprendizaje de los estudiantes.

El tema propuesto es significativo debido al análisis del impacto positivo de la utilización de las herramientas didácticas virtuales, en los diferentes ámbitos y niveles educativos existentes (vía el Internet), tanto en sus diversas modalidades de educación a distancia, como de educación presencial y además promueve un interés en los estudiantes,

ya que se involucren en el uso de aplicaciones educativas online, de esta manera se mejora el proceso enseñanza y aprendizaje en el ámbito educativo.

El presente estudio está enfocado en contribuir al mejoramiento del proceso enseñanza aprendizaje (metodología del aula invertida) de las matemáticas en el bloque de Funciones Reales, basada en el uso de las herramientas didácticas virtuales (GeoGebra y Quizizz).

Dentro del proceso enseñanza aprendizaje está el aula invertida, es una metodología innovadora que busca fomentar autonomía del estudiante, para que él construya sus conocimientos con materiales o recursos brindados por el docente dentro y fuera del salón de clase. Ofrece un enfoque integral logrando que los estudiantes sean investigativos y que exploren nuevas formas de aprendizaje, en este método el docente es facilitador y realiza los refuerzos en las clases presenciales. (Prieto, Campos y Del Pino, 2016).

Los principales beneficiarios con el uso de las herramientas didácticas virtuales son los estudiantes ya que desarrollarán un pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida cotidiana. Al despertar el interés por la construcción del aprendizaje se logra que los estudiantes se motiven e interactúen en clase, por lo tanto, la planificación debe ser efectiva en todo sentido, es por eso que el uso de GeoGebra y Quizizz encaja como una estrategia metodológica para los estudiantes de bachillerato, especialidad contabilidad de la U.E. Dr. Luis Céleri Avilés.

Luego de las reflexiones expresadas en párrafos anteriores en este trabajo de investigación se pretende conocer las características que debe tener una metodología que contribuya al mejoramiento en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (funciones reales) en los estudiantes de bachillerato especialidad Contabilidad de la Unidad Educativa Dr. Luis Céleri Avilés.

El trabajo de investigación está formado por los siguientes capítulos:

En el capítulo I se establece un enfoque teórico referencial, con el sustento de autores claves como la UNESCO, las aportaciones de autores de tesis con temas relacionados a las tendencias teóricas del proceso enseñanza aprendizaje de matemática y se hace un análisis de antecedentes históricos del mismo en el mundo y en particular, en el Ecuador.

El capítulo II comprende el diseño de la investigación, se establece el tipo de estudio, los métodos, técnicas e instrumentos a utilizar, se determina la población y la muestra del estudio y se efectúa el procesamiento de la información.

En el capítulo III se establece el análisis de los resultados obtenidos, se fundamenta y describe la intervención para el trabajo de investigación. Se identifican las conclusiones, se ofrecen recomendaciones y se acompaña el proyecto de bibliografía y anexos.

OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN

Objetivo General

Analizar la incidencia de la estrategia metodológica del aula invertida y el uso de las herramientas didácticas virtuales (GeoGebra y Quizizz) para contribuir al mejoramiento del proceso enseñanza aprendizaje de las funciones reales, en los estudiantes de Bachillerato, especialidad Contabilidad de la Unidad Educativa Dr. Luis Célleri Avilés.

Objetivos específicos

- Determinar las bases teóricas que sustentan el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones reales en la asignatura Matemática, nivel Bachillerato.
- Diagnosticar el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones reales y las principales dificultades de aprendizaje en la asignatura Matemática, de los estudiantes de Bachillerato.
- Determinar las características de la metodología aula invertida basada en el uso de herramientas didácticas virtuales dentro del proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones reales en la asignatura matemática de los estudiantes de Bachillerato.
- Analizar los resultados del proceso enseñanza aprendizaje de las funciones reales durante la intervención mediante la aplicación de la metodología del aula invertida y el uso de las herramientas didácticas virtuales (GeoGebra y Quizizz) en la asignatura de matemática de los estudiantes de Bachillerato.

Planteamiento hipotético

La aplicación de una intervención basada en la metodología del aula invertida y herramientas tecnológicas como GeoGebra y Quizizz contribuye en el mejoramiento del proceso enseñanza aprendizaje de las funciones reales, en los estudiantes de Bachillerato, especialidad Contabilidad de la Unidad Educativa Dr. Luis Céleri Avilés.

CAPÍTULO I

MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo se abordan las bases teóricas que constituyen el sustento del tema de investigación a partir del análisis de los antecedentes históricos, se definen las metodologías, procesos y estrategias de enseñanza aprendizaje, didáctica, diseño curricular, así como las TIC y su uso en la enseñanza de matemática, las funciones reales y los fundamentos legales.

1.1. Antecedentes de la investigación

Las matemáticas son fundamentales en la vida cotidiana por muchas razones, entre ellas ayudan a razonar, pensar, analizar e interpretar datos, están presentes en las diferentes ciencias, disciplinas y áreas. Desde la antigüedad, han ayudado a resolver problemas tales como la medición y control de terrenos así como en la producción, también han permitido comprender leyes o fenómenos del universo. Sin duda, la importancia de esta ciencia es tanta que ha aportado mucho en el desarrollo de la tecnología, debido a que ingenieros o programadores han usado ciertos algoritmos matemáticos para desarrollar software que facilitan procesos personales, profesionales y laborales.

La matemática no es sólo una asignatura que consiste en explicar una fórmula o encontrar el valor de x o y , su aporte va más allá, sobre todo en el campo de la educación, donde la participación activa de los docentes ayuda al estudiante a razonar e interpretar el significado de los resultados y a aplicarlos en la vida real. El siglo XXI es considerado el siglo de la era digital, por lo tanto, es fundamental enseñar matemáticas usando las TIC, promoviendo la innovación por parte de los maestros transformando, así, la enseñanza tradicional.

Parra (2014), manifiesta que la incorporación de las TIC en los establecimientos educativos, como herramientas que facilitan el acceso a la información, permite desarrollar múltiples tareas, trae cambios importantes en la forma en que los seres humanos se comunican, estudian e investigan.

Los métodos de enseñanza requieren ser replanteados y enfocados hacia los intereses de las nuevas generaciones y es uno de los retos que deben afrontar los maestros para incluir a estudiantes y comunidad educativa en el descubrimiento de nuevos saberes, convirtiendo a las aulas en verdaderos laboratorios y a la escuela en generadora de habilidades creativas en los estudiantes.

Los programas de alfabetización tecnológica para el profesorado permitirán, que se dé el proceso de sensibilización para el uso de las TIC en su práctica educativa. En el aprendizaje es indispensable el recurso TIC, ya que sin éste, el discente no puede desenvolverse ni seguir las exigencias de su entorno de vida. (Guzmán, 2008)

Gómez (2008), indica que el diseño de estrategias didácticas apoyadas en el uso de las TIC desarrolla las competencias de los estudiantes. Sin embargo, las estrategias didácticas y pedagógicas ejecutadas por los docentes siguen siendo tradicionales centrado en el trabajo en exposiciones, recursos orales y procesos de repetición de la información.

Se puede deducir que el Proceso Enseñanza Aprendizaje de la matemática, debe ser replanteadado por los docentes y demás actores de la educación, mediante el análisis y utilización de estrategias y recursos innovadores, fundamentados en las TIC, lo que ayudará a enriquecer el aprendizaje y la motivación del estudiante, transformando la rigidez del contenido unidad o bloque de la parte tradicional del método de enseñanza.

Enseñar matemáticas con el uso de las TIC es uno de los retos que enfrenta el docente ecuatoriano, si bien es cierto el Gobierno, a través del Ministerio de Educación, ha gestionado y ha firmado convenios con organismos internacionales para la aplicación de las

TIC en el aula. Sin embargo, la realidad en la educación primaria y secundaria sigue siendo la misma: carencia de equipos tecnológicos, docentes con poca formación en TIC, uso de recursos tradicionales pizarra y texto escolar. Es fundamental enseñar y aprender matemáticas con el uso de las TIC, ya que la tecnología brinda la oportunidad de realizar procesos matemáticos de manera rápida y efectiva, por tal razón, los docentes deben realizarse ciertas preguntas: ¿Influye mi metodología en el aprendizaje de los estudiantes? ¿Qué técnica o estrategia debo utilizar? ¿Qué recursos educativos digitales debo usar para innovar las clases?

Guaypatín (2011), manifiesta en su investigación que cuando los profesores emplean algún recurso tecnológico en la enseñanza de las matemáticas, las clases son más interesantes, más agradables y más entendibles, los estudiantes se sienten más motivados y ponen más interés en su aprendizaje. Los docentes deben aplicar recursos digitales para formar profesionales competentes en cualquier rama.

Cuando los docentes utilizan programas tecnológicos en sus clases mejora el proceso enseñanza aprendizaje, además es importante que los docentes tengan capacitación TIC, puesto que el uso de herramientas tecnológicas desarrolla su creatividad para formular nuevas formas de enseñar, aprovechando la diversidad de herramientas tecnológicas que se encuentran disponibles y de forma gratuita en la red. (Ortega, 2014)

En términos generales se puede decir que los recursos o programas tecnológicos permiten que la enseñanza y el aprendizaje sean más interesantes, agradables y entendibles, siendo el docente el encargado de guiar a sus estudiantes en el uso correcto de dichas herramientas a través de la creatividad en la hora clase, generando motivación, interés y participación.

Existe a nivel nacional e internacional una real preocupación por mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de matemática basado en el uso de las TIC, razón por la cual, se

debe continuar con investigaciones que puedan proporcionar resultados en donde se observen beneficios tanto para docentes como para los estudiantes.

1.2. Antecedentes históricos de la matemática

La perspectiva histórica muestra claramente que las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua, que ha existido desde la civilización babilónica, quienes poseían un alto nivel de habilidad en el cálculo, en el 5000 a.C.; pasando por los egipcios y la construcción de sus enormes pirámides; y los griegos con su sistema de base decimal.

Las matemáticas han ido evolucionando con el paso del tiempo y han tenido una gran influencia en otras ciencias como la física, la antropología, la biología y la educación. En el siglo XIX, se comienza a desarrollar y construir teoremas basados en axiomas para enseñar ciertos de sus saberes como las funciones trigonométricas, la concepción de números complejos, la teoría de conjuntos y la racionalización. En el siglo XX, surgen la Tecnología de la Educación y la Instrucción Programada, donde los profesores empiezan a trabajar en base a taxonomías, objetivos y procesos educativos de las propuestas psicocognitivas de Jean Piaget, Lev S. Vigotsky, Jerome Bruner, David Ausubel y otros. (Rozo & Pérez, 2014)

Contreras (2012), manifiesta que en la década de los 70 algunos profesores de matemática realizaron investigaciones sobre la enseñanza de esta asignatura y encontraron algunos aspectos negativos como la metodología, la dificultad de los estudiantes con algunos contenidos, etc., por lo que se vieron en la necesidad de plantear algunas teorías didácticas para mejorar la enseñanza de la matemática.

La Teoría de Situaciones Didácticas consiste en aplicar el conocimiento matemático mediante una situación, por ejemplo: enseñar las medidas de longitud midiendo objetos

reales donde el estudiante pueda construir su aprendizaje de manera significativa. (Brousseau, 1972)

Yves Chevallard (1991), propone la transposición didáctica, la cual está formada por tres objetos: el proceso de estudio como objeto primario de la investigación didáctica, el proceso de enseñanza y el proceso de aprendizaje como objetos secundarios. Esta teoría consiste en la adaptación curricular de los contenidos según la edad o necesidad del estudiante, basándose en la teoría constructivista del aprendizaje.

Vergnaud (1994), trabaja sobre las bases de la teoría de Piaget (operaciones lógicas generales y de las estructuras generales del pensamiento), y plantea la teoría de campos conceptuales atribuida a la interacción social, al lenguaje y a la simbolización. Esta teoría consiste en aplicar los campos conceptuales en diversas situaciones.

El siguiente gráfico, muestra un resumen del estado actual de la didáctica de la matemática.

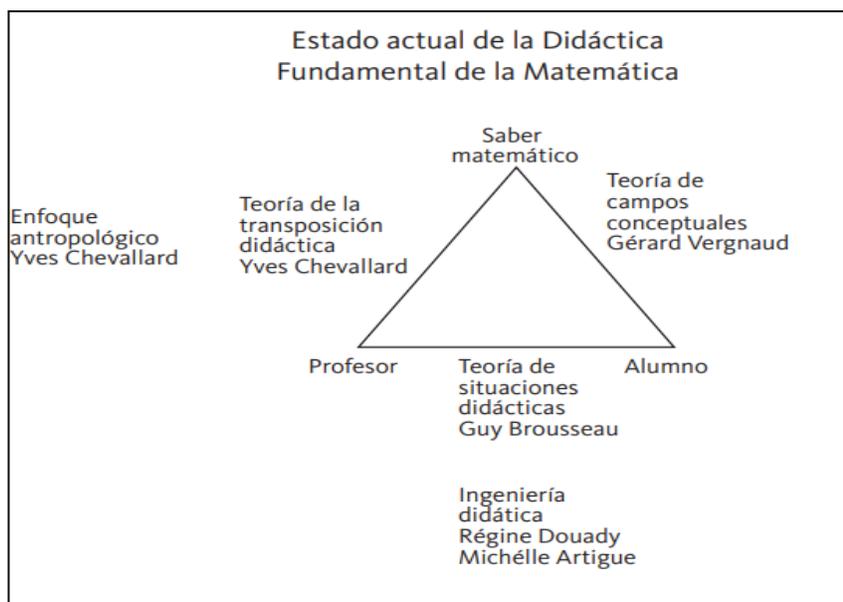


Figura 2. Triángulo de la didáctica

Fuente: (Contreras, 2012)

El triángulo didáctico está formado por tres vértices: el saber matemático, el profesor y el alumno, cada uno de ellos con una función dentro del proceso de enseñanza aprendizaje. Los lados representan las teorías didácticas de Chevallard, Vergnaud, Brousseau, quienes han aportado significativamente en lo pedagógico, metodológico y actitudinal, relacionando el contenido matemático con su aplicación en situaciones reales de la vida cotidiana.

El uso de las matemáticas proporciona múltiples beneficios ya que son aplicadas en todo tipo de actividades de la vida diaria, al ir de compras, decorar el hogar, escuchar el pronóstico del tiempo, entre otras. La rama más antigua de las matemáticas es la aritmética, la misma que es utilizada en la vida cotidiana gracias a los instrumentos básicos de los que dispone con los cuales se puede contar y medir a diario los elementos que forman parte del entorno. La geometría también es muy utilizada, tiene origen griego y significa literalmente “medición de terrenos”, incluye el cálculo de la superficie, la distancia, el volumen y otras propiedades de las formas y las líneas. (JW.ORG, 2003)

La aplicación de la aritmética se ve reflejada en las compras, ventas, porcentaje de descuento, el interés a pagar por un préstamo, etc.: por ejemplo una computadora valorada en \$750 tiene un descuento del 10%. Una forma sencilla para determinar cuánto hay que cancelar, consiste en multiplicar $\$750 \times 10\% = \75 y después se resta del valor original ($750 - 75 = 675$). El valor final a cancelar aplicando el descuento es de \$ 675.

La aplicación de la geometría puede realizarse a través del uso de ángulos y medidas en el diseño del hogar, construcción de edificios, casas, estadios, escuelas, etc.

1.3. Proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática

La enseñanza continúa evolucionando al mismo ritmo que la sociedad, por lo tanto, ya no es suficiente que las escuelas solamente proporcionen o transmitan conocimientos

básicos, más bien, deben ayudar a los estudiantes a desarrollar un pensamiento crítico y lógico, así como la aplicación de los conceptos y fórmulas en situaciones de la vida real. (Pérez, 2006)

Ecured (2016), afirma que la enseñanza es un elemento esencial del proceso educativo, en el cual, el docente utiliza diferentes estrategias didácticas y recursos que permiten desarrollar de manera efectiva, eficiente y eficaz la explicación del tema, con el fin de lograr en los estudiantes interés, motivación y participación significativa durante su proceso de aprendizaje.

La enseñanza es una actividad realizada por el docente utilizando estrategias y recursos que facilitan la adquisición de conocimientos por parte del estudiante, va más allá de explicar una fórmula, teoría o concepto, se trata de ayudar al estudiante a relacionar tales conocimientos con su experiencia y/o entorno, a la vez que éste vaya desarrollando fortalezas, habilidades y destrezas imprescindibles que van a ser útiles en situaciones de la vida diaria.

El aprendizaje se construye con los conocimientos previos que poseen los estudiantes, es decir, el docente debe relacionarlos con los nuevos contenidos, para facilitar su comprensión y lograr así un aprendizaje significativo. (Ausubel, 1983)

Ecured (2016), manifiesta que el aprendizaje es el proceso en el cual el estudiante va adquiriendo conocimientos con la guía y orientación del docente, dentro y fuera del salón de clase. En esta etapa el estudiante desarrolla habilidades, hábitos y capacidades que le permiten desenvolverse en su entorno.

El aprendizaje es un proceso que se construye todos los días en cada etapa de la vida, en el hogar, trabajo, escuela. En el campo de la educación existen dos actores fundamentales que aprenden mutuamente el docente y el estudiante; el primero debe buscar estrategias y herramientas que ayuden al segundo a lograr un aprendizaje

significativo. Es importante primero analizar sus conocimientos previos, relacionar el tema con el entorno o la vida cotidiana y después presentar el nuevo contenido, permitiendo al estudiante que construya, él mismo, su conocimiento y que refuerce lo aprendido con algún recurso tecnológico.

El proceso de enseñanza aprendizaje consiste en la construcción de conocimientos dentro y fuera del aula entre dos de sus principales actores docente y estudiantes. El estudiante es el principal protagonista y el profesor guía los procesos de aprendizaje, facilitando las herramientas o recursos para que el estudiante fortalezca sus conocimientos a partir de sus experiencias y la reflexión sobre ciertas temáticas de estudio, intercambiando puntos de vista y opiniones con sus compañeros y el profesor. (Alvarado, Jiménez, Worosz, & Vichot, 2018)

Breijo (2016), afirma que el proceso enseñanza aprendizaje consiste en una serie de actividades desarrolladas por el docente y estudiantes. Cada uno tiene un rol específico, el encargado de la enseñanza es el docente, quien utiliza distintas estrategias didácticas y recursos, mientras que el estudiante es el responsable de su aprendizaje. Sin embargo, dentro del proceso dinámico, se puede intercambiar roles en los que ambos aprenden y enriquecen sus conocimientos.

El proceso de enseñanza aprendizaje se produce entre sus tres principales actores: el alumno, cuyo rol consiste en aprender el material proporcionado por el docente, según su edad, cognición y nivel; el saber comprende el conjunto de conocimientos adquiridos por los estudiantes para su aplicación en su vida personal, profesional y laboral, sea actual o futura; y el profesor, quien es el responsable de enseñar saberes imprescindibles que fortalezcan habilidades, destrezas y competencias en los estudiantes, logrando un aprendizaje significativo. (Alvarado, Jiménez, Worosz, & Vichot, 2018)

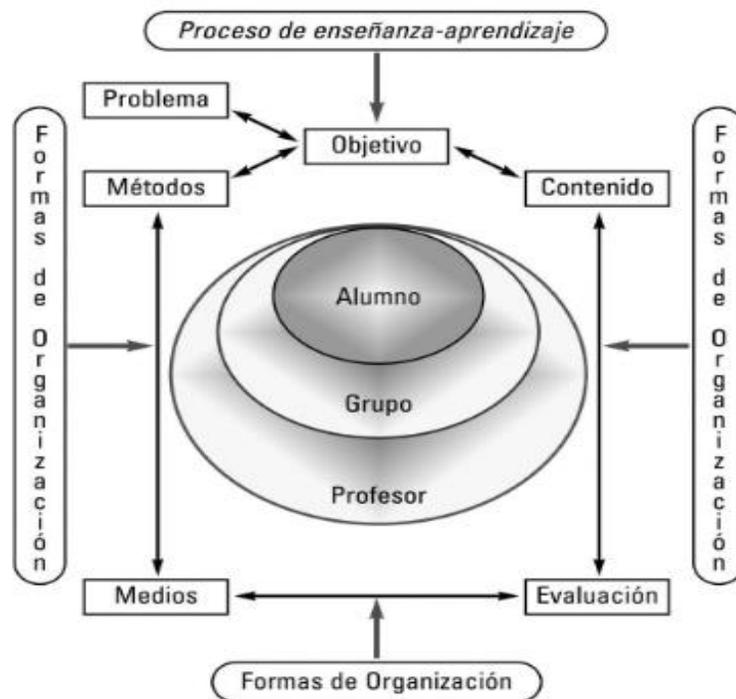


Figura 3. Proceso enseñanza -aprendizaje

Fuente: (García, 2020)

La figura 2 refleja el proceso de enseñanza aprendizaje, que tiene como objetivo contribuir en el desarrollo de habilidades, competencias y destrezas del estudiante. El docente utiliza distintas formas de organización: métodos de enseñanza para que el contenido sea fácil y significativo, y en los tres momentos de la secuencia didáctica evalúa el aprendizaje utilizando medios físicos o tecnológicos para determinar si ha cumplido con el objetivo educativo, y verificar si los estudiantes han alcanzado las destrezas requeridas, con el fin de tomar decisiones a beneficio de los estudiantes.

El proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática está renovando sus enfoques, ya no es significativo solamente utilizar los medios tradicionales (pizarra y texto escolar) para explicar un contenido matemático, ahora la metodología de enseñanza aprendizaje también incluye el uso de las TIC, tratando de buscar estrategias o recursos didácticos innovadores que ayuden al estudiante a adoptar un papel más activo y participativo en la clase, y a su vez que desarrollen competencias y habilidades

matemáticas que brinden la capacidad de relacionar esta asignatura con otras ciencias como la química, biología, física, educación física, lengua, etc., y a solucionar problemas de la vida cotidiana.

Herrera (2014), manifiesta que la didáctica de la matemática permite mejorar significativamente el proceso de enseñanza aprendizaje, los docentes son los encargados de buscar y analizar estrategias o métodos adecuados que ayuden a fortalecer los contenidos de enseñanza, asegurando que los estudiantes desarrollen determinadas destrezas y tengan la capacidad de organizar, interpretar, analizar datos simbólicos, numéricos, gráficos, etc., así como de seleccionar las operaciones que deben aplicarse para la solución de problemas matemáticos.

En el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática es fundamental que los docentes tengan una preparación en las herramientas didácticas, teóricas y prácticas, lo que va a permitir determinar los recursos, estrategias o métodos apropiados para explicar los contenidos y así lograr que los estudiantes adquieran conocimientos imprescindibles, desarrollando su pensamiento lógico, crítico y analítico para desenvolverse con facilidad en la sociedad. (Mendoza, 2019)

1.3.1. Ciclo de aprendizaje ERCA

En el Ecuador, los docentes de educación inicial, media, básica y bachillerato aplican en el proceso de enseñanza aprendizaje el método ERCA (Experiencia, reflexión, conceptualización y aplicación), sin embargo, los docentes también pueden utilizar otras estrategias o metodologías.

Tabla 1.
Ciclo ERCA

<p>Método del Ciclo ERCA: Es una secuencia de cuatro fases básicas, en la cual el participante inicia su proceso de aprendizaje en base a su experiencia previa, reflexiona sobre la misma, realiza una abstracción y conceptualización para aplicar luego a otros temas o aprendizajes.</p>	
<p>Proceso didáctico:</p>	
<p>Experiencia</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimientos adquiridos en el contexto socio cultural • Organizar visitas en el entorno • Leer reportajes o noticias actuales • Utilizar imágenes, videos, carteles • Realizar preguntas – respuestas • Lluvia de ideas • Observar diagramas
<p>Reflexión</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Preguntas – respuestas • Construir con los participantes mapas conceptuales de partida. • Relacionar conocimientos previos • Utilizar material bibliográfico o consultas de Internet y proponer un cuestionario
<p>Conceptualización</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Describir de forma escrita el nuevo conocimiento • Definir conceptos a través de una lluvia de ideas. • Representar la información en esquemas u organizadores gráficos • Utilizar la información obtenida junto con videos, mapas, imágenes para orientar a la identificación. • Organizar y comparar conocimientos
<p>Aplicación</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollar esquemas, modelos o diagramas • Realizar trabajos de grupo como debates o foros • Proponer estrategias o planes de acción • Realizar indagaciones según el tema propuesto • Elaborar nuevos ejemplos • Observar muestras y caracterizarlas. • Analizar aplicaciones, propuestas o planes. • Desarrollar una actividad experimental • Exponer en periódicos murales • Socializar la información

Fuente: (Ministerio de Educación , 2016)

El método ERCA, aplicado durante todo el proceso didáctico, consiste en determinar a través de la experiencia, utilizando lluvias de ideas, imágenes, videos, etc., los conocimientos previos de los estudiantes, para luego continuar con una reflexión en base a ellos y relacionarlos con la temática a enseñar; posteriormente se contextualizan las terminologías, y finalmente, en la fase de la aplicación, los estudiantes demuestran lo aprendido con el desarrollo de actividades, ejercicios, exposiciones, etc.

1.3.2. Momentos de la secuencia didáctica de la matemática

De acuerdo con Sarmiento (2013), las secuencias didácticas sirven para planificar los contenidos de enseñanza, estrategias metodológicas, que se van a desarrollar durante la clase.

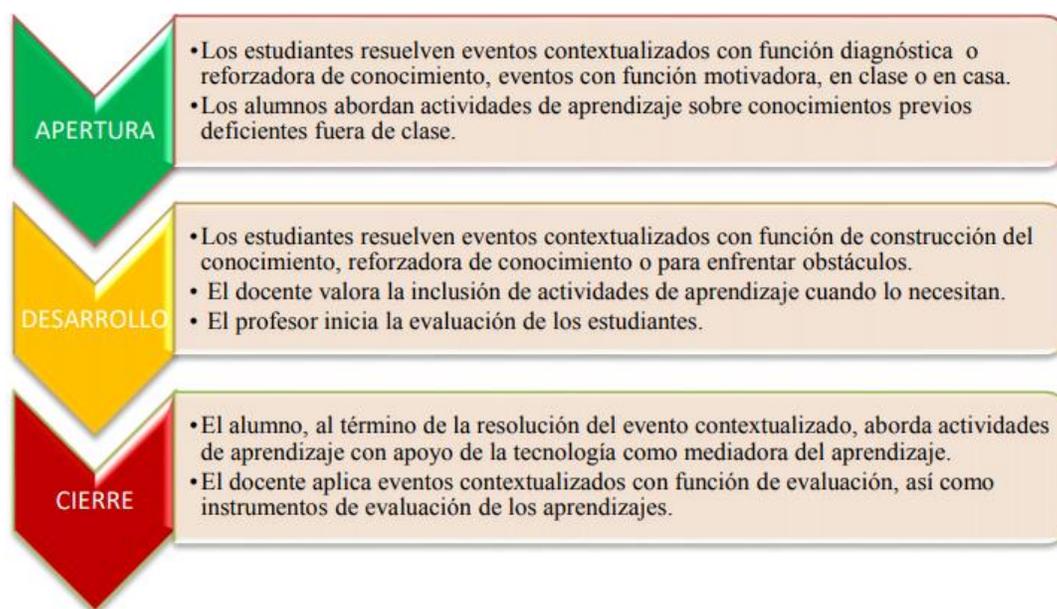


Figura 4. Secuencia didáctica

Fuente: (Camarena, 2017)

En el momento de apertura el docente indica el tema que se va a tratar, los objetivos a alcanzar y lo que se pretende lograr, realiza preguntas a los estudiantes para identificar saberes previos y también relaciona el tema con contextos de la vida diaria. En el desarrollo comienza con la explicación del tema y revisión de conceptos; plantea problemas para

contextualizarlos con el entorno, construyendo el aprendizaje de los estudiantes a través de su participación en talleres; y evalúa su aprendizaje con la finalidad de detectar si los estudiantes han alcanzado el aprendizaje esperado. En el momento de cierre el docente retroalimenta la clase, haciendo énfasis en las falencias detectadas y en los logros que no pudieron alcanzarse a través de los instrumentos de evaluación.

1.4. Estrategias de enseñanza aprendizaje de la matemática

Las estrategias de enseñanza comprenden un conjunto de secuencias, técnicas, métodos, recursos y habilidades utilizado por el docente en los tres momentos del proceso didáctico (apertura, desarrollo y cierre), con el fin de ayudar al estudiante a lograr un aprendizaje significativo. (Viloria & Godoy, 2010, p. 5)

Según Barriga & Hernández (2010), el proceso cognitivo las estrategias de enseñanza se clasifican en:

- Estrategias para activar conocimientos previos: Activan el conocimiento previo o también llamado experiencia, consiste en el uso de lluvia de ideas, socialización de objetivos, visualización de imágenes o videos, entre otras, con el fin de asociarlo con lo que va a aprender.
- Estrategias para orientar la atención de los estudiantes: Son los métodos que utiliza el docente para mantener activo y participativo al estudiante y que no pierda la concentración, atención o interés durante la hora de clase. Por ejemplo: preguntas, crucigramas, sopa de letras, ilustraciones, salida de campo.
- Estrategias para organizar la información que se ha de aprender: Son herramientas que permiten organizar la información que se va a presentar al estudiante; por

ejemplo: mapas conceptuales, mapas mentales, mediante papelotes o diapositivas, utilizando palabras claves e ideas centrales.

- Estrategias para promover el enlace entre los conocimientos previos y la nueva información que se ha de aprender: Son las actividades realizadas para identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes, los mismos que servirán como conexión para la comprensión de la nueva información y de esa manera lograr un aprendizaje significativo. Se puede usar: organizadores previos, analogías.

Barriga & Hernández (2010), manifiesta que las estrategias de aprendizaje son procesos que emplea el estudiante para aprender de forma relevante, con el fin de resolver problemas de la vida escolar y se clasifican de la siguiente manera:

- Estrategias de elaboración: Tienen como objetivo relacionar las experiencias y/o conocimientos previos con los nuevos contenidos.
- Estrategias de organización: Permite organizar y clasificar la información previa en diagramas, esquemas, cuadros sinópticos, etc., que permitan al estudiante comprender el nexo del conocimiento previo con la nueva información o tema de estudio.
- Estrategias de recuperación de la información: Son las actividades que permiten recordar, de manera óptima, el conocimiento aprendido a lo largo del tiempo.

Es importante que, durante el proceso enseñanza aprendizaje, los docentes analicen el tipo de estrategia metodológica que van a utilizar para enseñar y explicar los contenidos matemáticos (estrategias de enseñanza), acompañado de recursos físicos y digitales (estrategias de aprendizaje), que contribuyan al alcance y desarrollo de destrezas y habilidades, las cuales serán evaluadas a través de indicadores por parte del docente.

1.5. Metodología activas del proceso enseñanza aprendizaje

La metodología de enseñanza aprendizaje comprende una serie de actividades realizadas por el docente de acuerdo al nivel y a la necesidad de los estudiantes, en la que emplea recursos o estrategias que ayudan a fortalecer su enseñanza y a lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes.

Los docentes deben innovar sus metodologías y no seguir con las clásicas o tradicionales que con el largo del tiempo han generado desmotivación y desinterés en los estudiantes. Y preguntarse a sí mismos si la metodología aplicada influye en el rendimiento de los estudiantes.

Hoy en día existen algunas metodologías activas que ayudan a desarrollar un proceso de enseñanza aprendizaje eficaz, de acuerdo con (Serna & Díaz, 2013) definen a una metodología activa como el proceso que consiste en el desarrollo de actividades individuales y grupales que fomenta la interacción y comunicación de los estudiantes, así como el desarrollo del pensamiento creativo, crítico y lógico, indica además que para lograr un aprendizaje significativo, desarrollar destrezas y competencias imprescindibles los estudiantes deben ser los protagonistas por medio de su participación y experimentación, mientras que el docente cumple su función de facilitador y guía.

1.5.1. Aprendizaje basado en problemas

Según Profuturo (2014), manifiesta que el aprendizaje basado en problema es una metodología que potencia el aprendizaje de los estudiantes. En el ABP cada equipo de trabajo comienza a indagar e investigar en su entorno algún problema, y con la ayuda del docente facilitador buscan las estrategias para analizar y solucionar el problema planteado, esto permite a los estudiantes el desarrollo de competencias, actitudes y valores.

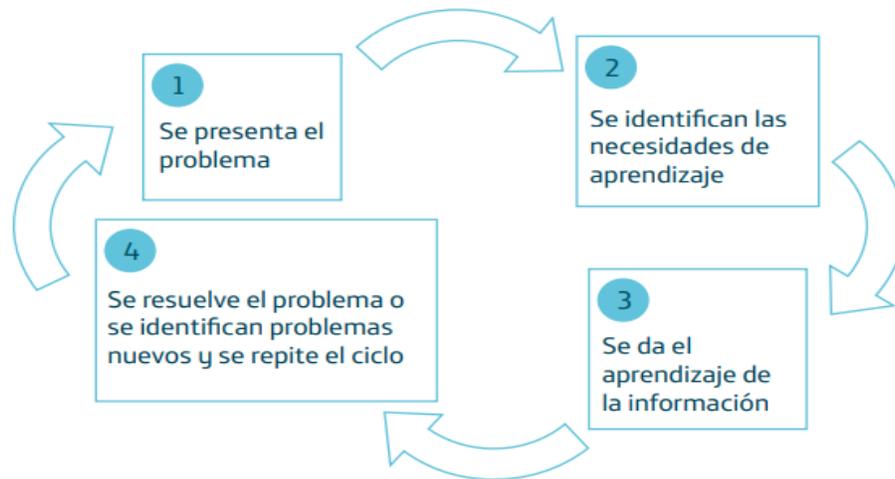


Figura 5.Ciclo del ABP

Fuente: (Profuturo, 2014)

1.5.2. Aprendizaje basado en proyectos

El ABP es una metodología de aprendizaje que involucra la participación activa y colaborativa de los estudiantes. Cada equipo de trabajo planea, ejecuta y evalúa proyectos relacionados con la vida cotidiana, esta metodología permite explorar más allá del salón de clase. (Blank, Harwell, Martí, 2010).

De acuerdo con Martí, Heydrich, y Rojas (2010), el aprendizaje basado en proyectos es una metodología útil para muchas ciencias como matemática, lengua, física, química, entre otras, basada en el uso de las TIC, constituye una estrategia innovadora para los docentes y estudiantes, ya que los contenidos se vinculan con el desarrollo de proyectos, aplicando las herramientas tecnológicas y fortaleciendo el proceso enseñanza aprendizaje.



Figura 6. Habilidades desarrolladas o potenciadas por la aplicación de la metodología basada en proyectos

Fuente: (Educación M. d., 2018)

La figura 17 muestra el conjunto de habilidades que la metodología de aprendizaje basada en proyectos desarrolla o fomenta. Los equipos de trabajo formulan un problema que existe en su entorno, buscan información del tema, indagan e interactúan, utilizando las TIC, con la finalidad de resolver el problema, todo esto permite la construcción de distintas habilidades como la organización (distribución de las actividades, manejo de tiempo y del proyecto), la habilidad de vida (construcción de relaciones) y las tecnológicas (herramientas de la red).

1.5.3. Gamificación

De acuerdo con Medina (2012), la gamificación o aprendizaje basado en juegos otorga muchos beneficios en el proceso de enseñanza aprendizaje, los estudiantes aprenden

por medio de la solución de problemas, también proporciona retroalimentación para que refuercen y fortalezcan sus conocimientos. En esta metodología el estudiante es el protagonista ya que tienen una participación activa.

UNIR (2020), afirma que la gamificación es una técnica que lleva los juegos al proceso enseñanza aprendizaje, con la finalidad de alcanzar los objetivos de la asignatura y que los estudiantes fortalezcan su aprendizaje. Antes de iniciar los juegos en el aula, es importante que los estudiantes tengan conocimiento de las reglas, niveles y dinámicas para que la gamificación sea ejecutada de la manera correcta.



Figura 7. Gamificación

Fuente: (Fernando Rodríguez, 2015)

La figura 18 muestra los elementos que forman parte de la gamificación y sus respectivos componentes: la mecánica (reglas, guión visual, calendario de respuestas, feedback), la medida (ejecución, calidad, cantidad, duración), la conducta (fidelidad, dominio, calidad, motivación) y la recompensa (reconocimiento, acceso, mejoras).

1.5.4. Aula invertida

La metodología del aula invertida se basa en la adquisición de conocimientos dentro y fuera del aula, gracias a la información que puede ser encontrada en libros, revistas, videos, páginas web, plataformas y herramientas tecnológicas. Durante la clase el estudiante demuestra su aprendizaje a través de una explicación o exposiciones usando las TIC, el rol del docente se centra en retroalimentar y guiar el aprendizaje de los estudiantes. (Prieto Martín, 2017)

INTE (2014), define al Flipped classroom es un modelo pedagógico centrado en el estudiante, convirtiéndolo en el protagonista de su propio aprendizaje. El docente envía talleres o actividades fuera del aula (videos tutoriales, link de alguna herramienta o página web) para que los estudiantes investiguen y desarrollen haciendo uso de las TIC, y durante el tiempo de clase orienta, guía y retroalimenta para reforzar los conocimientos y el desarrollo de capacidades. El aula invertida también comprende otras metodologías como ABP (aprendizaje basado en proyectos), trabajo colaborativo, constructivismo y aprender haciendo.



Figura 8. Modelo tradicional y aula invertida

Fuente: (Moreno, 2014)

La figura 19 presenta la comparación del modelo tradicional versus el aula invertida, en la primera metodología durante la clase el docente es el protagonista (explica la clase, envía actividades y retroalimenta) y el estudiante tiene un papel pasivo, solo se limita a escuchar y aprender, y después de la clase realiza las actividades o ejercicios (asimilación de conceptos). En la segunda metodología, antes de la clase el estudiante investiga y explora usando las TIC, siendo el protagonista y constructor de su aprendizaje y durante la clase comparte la información con sus compañeros (exposición del tema) y el docente consolida, refuerza y retroalimenta el aprendizaje.

Características del Aula Invertida

De acuerdo con Bergman & Sams (2012), el aula invertida tiene las siguientes características:

- La instrucción básica resulta efectiva cuando el docente orienta y guía a los estudiantes de forma individual y personalizada, respondiendo a sus inquietudes y necesidades que surjan durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- La instrucción directa se realiza fuera del aula, por medio de recursos facilitados por el docente, para que los estudiantes obtengan un conocimiento previo y durante la clase tengan un rol protagónico desarrollando actividades significativas, promoviendo el trabajo colaborativo y participativo de los educandos.
- Las actividades planteadas por el docente dentro y fuera del aula virtual o presencial buscan fomentar el desarrollo del pensamiento crítico y lógico de los discentes, con el fin de que puedan solucionar problemas de su entorno de forma individual y colaborativa.
- El contenido intelectual regularmente se presenta en video o a través de herramientas de screencasting, de manera que los estudiantes puedan acceder en cualquier momento y vayan construyendo de forma autónoma sus conocimientos.

Los cuatro pilares fundamentales del aula invertida, según Flipped Learning Network (2012) son:

- **Flexible environment (Ambiente Flexible):** Los docentes crean entornos flexibles de aprendizaje que ayuden a los educandos a construir sus conocimientos de forma individual y colaborativa, además permite que ellos puedan tomar decisiones de cuándo y dónde aprender, los docentes que utilizan el aula invertida son flexibles en los ritmos de aprendizaje de cada estudiante y también en el proceso de evaluación.
- **Learning cultura (Cultura de aprendizaje):** El aula invertida cambia la cultura tradicional centrado en el docente por una cultura centrado en el estudiante, que durante el tiempo de clase el discente vaya explorando temas significativos, inclusive fuera del salón de clase, esta modalidad de aprendizaje brinda al estudiante la oportunidad de ser el protagonista y que se involucren activamente en la construcción de su conocimiento y tengan un rol más participativo, y el docente se encargue de guiar y orientar el desarrollo de las actividades, a través de los refuerzos y la retroalimentación.
- **Intentional content (Contenido dirigido):** Los docentes analizan cómo pueden aplicar el aula invertida para ayudar a los estudiantes a comprender conceptos, teorías o procedimientos. Los educadores utilizan contenido intencional (videos, links de páginas web, quizizz) que maximice el tiempo en el aula de clase, empleando estrategias de aprendizaje basadas en métodos activos como el ABP (por problemas o proyectos), la gamificación, etc., según el nivel académico de los educandos.
- **Profesional educator (Facilitador profesional):** En el aprendizaje invertido los docentes observan constantemente a sus estudiantes dentro y fuera del salón de clase, para brindar la retroalimentación oportuna. Los docentes deben tener habilidades tecnológicas para que puedan aplicarlas e interactuar con los educandos, también es importante que los facilitadores reflexionen sobre su forma de enseñar con la finalidad de mejorar o transformar su práctica docente.

1.6. Enseñanza y aprendizaje de las funciones reales

Función, uno de los temas más importantes de matemática, su aplicación está en la economía, medicina, ingeniería, física, arquitectura y en cualquier otro aspecto de la vida cotidiana.

Función expresa la idea de que una cantidad tiene relación de dependencia de otra, por ejemplo: el ingreso depende de la cantidad de artículos vendidos, los intereses a cancelar con el monto del préstamo, la distancia recorrida con el tiempo transcurrido, el valor de una factura de luz con la cantidad de kilovatios consumidos en el mes, en sí, todo tiene una relación de dependencia, a su vez la función permite analizar el comportamiento de las variables de estudio por medio de gráficos.

1.6.1. Funciones reales

De acuerdo con Ministerio de Educación (2018), una función es una relación entre dos conjuntos, A y B, a cada elemento x del conjunto A (dominio) le corresponde un único elemento y del conjunto B (codominio).

Se representa simbólicamente por:

$$f: A \rightarrow B$$
$$x \rightarrow y = f(x)$$

Curo y Martínez (2017), afirman que una función f es una ley en la que a cada valor de entrada x que pertenece al conjunto A le corresponde un único valor de salida y del conjunto B, es decir, es una relación entre la variable independiente x y la variable dependiente y o $f(x)$.

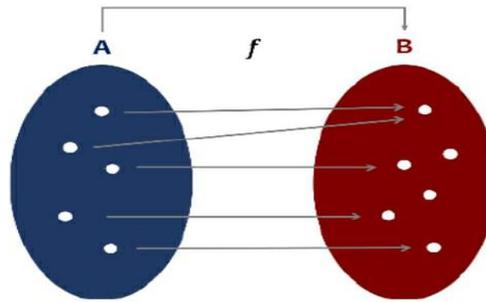


Figura 9. Conjunto

Fuente: (Trujillo, 2017)

En la figura 5 muestra la relación de dependencia entre dos conjuntos A y B, se observa que hay valores del conjunto B que reciben más de una flecha y hay valores que no reciben flechas, sin embargo esto no contradice el concepto de función: a cada elemento del conjunto A le corresponde un y solo un elemento del conjunto B.

1.6.2. Representación de una función

De acuerdo con Floriani (2020), una función puede expresarse en una de las siguientes formas:

Expresión verbal: Expresión verbal: Una función puede estar expresada en forma de texto por ejemplo: la mitad de un número más uno.

Expresión algebraica. Está formada por la variable independiente x y la variable dependiente y o $f(x)$, donde y está despejada. Por ejemplo: $y=2x+1$.

Tabla de valores: Está formada por la variable independiente x (valores conocidos) y la variable dependiente y (valores por determinar).

Gráfica: Una vez calculado los valores de y , los pares ordenados (x, y) son representados en el plano cartesiano, después se une los puntos y finalmente se traza la grafica.

El siguiente cuadro detalla la representación de una función:

Tabla 2.
Representación de una función

	Expresión verbal	Expresión algebraica	Tabla de valores	Gráfica										
Descripción	Un texto puede indicarnos cómo se relacionan entre sí dos variables.	Describimos la relación entre las dos variables mediante una expresión algebraica.	Identificamos cada variable independiente con su variable dependiente, mediante una tabla.	Representamos en unos ejes de coordenadas todos los pares $(x, f(x))$.										
Ejemplo	A cada número real le corresponde su mitad más uno.	$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \rightarrow y = f(x) = 0,5x + 1$ Aunque, si no existe confusión, se habla simplemente de: $f(x) = 0,5x + 1$	Es una tabla donde se toma una pequeña parte de los valores de la variable independiente <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> </table>	x	0	2	4	6	f(x)	1	2	3	4	
x	0	2	4	6										
f(x)	1	2	3	4										

Fuente: (Ministerio de Educación, 2018)

1.6.3. Dominio y Recorrido de una función

Existen dos palabras claves en función el dominio y recorrido, según Jiménez (2006) manifiesta que dominio es el conjunto de valores que se pueden asignar a variable independiente x , también se conoce como pre imagen y se simboliza por $\text{Dom}(f)$, mientras que recorrido o rango son todos los posibles valores de y o $f(x)$, que son imágenes de algún elemento de x y se simboliza por $\text{Rec}(f)$.

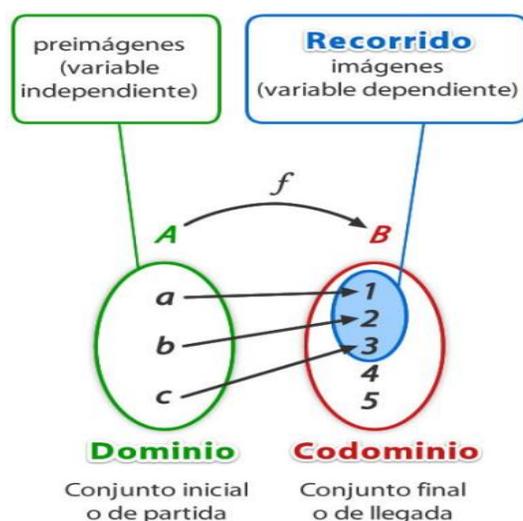


Figura 10. Dominio y Recorrido

Fuente: (Floriani, 2020)

1.6.4. Gráfica de las funciones

De acuerdo con Gallegos (2016), la gráfica de una función es el conjunto de puntos que se obtienen tomando los pares de valores (x, y) como coordenadas de un punto del plano. El primer componente representa la variable independiente x y el segundo componente la variable dependiente y o imagen.

Ejemplo # 1:

Realiza la representación gráfica de las siguientes funciones por la forma algebraica, tabla de valores, gráfica y determina el dominio y recorrido.

$$f: x \rightarrow f(x) = \sqrt{x + 1}$$

a. Expresión algebraica

Valores de $x \geq -1$

$f(x) = \sqrt{x + 1}$				
$y = \sqrt{-1 + 1}$	$y = \sqrt{0 + 1}$	$y = \sqrt{1 + 1}$	$y = \sqrt{2 + 1}$	$y = \sqrt{3 + 1}$
$y = \sqrt{0}$	$y = \sqrt{1}$	$y = \sqrt{2}$	$y = \sqrt{3}$	$y = \sqrt{4}$
$y = 0$	$y = 1$	$y = 1,41\dots$	$y = 1,73\dots$	$y = 2$

Figura 11. Expresión Algebraica
Elaborado por: Autor

b. Tabla de valores:

x	f(x)
-1	0
0	1
1	1.4142135623731
2	1.7320508075689
3	2

Figura 12. Tabla de valores
Elaborado por: Autor

c. Gráfica

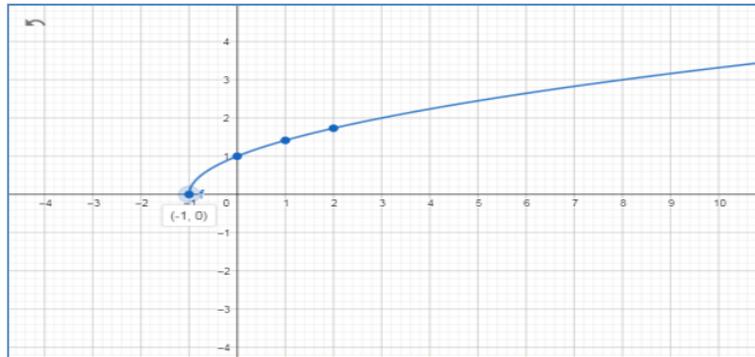


Figura 13. Gráfica

Elaborado por: Autor

$$\text{dom}(f) = [-1, +\infty)$$

$$\text{Rec}(f) = [0, +\infty)$$

Ejemplo # 2:

Realiza la representación gráfica de las siguientes funciones por la forma algebraica, tabla de valores, gráfica y determina el dominio y recorrido.

$$g: x \rightarrow g(x) = 3x^2 + 1$$

a. Expresión algebraica

$g(x) = 3x^2 + 1$				
$y = 3x^2 + 1$				
$y = 3(-2)^2 + 1$	$y = 3(-1)^2 + 1$	$y = 3(0)^2 + 1$	$y = 3(1)^2 + 1$	$y = 3(2)^2 + 1$
$y = 3(4) + 1$	$y = 3(1) + 1$	$y = 3(0) + 1$	$y = 3(1) + 1$	$y = 3(4) + 1$
$y = 12 + 1$	$y = 3 + 1$	$y = 0 + 1$	$y = 3 + 1$	$y = 12 + 1$
$y = 13$	$y = 4$	$y = 1$	$y = 4$	$y = 13$

Figura 14. Expresión algebraica

Elaborado por: Autor

b. Tabla de valores:

x	$f(x)$
-2	13
-1	4
0	1
1	4
2	13

Figura 15. Tabla de valores

Elaborado por: Autor

c. Gráfica

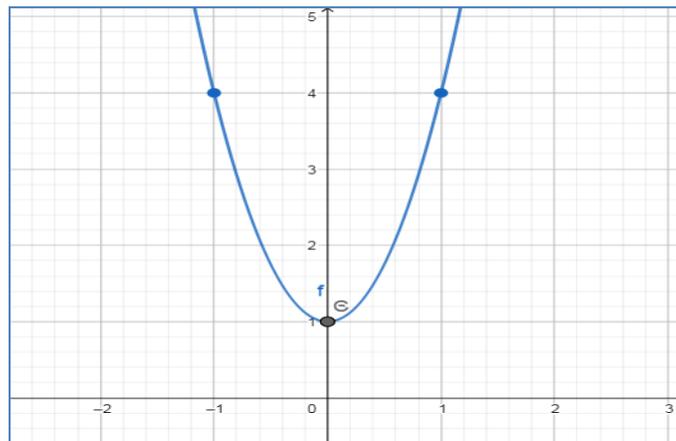


Figura 16. Tabla de valores

Elaborado por: Autor

$$\text{dom}(f) = (-\infty, +\infty)$$

$$\text{Rec}(f) = [1, +\infty)$$

1.6.5. Tipos de funciones

Las funciones pueden clasificarse de acuerdo a las características que se observan a partir de su gráfico.

Función inyectiva

De acuerdo con Ministerio de Educación (2018), una función $f: A \mapsto B$ es inyectiva, cuando valores distintos de x que pertenecen al conjunto A le corresponden imágenes distintas en y que pertenecen al conjunto B , también se la conoce como 1 a 1.

$$\forall x_1, x_2 \in A; x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

Ejemplo: $f(x) = 2x + 1$

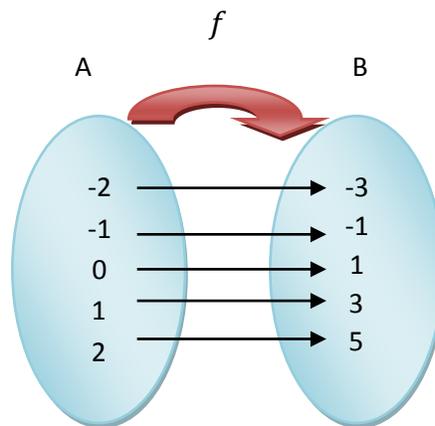


Figura 17. Conjunto-Función afín
Elaborado por: Autor

La función f es inyectiva, porque cada elemento del conjunto A le corresponde una imagen distinta del conjunto B .

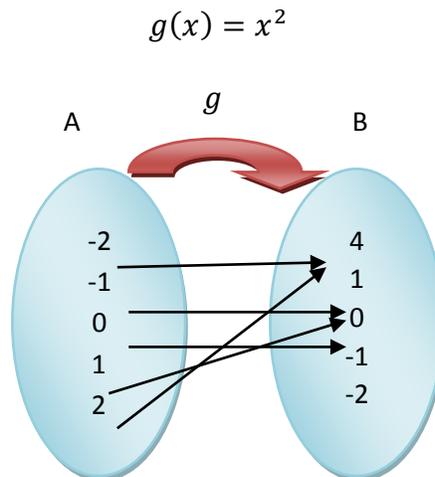


Figura 18. Conjuntos-función cuadrática
Elaborado por: Autor

La función g no es inyectiva porque hay valores del conjunto A que tienen la misma imagen del conjunto B .

Función Sobreyectiva

De acuerdo con Ministerio de Educación (2018), una función $f: A \mapsto B$ es sobreyectiva cuando el recorrido coincide con el codominio (conjunto de llegada B), es decir, a los valores de y les corresponde por lo menos un valor de x .

$$R(f) = B$$

Ejemplo:

$$f(x) = 2x + 1$$

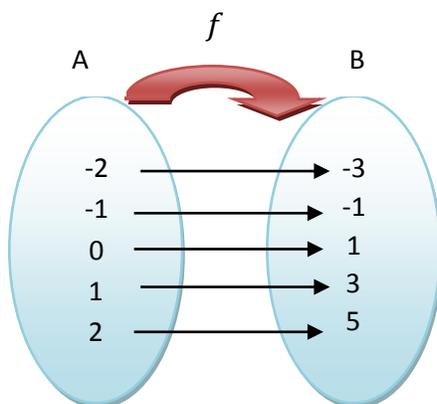


Figura 19. Conjuntos-Función Sobreyectiva

Elaborado por: Autor

La función f es sobreyectiva porque el recorrido (posibles valores de y) coincide con el conjunto de llegada B , es decir, ningún elemento del conjunto B está solo.

$$g(x) = x^2$$

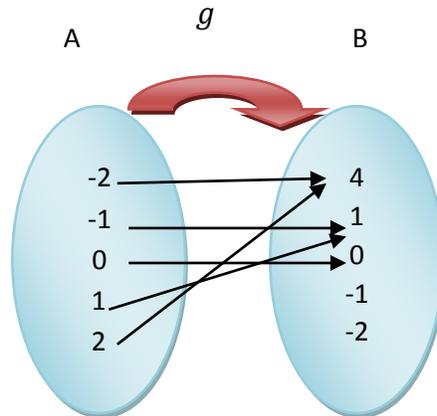


Figura 20. Conjuntos-Función Sobreyectiva
Elaborado por: Autor

La función g no es sobreyectiva porque el recorrido no coincide con el conjunto de llegada B, hay valores (-1,-2...) que están solos.

Función Biyectiva:

De acuerdo con Ministerio de Educación (2018), una función es biyectiva si es al mismo tiempo inyectiva y sobreyectiva, es decir, si los valores de x tienen una sola imagen en y , y si el recorrido abarca todos los reales.

Ejemplo:

$$f(x) = 2x + 1$$

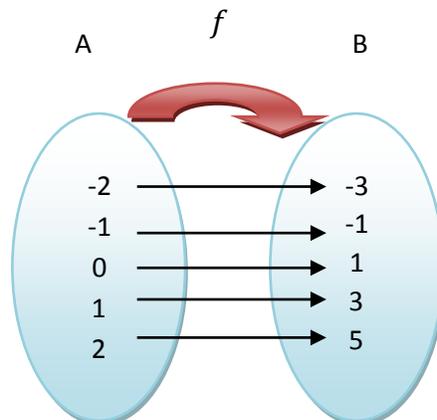


Figura 21. Función Biyectiva
Elaborado por: Autor

La función f es inyectiva porque a cada valor de conjunto A le corresponde una imagen distinta del conjunto B, a su vez es sobreyectiva porque el recorrido coincide con el conjunto codominio, ningún elemento está solo. Por lo tanto, como se cumple con las características de las dos funciones se puede concluir que la función es Biyectiva.

Otra forma de identificar si una función es inyectiva, sobreyectiva y biyectiva es por medio del análisis gráfico.

Ejemplo:

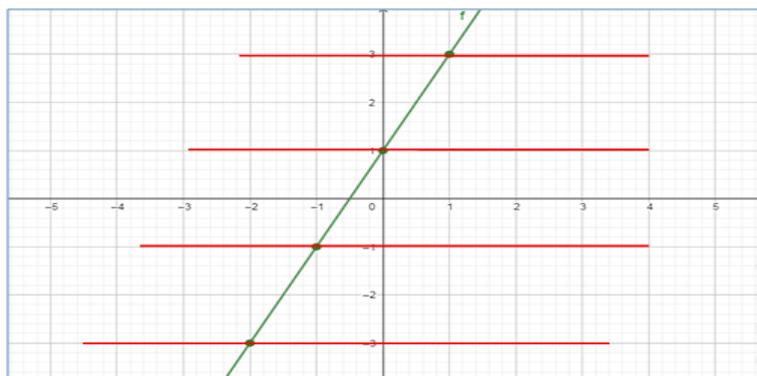


Figura 22. Gráfica de la función afín
Elaborado por: Autor

La función f es inyectiva porque al trazar una recta horizontalmente corta a la gráfica en un solo punto, además el dominio y el recorrido de f abarca los números reales, entonces la función también es sobreyectiva. Por lo tanto la función $f(x)$ es biyectiva.

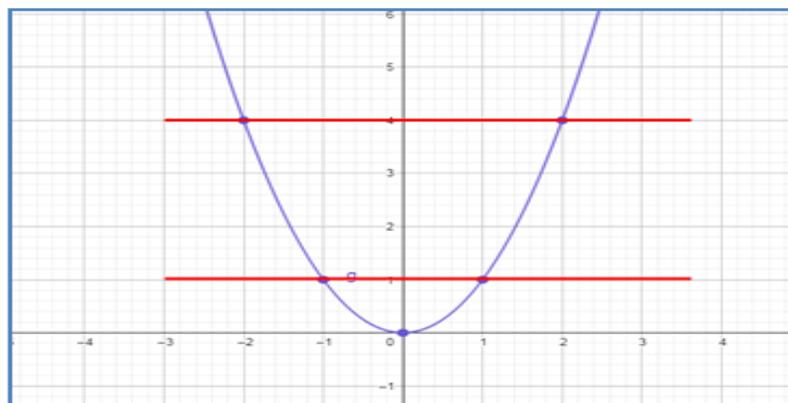


Figura 23. Gráfica de la función cuadrática
Elaborado por: Autor

La función g no es inyectiva porque al trazar una recta horizontalmente corta a la gráfica en dos puntos, además el dominio y recorrido de g son diferentes, entonces no es sobreyectiva. Por lo tanto la función $g(x)$ no es biyectiva.

1.6.6. Función lineal y afín

Función lineal:

Perez (2020), menciona algunas características de la función lineal:

- Tiene la forma $y=mx$, donde m es un número diferente de 0 y representa la pendiente.
- La gráfica es una línea recta que pasa por el origen $(0,0)$.
- El dominio y recorrido son todos los reales.
- Es creciente cuando $m > 0$ y decreciente cuando $m < 0$.

Ejemplo:

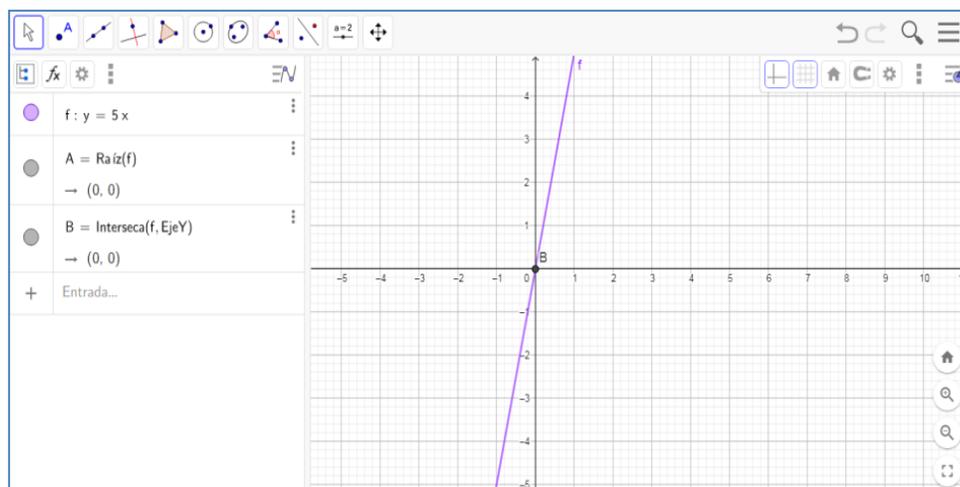


Figura 24. Función Lineal
Elaborado por: Autor

Función afín:

Ministerio de Educación (2018), menciona algunas características de la función afín:

- Tiene la forma $y=mx+b$, donde m y b son números diferentes de 0.
- m representa la pendiente y b la ordenada en el origen.
- Su gráfica es una línea recta que no pasa por el origen $(0,0)$.
- La recta corta al eje y en $(0,b)$
- El dominio y recorrido son todos los reales.
- Es creciente cuando $m > 0$ y decreciente cuando $m < 0$.

Ejemplo:

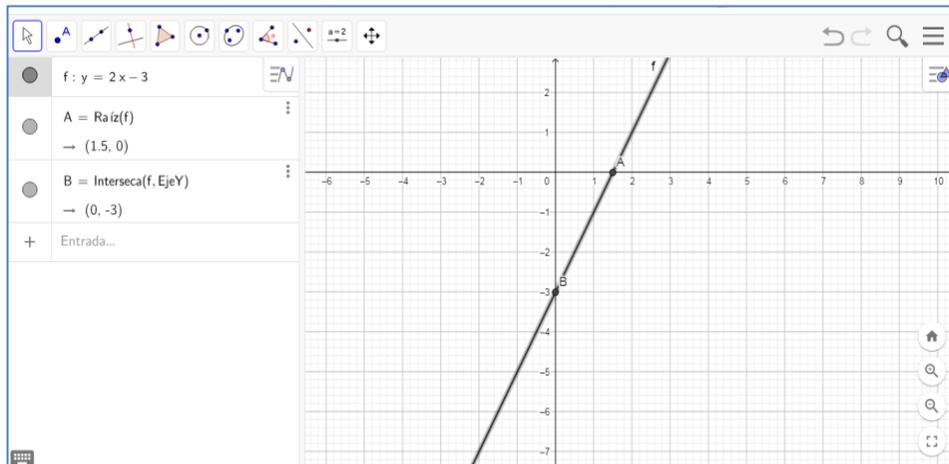


Figura 25.Función Afín

Elaborado por: Autor

1.6.7. Función cuadrática

Rodríguez (2018), manifiesta que una función cuadrática es aquella cuya expresión algebraica es de la forma $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Su gráfica es una curva llamada parábola.

Características:

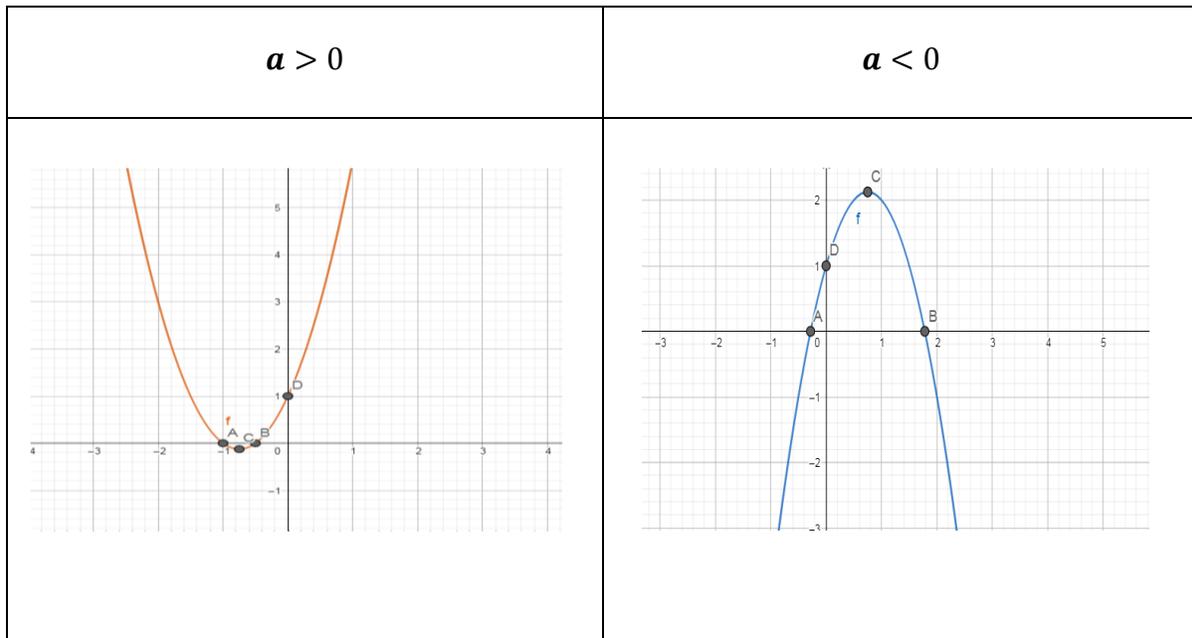


Figura 26. Formas de la función cuadrática
Elaborado por: Autor

Quando $a > 0$, la parábola es cóncava hacia arriba y el vértice es el punto cuya abscisa es el mínimo absoluto de la función. Si $a < 0$, la parábola es cóncava hacia abajo y el vértice de la parábola es el punto cuya abscisa es el máximo absoluto de la función.

Partes de la parábola

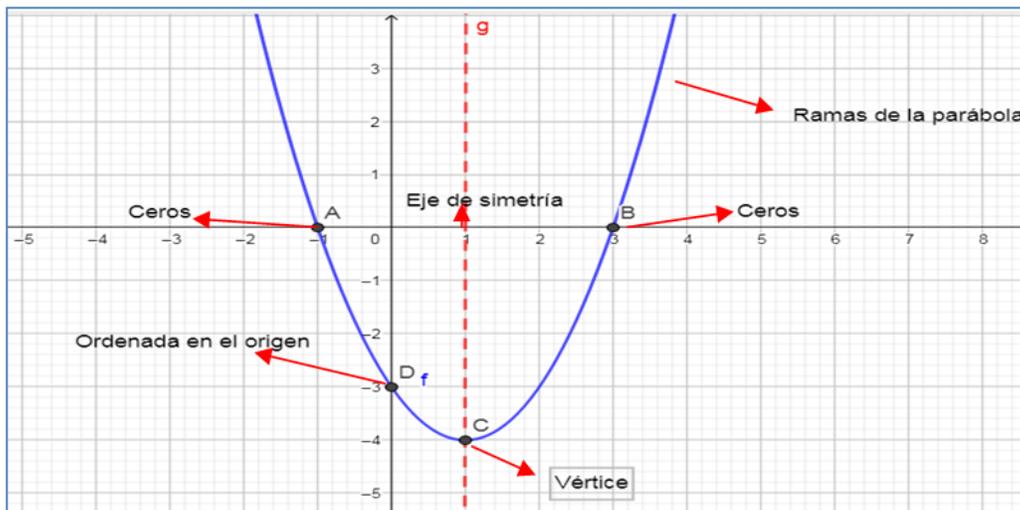


Figura 27. Partes de la parábola
Elaborado por: Autor

Ejemplo:

Dada la función $f(x) = x^2 - 2x - 3$ determinar vértice, ceros, eje de simetría, ordenada en el origen, dominio y recorrido.

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= -2 \\ c &= -3 \end{aligned}$$

Desarrollo del ejercicio:

Vértice:	Eje de simetría:	Ceros de la parábola
$v = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$	1	$y = x^2 - 2x - 3$
$v = \left(\frac{-2}{2(1)}, \frac{4(1)(-3) - (-2)^2}{4(1)} \right)$		$x^2 - 2x - 3$ $(x - 3)(x + 1)$
$v = \left(\frac{2}{2}, \frac{-12 - 4}{4} \right)$		$x - 3 = 0 \quad x + 1 = 0$ $x = 3 \quad x = -1$
$v = \left(1, \frac{-12 - 4}{4} \right)$		$P_1 = (3, 0) \quad P_2 = (-1, 0)$
$v = \left(1, \frac{-16}{4} \right)$		
$v = (1, -4)$		

Figura 28. Partes de la parábola

Elaborado por: Autor

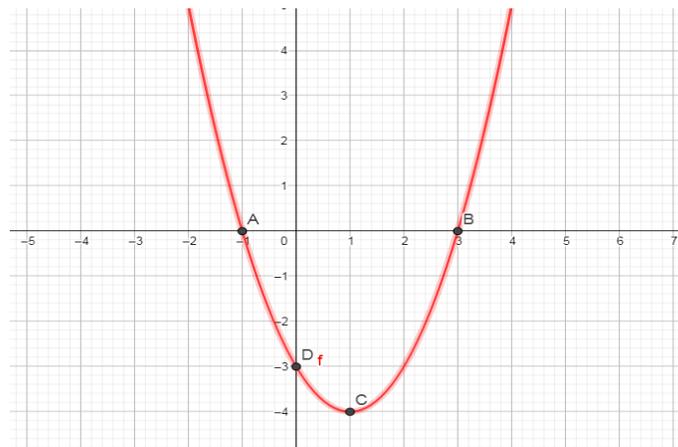


Figura 29. Gráfica de la función cuadrática

Elaborado por: Autor

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{Rec}(f) = [4, +\infty)$$

1.6.8. Función raíz cuadrada

Ministerio de Educación (2018), indica que la función raíz cuadrada está dada por la ecuación $y = \sqrt{x}$, los valores de x deben ser positivos, porque las raíces con índice par y radicando negativo no están definidas.

Características:

- **Dominio:** Valores de $x \geq 0$
- **Recorrido:** Valores de $y \geq 0$
- **Monotonía:** Creciente en todo su dominio
- **Valor mínimo:** 0
- **Punto de corte con el eje x:** $x = 0$
- **Paridad:** No tiene

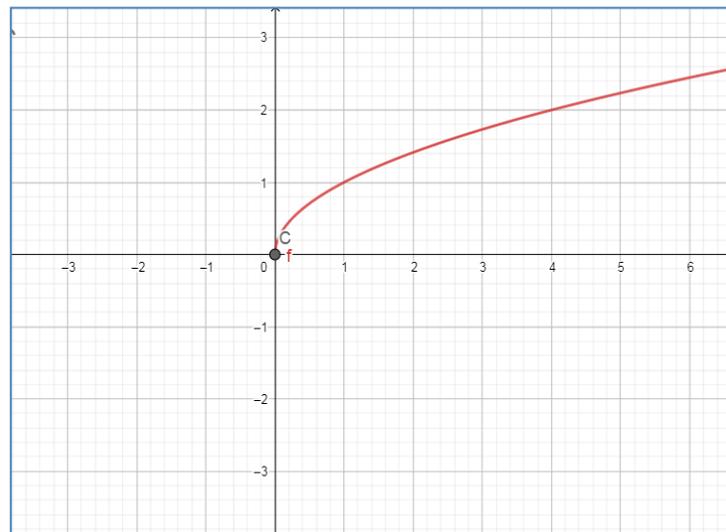


Figura 30. Gráfica de la función raíz cuadrada
Elaborado por: Autor

Ejemplo:

Dada la función $f(x) = \sqrt{x + 1}$ determina el dominio y recorrido:

a. Análisis algebraico

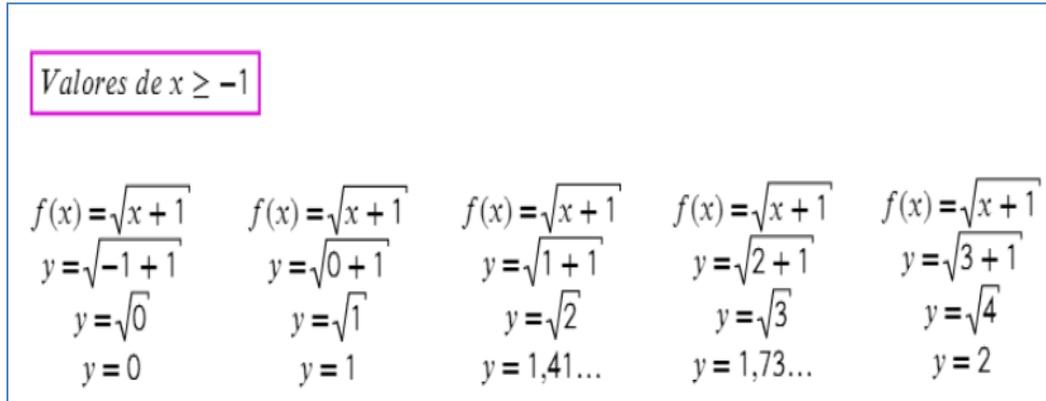


Figura 31. Análisis algebraico

Elaborado por: Autor

b. Tabla de valores y análisis gráfico:

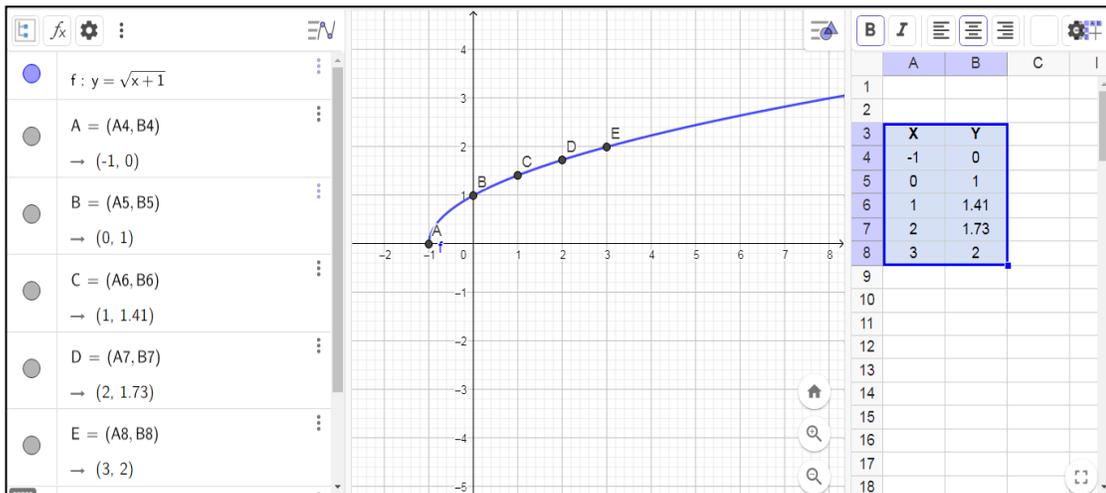


Figura 32. Gráfica función raíz cuadrada

Elaborado por: Autor

$$Dom(f) = [-1, +\infty)$$

$$Rec(f) = [0, +\infty)$$

La función raíz cuadrada es inyectiva porque a cada valor de x le corresponde una distinta imagen en y , pero no es sobreyectiva dado que el recorrido no abarca los reales, por lo tanto no es biyectiva.

1.6.9. Función exponencial

Rodríguez (2018), afirma que la función exponencial está formada por base y exponente, donde la base es un número real positivo mayor a 0 y distinto de 1 y elevada al exponente (x). Tiene la siguiente forma:

$$f(x) = a^x \begin{matrix} \longrightarrow & \text{Exponente} \\ \downarrow & \\ & \text{Base} \end{matrix}$$

Al momento de reconocer una función exponencial, se debe tener presente que la monotonía es estrictamente creciente cuando la base es mayor a 1. Pero si la base es mayor a 0 y menor a 1 su monotonía es estrictamente decreciente.

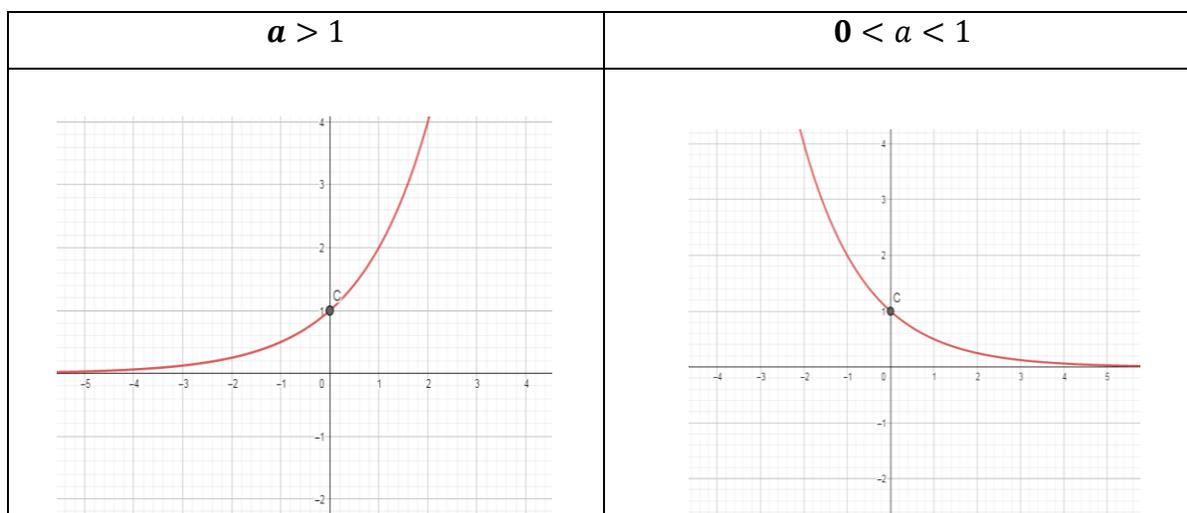


Figura 33. Función Exponencial
Elaborado por: Autor

Propiedades:

- **Dom(f)= \mathbb{R}**
- **Rec(f)=(0,+ ∞)**
- **Intersecciones con los ejes:** eje Y en el punto (0, 1)
- **Continuidad:** Es continua en \mathbb{R} .
- **Tendencia:** La recta $y \rightarrow 0$ es una asíntota horizontal.
- **Crecimiento y decrecimiento:** Es estrictamente creciente si $a > 1$, y estrictamente decreciente si $0 < a < 1$.
- **Inyectividad:** Es inyectiva, puesto que cualquier recta horizontal que tracemos sobre la gráfica la intercepta como máximo en un punto.
- **Sobreyectividad:** No es sobreyectiva, pues el recorrido no es \mathbb{R} .
- Por tanto no es biyectiva.

Ejemplo: Dada la función $f(x) = 2^x$ determina las principales características:

a. Análisis algebraico:

$f(x) = 2^x$	$f(x) = 2^x$	$f(x) = 2^x$	$f(x) = 2^x$	$f(x) = 2^x$
$y = 2^x$	$y = 2^x$	$y = 2^x$	$y = 2^x$	$y = 2^x$
$y = 2^{-2}$	$y = 2^{-1}$	$y = 2^0$	$y = 2^1$	$y = 2^2$
$y = \frac{1}{2^2}$	$y = \frac{1}{2^1}$	$y = 1$	$y = 2$	$y = 4$
$y = \frac{1}{4}$	$y = \frac{1}{2}$			

Figura 34. Análisis Algebraico
Elaborado por: Autor

b. Tabla de valores y análisis gráfico

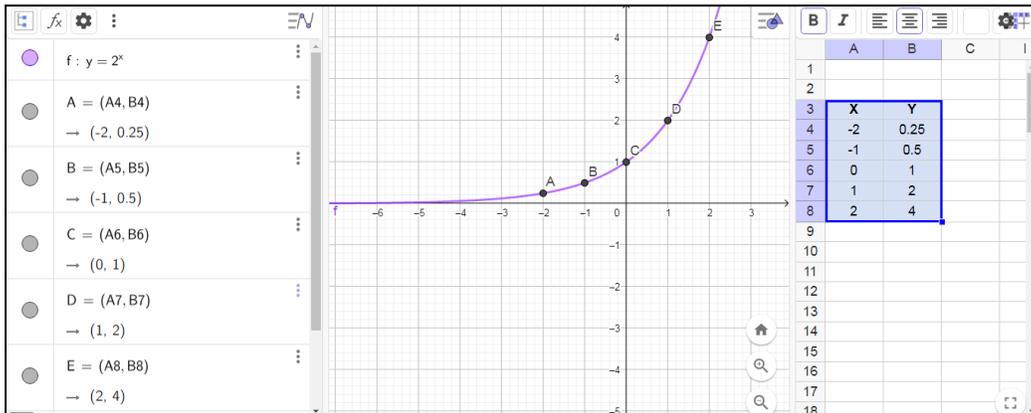


Figura 35. Análisis gráfico

Elaborado por: Autor

- $Dom(f) = \mathbb{R}$
- $Rec(f) = (0, +\infty)$
- **Intersecciones con el eje y:** $(0, 1)$
- **Tendencia:** Una asíntota horizontal.
- **Crecimiento y decrecimiento:** Es estrictamente creciente si $a > 1$

La función es inyectiva ya que cada valor de x tiene distintas imágenes en y , y no es sobreyectiva porque el recorrido no abarca todos los reales. Por lo tanto no es biyectiva.

Ejemplo: Dada la función $f(x) = \frac{1}{2}^x$ determina las principales características:

a. Análisis algebraico

$f(x) = \frac{1}{2}^x$				
$y = \frac{1}{2}^x$				
$y = \frac{1}{2}^{-2}$	$y = \frac{1}{2}^{-1}$	$y = \frac{1}{2}^0$	$y = \frac{1}{2}^1$	$y = \frac{1}{2}^2$
$y = 2^2$	$y = 2^1$	$y = 1$	$y = \frac{1}{2}$	$y = \frac{1}{4}$
$y = 4$	$y = 2$			

Figura 36. Análisis algebraico

Elaborado por: Autor

b. Tabla de valores y análisis gráfico

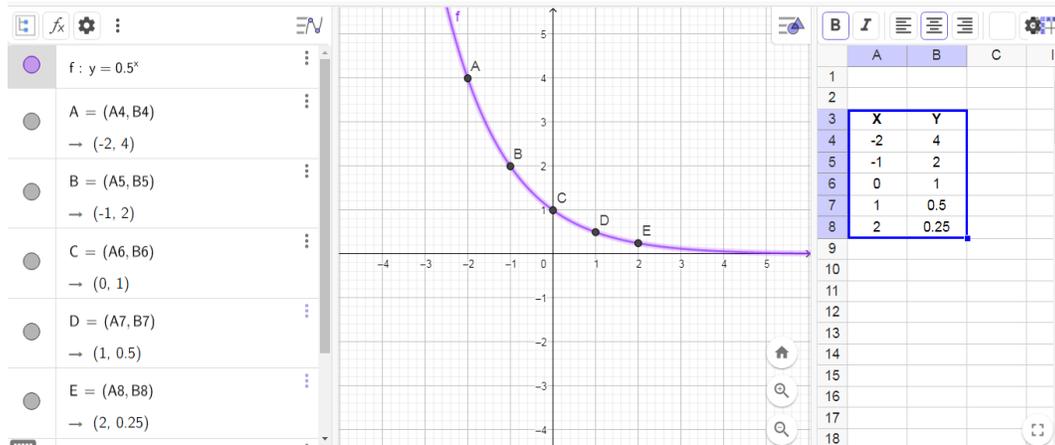


Figura 37. Análisis gráfico

Elaborado por: Autor

- $Dom(f) = \mathbb{R}$
- $Rec(f) = (0, +\infty)$
- **Intersecciones con el eje y:** (0, 1)
- **Tendencia:** Una asíntota horizontal.
- **Crecimiento y decrecimiento:** Es estrictamente decreciente si $a < 1$

La función es inyectiva ya que cada valor de x tienen distintas imágenes en y , y no es sobreyectiva porque el recorrido no abarca todos los reales. Por lo tanto no es biyectiva.

1.6.10. Función logarítmica

Institutos de Ciencias Matemáticas (2006), menciona que la función logarítmica es de la forma $f(x) = \log_a x$, donde la base (a) siempre es un número real positivo mayor a 0 y distinto de 1 y el exponente el argumento. La función logarítmica es la inversa de la función exponencial.

Se debe tener presente lo siguiente al momento de reconocer una función logarítmica, cuando la base es mayor a 1 su monotonía es estrictamente creciente. Pero si la base es mayor a 0 y menor a 1 su monotonía es estrictamente decreciente:

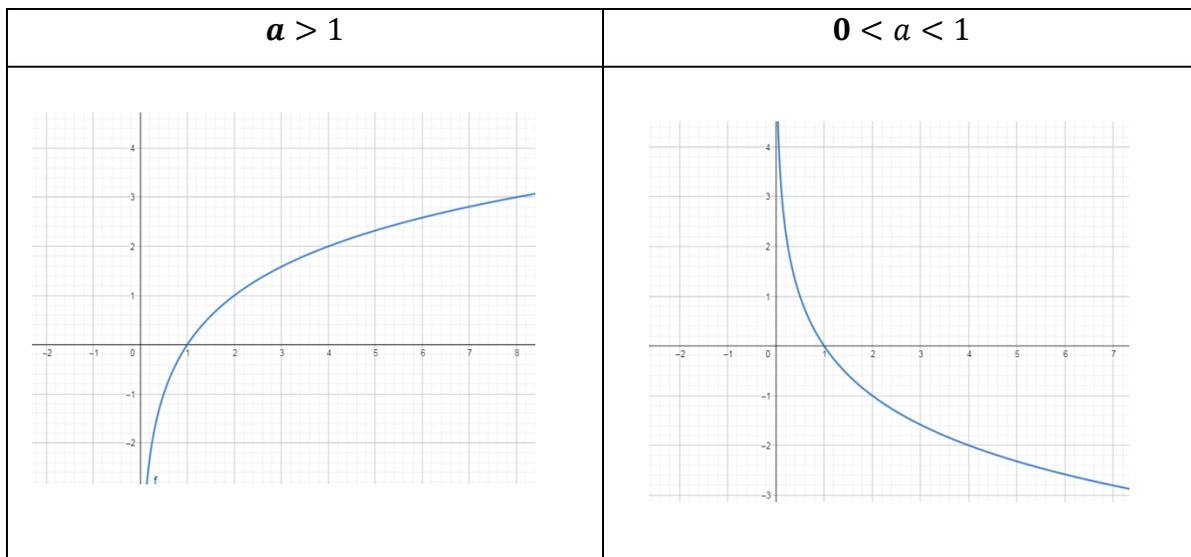


Figura 38. Función logarítmica
Elaborado por: Autor

Propiedades:

- **Dom(f)= \mathbb{R}**
- **Rec(f)=(0,+ inf)**
- **Acotación:** Está acotada inferiormente por 0.
- **Intersecciones con los ejes:** eje OY en el punto (0, 1), ya que $a^0 = 1$.
- **Continuidad:** Es continua en \mathbb{R} .
- **Tendencia:** La recta $y \rightarrow 0$ es una asíntota horizontal.
- **Periodicidad:** No es periódica.
- **Simetría:** No es simétrica.

Ejemplo:

a. Análisis algebraico

$$y = \log_3(x + 1)$$

$$\log_3(0 + 1) = \log_3 1 = 0$$

$$\log_3(2 + 1) = \log_3 3 = 1$$

$$\log_3(5 + 1) = \log_3 6 = 1.63$$

$$\log_3(8 + 1) = \log_3 9 = 2$$

b. Tabla de valores y gráfico

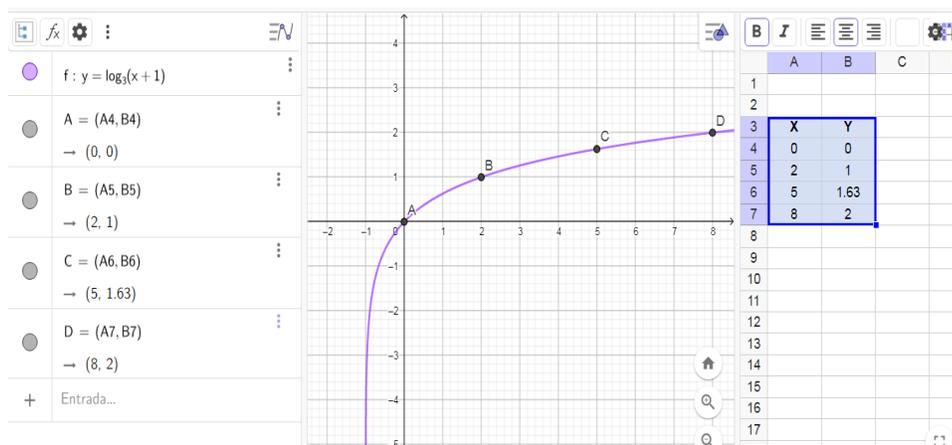


Figura 39. Análisis gráfico

Elaborado por: Autor

1.7. Tecnología de la información y comunicación (TIC)

Las TIC son un gran aporte en la educación, la diversidad de herramientas permite tanto a docentes como estudiantes interactuar de forma sincrónica y asincrónica, facilitando la adquisición de todo tipo de recursos innovadores (videos, juegos educativos, enlaces, audios, simuladores, etc.), pero es fundamental que los docentes tengan habilidades y competencias en TIC para que guíen y orienten a los estudiantes a utilizar de forma correcta las herramientas didácticas virtuales, mejorando el proceso enseñanza aprendizaje.

Las TIC son herramientas que permiten realizar distintos tipos de procesos y constituyen fuentes de innovación para la sociedad actual, dejando lo tradicional por lo virtual, las TIC también están influyendo positivamente en el aprendizaje de los individuos ya que cuentan con diversidad de recursos para mejorar sus conocimientos. (Beatriz Zempoalteca Durán, 2019).

Vallejo, Ayala, & Orduz (2012), manifiestan que el desarrollo de las TIC y la variedad de herramientas tecnológicas ha brindado la oportunidad a docentes y estudiantes

de lograr experiencias educativas significativas a nivel visual y auditivo, los docentes buscan nuevas estrategias de enseñanza aprendizaje basadas en TIC, motivando a los estudiantes a interactuar, participar y colaborar en los distintos contextos educativos.

1.8. Herramientas didácticas virtuales

Con el crecimiento exponencial de la tecnología hoy en día existe diversidad de herramientas didácticas virtuales que ayudan a mejorar el proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

1.8.1. GeoGebra

De acuerdo con Cotic (2014), Geogebra es una herramienta de libre acceso que contribuye a mejorar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en aspectos como la resolución de problemas de forma fácil y rápida, así como la elaboración de distintas estrategias a la hora de plantear los enunciados, permitiendo a docentes y estudiantes explorar de forma dinámica escenarios y nuevos procedimientos de resolución.

Córdoba y Espinosa (2013), manifiestan que Geogebra es uno de los programas más utilizados para enseñar y aprender matemáticas, cuenta con distintas herramientas u opciones que ayudan a construir gráficos y permiten la manipulación dinámica de los mismos, lo que genera un mejor entendimiento de algún proceso o concepto matemático.

De acuerdo con Marcilla (2012), el software Geogebra beneficia la componente cognitiva de los alumnos haciendo que estén activos y que actúen con mayor autonomía y confianza; GeoGebra ayuda a que el alumno esté más motivado a la hora de realizar las tareas, fomentando la participación y construcción de su aprendizaje.

Geogebra es un software libre y útil para enseñar geometría, álgebra, cálculo y estadística, permite realizar distintas representaciones dinámicas, analizar el

comportamiento de una gráfica y visualizar un modelo matemático de forma real e interactiva, brindando al docente y estudiante la oportunidad de fortalecer habilidades y destrezas en el proceso enseñanza aprendizaje.

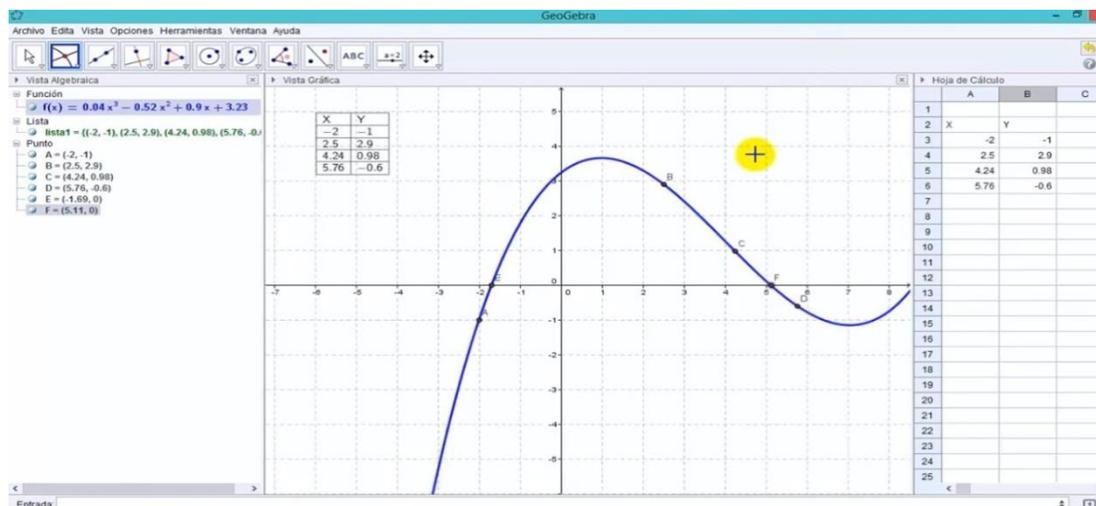


Figura 40. Grafica en Geogebra

Fuente: Pagina wed: www.geogebra.org

1.8.2. Desmos

Desmos es una herramienta que cuenta con una calculadora gráfica con distintas opciones para insertar tablas, escribir una ecuación, graficar funciones, crear deslizadores, etc., y puede ser utilizada desde el navegador o la aplicación móvil. (Olmo, 2016)

Santa María (2020), manifiesta que Desmos es una calculadora gráfica online que cuenta con tres ventanas principales: la ventana algebraica donde se puede visualizar la lista de las distintas ecuaciones o funciones; la ventana gráfica donde se observa el plano cartesiano y sus elementos; y el teclado que cuenta con operaciones, funciones y símbolos para que el usuario digite la expresión algebraica. Este software es muy funcional ya que permite visualizar la representación algebraica, gráfica y tabulación en el mismo momento, fortaleciendo la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

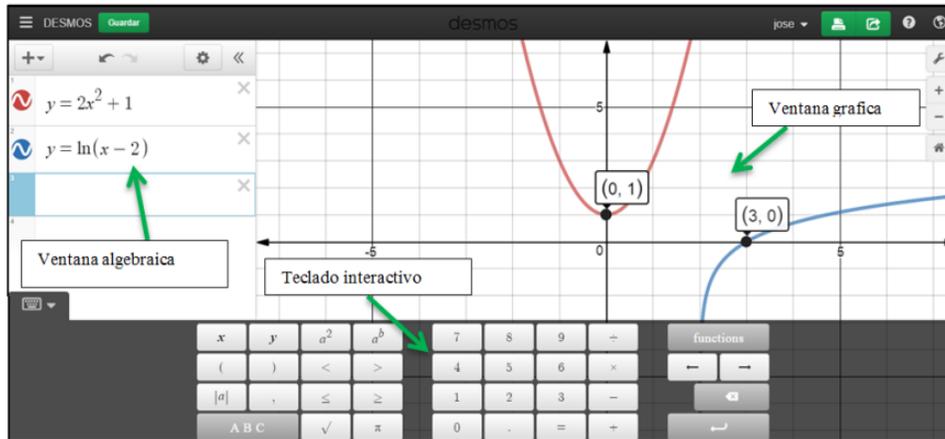


Figura 41. Partes de GeoGebra
Elaborado por: Autor

1.8.3. Idroo

González (2020), Idroo es una pizarra digital colaborativa y de fácil acceso que permite gracias a su funcionalidad reemplazar a la pizarra física o tradicional, cuenta con distintas herramientas para insertar ecuaciones matemáticas fáciles y complejas, dibujar, agregar texto, color, etc. Además se puede compartir el enlace a los estudiantes o participantes para que se unan a Idroo y puedan observar y participar en el procedimiento y desarrollo de los ejercicios.

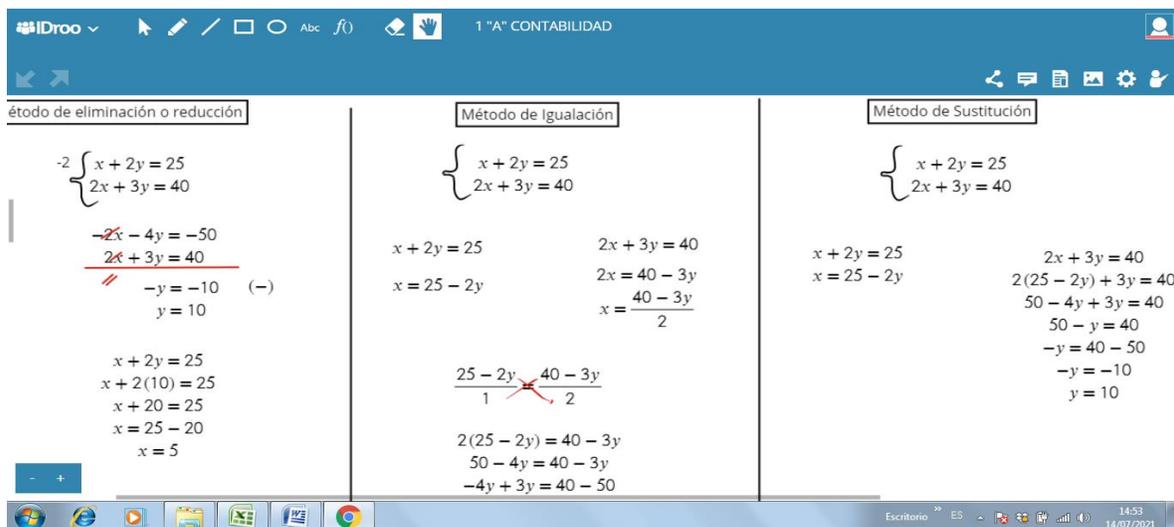


Figura 42. Pizarra Idroo
Elaborado por: Autor

1.8.4. Khan Academy

Vega (2017), menciona que Khan Academy es útil en la enseñanza y aprendizaje de distintas ciencias como la matemática, informática, historia, arte, economía, etc. Es una herramienta interactiva que ofrece variedad de ejercicios de práctica, visualización de videos didácticos y contenido multimedia para que los estudiantes refuercen sus conocimientos y realicen talleres dentro y fuera del salón de clase. El objetivo principal de Khan academy es fortalecer el aprendizaje de los estudiantes y que cada uno de ellos aprenda a su propio ritmo.

Antequera (2013), Khan academy es una plataforma efectiva en el aprendizaje de las matemáticas que contribuye en el progreso académico de los estudiantes, generando nuevas y mejores experiencias que en una clase habitual o tradicional, ya que es una herramienta motivadora que involucra significativamente la participación de los estudiantes, por medio del desarrollo de los ejercicios o talleres en línea, donde los discentes pueden evaluar su aprendizaje.

The screenshot displays the Khan Academy web interface. At the top, there is a navigation bar with 'Cursos', 'Buscar', and the Khan Academy logo. The user's name 'Katherine Sánchez Cruz' is visible in the top right. Below the navigation bar, there is a header for the course 'Matemática 10mo B' and a timer 'para entregar el jul. 15º, 11:59 PM'. The main content area is titled 'Evaluar funciones de paso' (Evaluate piecewise functions). On the left, there is a sidebar with a list of topics: 'Introducción a funciones definidas por partes', 'Ejemplo resuelto: evaluar funciones definidas por partes', 'Práctica: Evaluar funciones definidas por partes', and 'Práctica: Evaluar funciones de paso'. The main area features a coordinate plane with x and y axes ranging from -9 to 9. A blue line segment is plotted from x=2 to x=3 at y=-3. Below the grid, there is a 'Comprobar' (Check) button and a progress indicator 'Haz 4 problemas'. The bottom of the screenshot shows the Windows taskbar with various application icons and the system tray showing the time '21:38' and date '14/07/2021'.

Figura 43. Khan Academy

Elaborado por: Autor

1.8.5. Microsoft forms

Saavedra (2020), manifiesta que Microsoft forms es una plataforma que permite crear encuestas y cuestionarios con preguntas de opción múltiple, abiertas, clasificación, escala de likert, etc. Cuenta con una vista previa para tener una idea de cómo quedará el cuestionario, después se envía el enlace a los estudiantes o participantes para que respondan las preguntas desde el navegador o dispositivo móvil. Esta herramienta facilita la obtención de los resultados por medio de gráficos estadísticos, información individual de las respuestas y puntaje, también proporciona el promedio, y finalmente se descarga una hoja de Excel para el respectivo análisis.

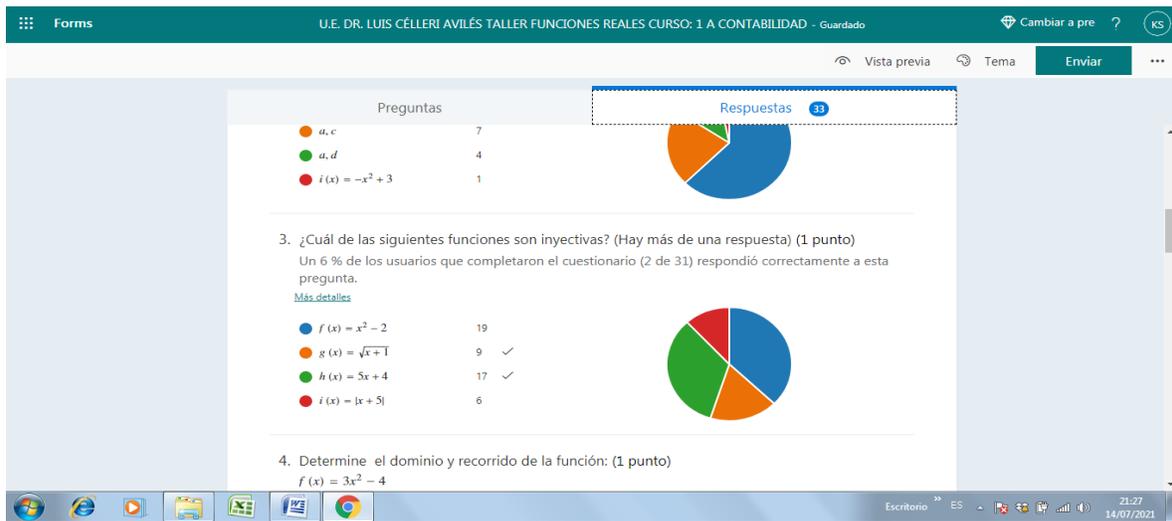


Figura 44. Microsoft forms

Elaborado por: Autor

1.8.6. Edpuzzle

Aguado Franco & Macías Guillén (2018), Edpuzzle es una herramienta que permite subir videos educativos agregando preguntas abiertas y de opción múltiple, notas de voz y texto, todo relacionado al contenido académico, además facilita la incorporación de retroalimentación en cada respuesta proporcionada por los estudiantes para que vayan

reforzando sus conocimientos. Los docentes también pueden configurar para evitar que los estudiantes salten partes del video y lo visualicen de forma completa.

Instituto Nacional de formación docente (2020), Edpuzzle es una plataforma que permite incorporar videos propios o ajenos, crear encuestas y preguntas relacionadas al video, las mismas que se activarán cuando el docente comparta el enlace o link a los estudiantes para que puedan desarrollar la actividad en un tiempo determinado.

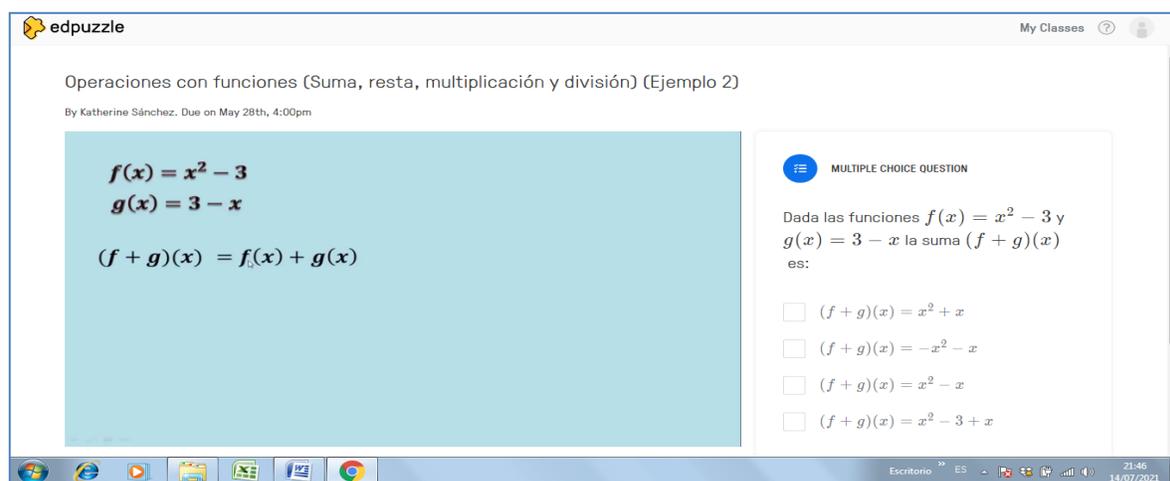


Figura 45. Edpuzzle

Elaborado por: Autor

1.8.7. Phet colorado

PHET Colorado (2002), Phet es un proyecto de simulaciones interactivas gratuitas en línea de ciencias y matemáticas, en donde los docentes pueden encontrar diversidad de recursos y actividades para compartir a los estudiantes. Esta herramienta proporciona un ambiente intuitivo y dinámico parecido a un juego utilizando niveles, a la vez permite a los estudiantes que exploren y descubran nuevas formas de aprender y profundizar sus conocimientos.



Figura 46. Phet

Elaborado por: Autor

1.8.8. Quizizz

Vila (2018), afirma que Quizizz permite elaborar cuestionarios con preguntas de respuesta múltiple y lecciones en donde se combinan diapositivas y preguntas. Los estudiantes pueden resolver el quizz desde cualquier dispositivo electrónico, además esta herramienta incorpora la gamificación proporcionando ranking de puntos. Los 3 primeros lugares tienen su recompensa (por ejemplo el primer lugar está exonerado del examen), lo que genera motivación e interés en los estudiantes.



Figura 47. Quizizz

Elaborado por: Autor

1.9. Fundamentación legal

De acuerdo con la Constitución del Ecuador (2008), el Art. 16, numeral 2, establece que las personas tienen derecho de acceder de forma universal a las tecnologías de la información y comunicación.

Igualmente, el Art.347 de la Constitución de la República del Ecuador, establece: Numeral 8: “Incorporar las TIC (herramientas didácticas virtuales) en los procesos de enseñanza aprendizaje, y relacionar la enseñanza con actividades de la vida cotidiana en aspectos como los productivos o sociales.

En las políticas del Plan Nacional de Desarrollo (2017), entre las metas al 2021, el objetivo #5 consiste en aumentar de 4.6 a 5.6 el índice de desarrollo de las TIC. También indica que dentro del currículo nacional de educación inicial, básica y bachillerato se deben incluir temáticas de inclusión y equidad relacionadas con el reconocimiento cultural, científico y humanístico aplicando las TIC.

El cuarto objetivo del currículo de matemática menciona que se debe considerar la utilización de las TIC en el proceso enseñanza aprendizaje para realizar cálculos numéricos y solucionar de forma razonada y crítica problemas del contexto nacional, que permita argumentar la pertinencia de las técnicas aplicadas y juzgar la validez de los resultados. (Ministerio de Educación, 2016)

CAPÍTULO II

MATERIALES Y MÉTODOS

El capítulo II comprende el diseño de la investigación, el tipo de estudio a utilizar, se exponen los métodos, técnicas e instrumentos a emplear, se establece la población y el tipo de muestra y se realiza el diagnóstico a partir del análisis e interpretación de los resultados obtenidos de los instrumentos aplicados.

2.1. Contexto territorial

La Unidad Educativa Luis Célleri Avilés fue creada el 3 de junio de 1957 por el municipio del Cantón Salinas, en presencia de las siguientes autoridades Carlos Espinosa Larrea (presidente), Luis Célleri Avilés (vicepresidente), Rafael de La Cuadra, Vicente Aguirre, Hipólito Montenegro, Octavio Peña Dávila y Salvador Loffredo (concejales).

El colegio está situado en la provincia de Santa Elena; cantón de La Libertad en la parroquia de La Libertad, sector la Carolina calle 10 avenida 5 y 7.

Actualmente el colegio ofrece el nivel educativo de Educación General Básica y Bachillerato Técnico y en Ciencias. Cuenta con 2572 estudiantes de condición socio cultural media en diferentes jornadas de aprendizaje: matutina (1038), vespertina (864), nocturna (290) e intensivo (380).

Dispone de un bloque administrativo, 24 aulas, laboratorio de Química y Física, neuro-aula, salón de uso múltiple, sala de profesores, biblioteca, secretaría, departamento del DECE, inspección, local para el bar. El personal está formado por: 87 docentes, 13 autoridades entre ellos el Rector y la Vicerrectora.

2.2. Tipo y diseño de la investigación

Esta investigación se basa en el análisis de las destrezas adquiridas y desarrolladas por los estudiantes de segundo año bachillerato especialidad contabilidad de la U.E. Dr. Luis Célleri Avilés en el aprendizaje de las matemáticas y las funciones reales tomando en cuenta el uso de las TIC y la metodología que emplea el docente durante las clases.

El tipo de investigación que se emplea en este capítulo es descriptivo, debido a las características de las variables que se escogieron, las herramientas didácticas virtuales y el proceso de enseñanza aprendizaje, de acuerdo con Sampieri & Baptista (2017), este método describe y analiza las propiedades y características de personas, grupos, comunidades, procesos, o algún otro caso que sea objeto de estudio en la investigación. El objetivo de la investigación descriptiva consiste en recolectar información de forma independiente o grupal sobre las variables y no cómo ambas se relacionan.

La investigación tiene un diseño cuasi experimental, ya que se trabajó con un grupo de estudiantes ya establecido. Según Hernández, Fernández, & Baptista (2010), en este tipo de investigación los sujetos de estudio no son asignados al azar, sino que han sido creados previamente.

Arias (2012), señala que la investigación de campo es la recopilación de la información primaria en el sitio donde se suscitan los hechos directamente de los investigados o de la realidad sin intervenir o manipular datos o variables de estudio. Este estudio es de campo porque el autor extrajo datos del propio sitio donde se encuentra el objeto de estudio mediante una encuesta y entrevista dirigida a docentes y autoridades con el fin de conocer a profundidad la metodología de enseñanza y el uso de las TIC y también un cuestionario a los estudiantes de segundo año bachillerato especialidad contabilidad, el mismo que ayudó a identificar las competencias adquiridas y desarrolladas en el tema de funciones reales.

Arias (2012), señala que la investigación documental consiste en la búsqueda, recopilación, selección, análisis e interpretación de información obtenida a través de documentos impresos, audiovisuales o electrónicos (fuentes secundarias) que han sido registrados por otros autores o investigadores.

La investigación se basó en la consulta de conceptualizaciones, obtenidos de diferentes fuentes de información (informes, libros, artículos, etc.), esto permitió ampliar el conocimiento referente al tema de estudio.

Para el desarrollo del trabajo de investigación, se tomó en consideración los enfoques el cuantitativo y cualitativo.

Domínguez (2015), manifiesta que el enfoque de investigación mixta hace uso de los métodos cuantitativo y cualitativo en un mismo estudio, utiliza sus fortalezas para reducir sus debilidades en la recolección, análisis e interpretación de datos.

La investigación cuantitativa brinda la oportunidad de obtener resultados más generalizados, examinando los fenómenos desde un punto de vista estadístico, se ajusta en aspectos concretos y permite compararlos con estudios similares. (Sampieri & Baptista, 2017)

El enfoque cuantitativo se basa en la medición numérica, utiliza la estadística para analizar e interpretar un conjunto de datos, con el fin de deducir con precisión las características o comportamiento de una población o muestra. Este enfoque es deductivo, objetivo, medible y comprobable, lo que permite comprobar la hipótesis y responder con exactitud las preguntas de la investigación. (Maldonado, 2018)

Este enfoque permitió analizar los resultados obtenidos en la encuesta realizada a los docentes de matemática con el fin conocer la metodología aplicada, así como la frecuencia en el uso de las herramientas virtuales y los resultados provenientes de un

cuestionario inicial y final dirigido a los estudiantes de 2do año especialidad contabilidad con el objetivo de analizar el nivel de destrezas desarrolladas sobre el tema funciones reales y las TIC en la asignatura de matemática.

Sampieri & Baptista (2017), manifiestan que la investigación cualitativa permite conocer a profundidad las variables de estudio, contextualizarlas desde su entono, analizar detalles y experiencias. Emplea distintas fuentes de recolección (entrevista, documentos, etc.) para posterior análisis de los datos y responder las preguntas de la investigación, así como la posible generación de nuevas interrogantes que surjan durante el proceso.

La investigación cualitativa no requiere la estadística para recopilar los datos. Las técnicas que se pueden utilizar son notas de campo, entrevista, la observación directa, etc., con el fin de responder a la preguntas de la investigación, analizar y describir los eventos. (Maldonado, 2018)

Este enfoque permitió diagnosticar, a través de la entrevista, la percepción de las autoridades del plantel sobre las metodologías activas y el uso de las herramientas didácticas virtuales.

2.3. Técnicas de recolección de datos

Las técnicas e instrumentos que se utilizaron para la presente investigación son la entrevista, encuesta y un test inicial y final, las mismas que se exponen a continuación:

Ruiz (2012), considera a la entrevista como una técnica que consiste en recolectar datos de tipo cualitativo, a través de un diálogo profesional con una o más personas, la entrevista implica un proceso de comunicación entre ambos actores, el entrevistador y el entrevistado, el primero es el encargado de formular las preguntas y el segundo las analiza y las responde. La entrevista contribuye a la construcción de información relevante respecto al tema a investigar.

Este instrumento está formado por 5 preguntas, las cuales fueron dirigidas a las tres autoridades del plantel (Rector, Vicerrector y Vicerrectora), el objetivo de la entrevista fue conocer a profundidad la opinión acerca del uso de las herramientas didácticas virtuales y la metodología del aula invertida. Gracias a este instrumento se ha podido corroborar lo señalado en la justificación de este trabajo, esto permite continuar con la investigación con el fin de lograr los objetivos establecidos en el capítulo anterior.

Ferreira y De Longhi (2014), definen a la encuesta como una de las técnicas más utilizadas para recolectar datos, a través de preguntas abiertas o cerradas, con el fin de describir, identificar y relacionar situaciones o acontecimientos que constituyen el objeto de estudio en la investigación.

Este documento ha sido diseñado con 10 preguntas cerradas basadas en la escala de Likert y dirigidas a los docentes de matemática de la institución con la finalidad de recabar información sobre la metodología de enseñanza y los recursos educativos físicos o tecnológicos empleados en las clases.

El test inicial contiene 10 preguntas de base estructurada diseñada con el objetivo de identificar el nivel de conocimientos respecto al tema funciones reales. Se realizó también una intervención, es decir, se reforzó durante 4 semanas contenidos fundamentales del tema funciones reales, utilizando las herramientas GeoGebra y Quizizz. Cada semana los estudiantes realizaban actividades individuales, así mismo, formaron equipos de trabajo para organizar exposiciones en el entorno de clase virtual, aplicando de esta manera el aula invertida mediada por las TIC. Finalmente se llevó a cabo un segundo test con 10 preguntas con el objetivo de verificar las destrezas desarrolladas durante la intervención.

El cuadro siguiente detalla las técnicas e instrumentos de la investigación.

Tabla 3.
Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Técnicas	Instrumentos
Encuesta	Cuestionario
Entrevista	Guía de la entrevista
Test	Prueba objetiva

Elaborado por: El autor

2.4. Población estudio/ tamaño de la muestra

Población y muestra

En la investigación, la población está conformada por 40 estudiantes de segundo año bachillerato, especialidad contabilidad, 10 docentes de matemática y 3 autoridades de la institución. La población comprende el universo, conjunto de personas u objetos que coinciden con determinadas características.(Sampieri & Baptista,2010)

Sampieri & Baptista (2017), manifiestan que la muestra es el subconjunto de la población, debe ser representativa ya que de esa forma se obtendrá datos relevantes y confiables. Existen dos tipos de muestra, la probabilística y no probabilística, para la presente investigación se utilizó la muestra no probabilística también conocida por conveniencia, en este tipo de muestra la selección de las personas u objetos depende de las características o propiedades que se buscan en la investigación y no de la probabilidad. (Sampieri & Baptista, 2010)

En vista de que la población cuenta con un número específico dentro de la institución educativa Dr. Luis Céleri Avilés, será considerada en su totalidad para este estudio. En el siguiente cuadro se detalla la información.

Tabla 4.
Tamaño de la muestra

Tamaño de la muestra	
Estudiantes segundo de bachillerato jornada matutina	40
Docentes de matemática	10
Autoridades (Rector y Vicerrectores)	3
Total	53

Elaborado por: Autor

2.5. Procesamiento de la información

Es el proceso mediante el cual se ordenan los datos obtenidos a través de las encuestas, entrevistas, etc., de tal manera que puedan interpretarse fácilmente en el análisis de la información por parte del investigador, el proceso estadístico está formado por:

- Tabulación de datos
- Agrupación de datos
- Obtención de los resultados
- Representación gráfica
- Interpretación de los resultados

CAPÍTULO III

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA ENTREVISTA AUTORIDADES

Para la recopilación de información se procedió a realizar la entrevista a las autoridades de la institución educativa Dr. Luis Céleri Avilés. El resumen de la entrevista se detalla a continuación:

- De acuerdo a la pregunta #1 los entrevistados manifestaron que en la actualidad es indispensable que los maestros de matemática conozcan y utilicen las herramientas tecnológicas de manera efectiva para poder implementarlas e interactuar con los estudiantes a través del sistema virtual. Los docentes no solamente deben limitarse a realizar un PowerPoint sino explorar otros recursos que ayuden a que la clase sea más interactiva, también en la modalidad virtual se está trabajando con la gamificación, es decir, aprender jugando. En el sistema presencial se utilizaría otras herramientas adaptables, por ejemplo un video u otro recurso, es importante que el docente siempre aplique herramientas para que ayuden al estudiante a mejorar o a adquirir las destrezas en cuanto a la matemática.
- En la pregunta # 2 los entrevistados manifestaron que en la modalidad presencial se utiliza el método inductivo, deductivo, ERCA, pero ahora, con la virtualidad, se emplea el ABP (Aprendizaje basado en proyectos y problemas). Cabe recalcar que antes de la pandemia también se utilizaba el ABP, sin embargo, es más aplicado en la modalidad virtual, donde el maestro debe hacer uso de la observación, reflexión, análisis de los proyectos, y de un método mixto que integre tanto la estrategia como la creatividad de una manera eclíptica con el fin de ayudar al estudiante a entender, comprender y adquirir destrezas.

- Con respecto a la pregunta # 3 señalaron que el aula invertida consiste en realizar una retroalimentación usando herramientas tecnológicas como quizizz, forms, etc., también se podría considerar el aula invertida como una metodología asincrónica, es decir, el docente puede compartir videos propios o ajenos, tutoriales y actividades para que el alumno refuerce de manera autónoma lo aprendido en clase a través de herramientas como edmodo, classroom, etc. Sin embargo, el alumno debe tener el compromiso de ir más allá de lo que el maestro enseña, ser más investigativo, crítico y de esa forma convertirse en el protagonista de todo el proceso de aprendizaje.
- En la pregunta # 4 los entrevistados indicaron que el aula invertida es una metodología que combinada con recursos tecnológicos va a mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje, ya que lleva al alumno a ser autónomo, crítico, reflexivo e investigativo, pero también depende de la actitud o la predisposición del alumno para la realización de actividades dentro de una plataforma; si no existen estas características, el estudiante no se va a beneficiar de los distintos recursos que comparta el docente.

3.2. ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA ENCUESTA A DOCENTES DE MATEMÁTICA

Pregunta #1 ¿Qué tipo de recursos educativos utiliza usted para enseñar matemática?

Tabla 5.
Tipos de recursos educativos utilizados

DETALLE	Frecuencia	%
Material impresa (Libros de texto, fichas pedagógicas)	5	50,00%
Material multimedia (videos, audios, diapositivas)	9	90,00%
Herramientas virtuales	7	70,00%
Ninguno	0	0,00%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

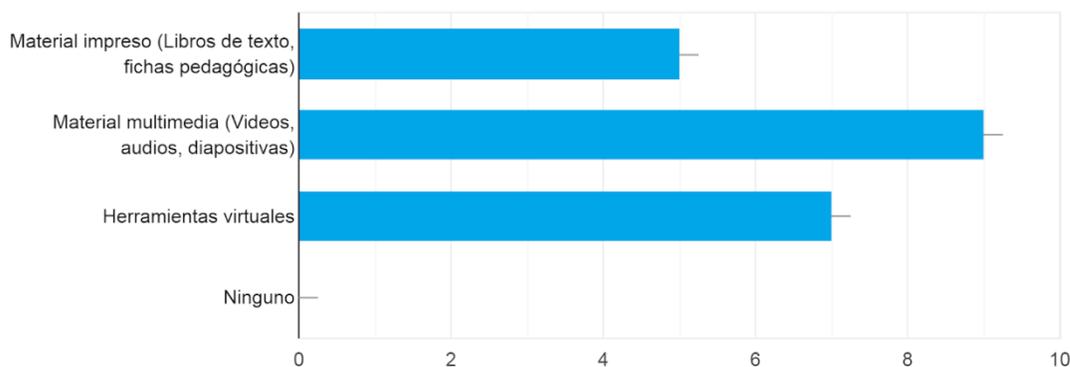


Figura 48. Tipos de recursos educativos utilizados

Elaborado por: Autor

De los resultados obtenidos se puede observar que de un total de 10 docentes de matemática, la mayoría utiliza materiales multimedia (videos, audios y diapositivas), seguido de las herramientas virtuales y, por último, el material impreso (libros de texto, fichas) en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Pregunta # 2 ¿Cuál es su nivel de formación en TIC?

Tabla 6.
Nivel de formación en TIC

DETALLE	Frecuencia	%
Alto	0	0%
Medio	8	80%
Bajo	2	20%
Nulo	0	0%
Total	10	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

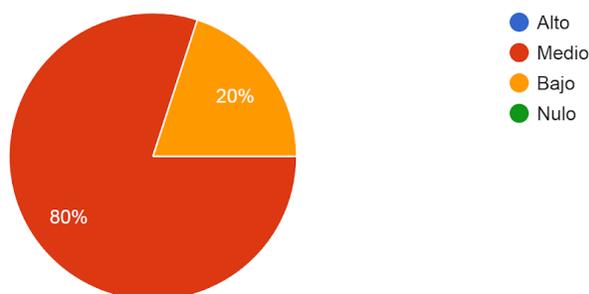


Figura 49. Nivel de formación en TIC

Elaborado por: Autor

De los resultados obtenidos se observa que la mayoría de los docentes de matemática que representa el 80% indica tener un nivel medio de formación en TIC, y el 20% tiene un nivel bajo, ninguno de los docentes afirma tener un nivel de formación alto o nulo.

Pregunta # 3 ¿Qué metodología utiliza en el proceso enseñanza aprendizaje?

Tabla 7.

Metodología en el proceso enseñanza aprendizaje

DETALLE	Frecuencia	%
Clases magistrales	1	10,00%
Aprendizaje basado en proyectos	8	90,00%
Aprendizaje basado en problemas	5	50,00%
Aula invertida	1	10,00%
Método inductivo	4	40,00%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

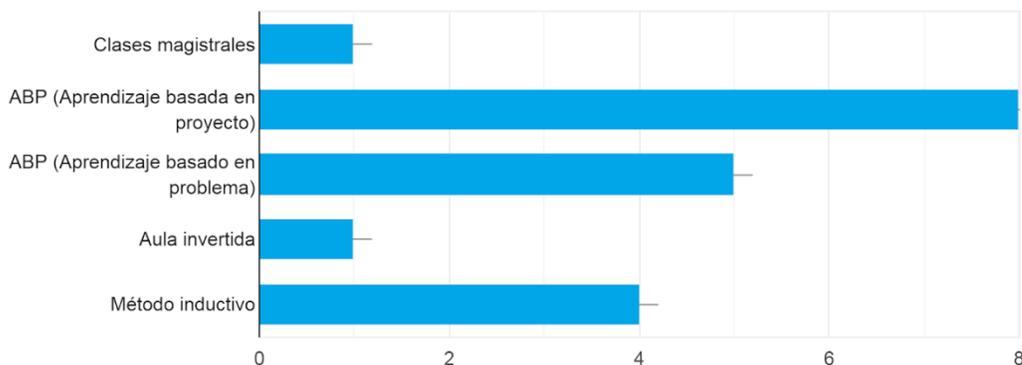


Figura 50. Metodología en el proceso enseñanza aprendizaje

Elaborado por: Autor

Con respecto a esta pregunta se observa que la mayoría de los docentes de matemática utiliza la metodología del aprendizaje basado en proyectos, seguido del aprendizaje basado en problemas y también trabajan con el método inductivo, solamente un docente aplica el aula invertida y otro utiliza las clases magistrales. En otras palabras, la mayoría de los docentes utiliza metodologías activas, y solamente uno está trabajando con la enseñanza tradicional en matemáticas.

Pregunta # 4 ¿Considera usted que la metodología aplicada influye en el rendimiento académico de los estudiantes?

Tabla 8.
Metodología y rendimiento académico

DETALLE	Frecuencia	%
Totalmente de acuerdo	4	40%
De acuerdo	6	60%
Indiferente	0	0%
Desacuerdo	0	0%
Totalmente en desacuerdo	0	0%
Total	10	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

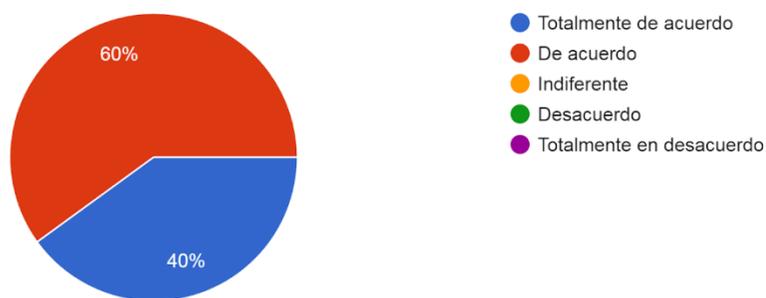


Figura 51. Metodología y rendimiento académico
Elaborado por: Autor

El 60% de los docentes está de acuerdo que la metodología influye en el rendimiento académico de los estudiantes y el 40% indica que está totalmente de acuerdo. Esto muestra que los docentes de matemática consideran que la metodología que aplican en el proceso enseñanza aprendizaje si influye en el rendimiento académico de los estudiantes.

Pregunta # 5 De acuerdo con el bloque de funciones reales, ¿En qué tema considera usted, desde su práctica docente, que los estudiantes tienen mayor dificultad?

Figura 52.

Funciones reales

DETALLE	Frecuencia	%
Gráfica de funciones	7	70%
Tipos de funciones	2	20%
Dominio y recorrido	7	70%
Asíntotas de la gráfica de una función	6	60%
Función lineal	2	20%
Función cuadrática	3	30%
Función polinomial	3	30%
Función exponencial	5	50%
Función logarítmica	6	60%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

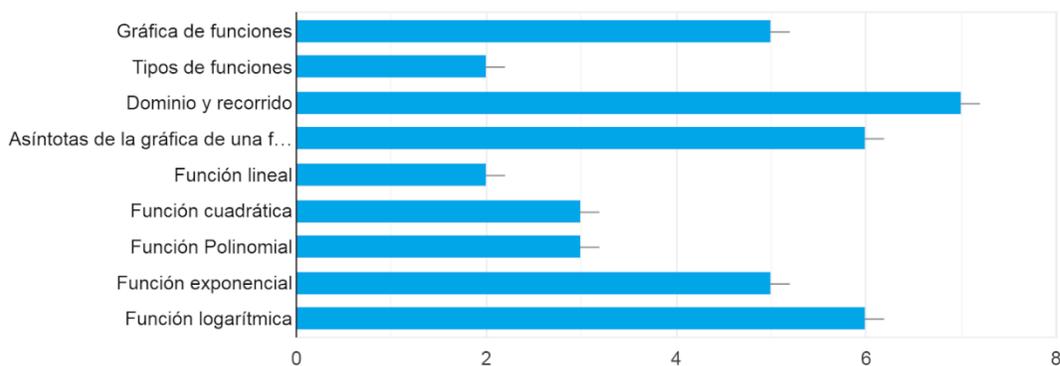


Figura 53. Funciones reales

Elaborado por: Autor

La mayoría de los docentes de matemática considera que la gráfica, el dominio y recorrido, seguido de las asíntotas y la función logarítmica representan los subtemas con mayor dificultad para los estudiantes.

Pregunta # 6 ¿Conoce usted acerca de la metodología de Flipped Classroom o Clase Inversa?

Tabla 9.
Metodología de aula invertida

DETALLE	Frecuencia	%
Mucho	0	0%
Bastante	3	30%
Poco	5	50%
Nada	2	20%
Total	10	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

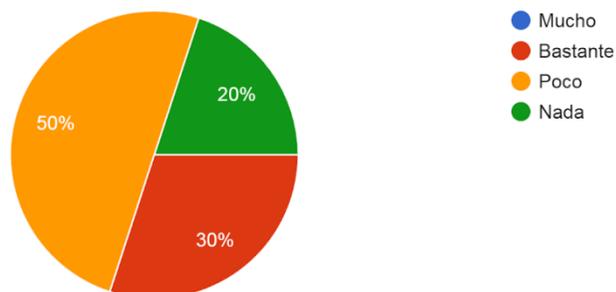


Figura 54. Metodología de aula invertida
Elaborado por: Autor

El 50% de los docentes de matemática tiene poco conocimiento de la metodología del aula invertida, el 30% indicó tener bastante conocimiento, y el 20% desconoce acerca de esta metodología, se puede deducir que la mayoría de los docentes no conoce las características, ventajas y los beneficios que brinda este modelo innovador en el proceso enseñanza aprendizaje.

Pregunta # 7 ¿Conoce usted acerca de las herramientas educativas GeoGebra y Quizizz?

Tabla 10.
Herramientas geogebra y quizizz

DETALLE	Frecuencia	%
Mucho	0	0%
Bastante	7	70%
Poco	3	30%
Nada	0	0%
Total	10	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

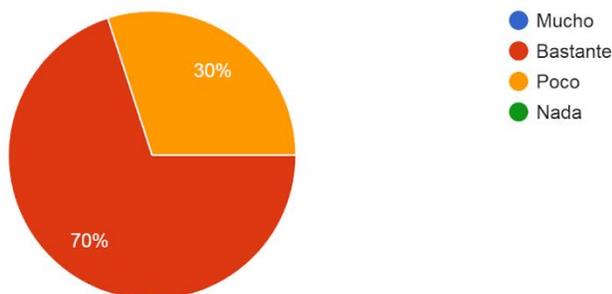


Figura 55. Herramientas geogebra y quizizz
Elaborado por: Autor

El 70% de los docentes tiene bastante conocimiento sobre las herramientas geogebra y quizizz, esto demuestra que pueden aplicarlas con facilidad en la enseñanza de las funciones reales, así como guiar y orientar a los estudiantes a través del sistema educativo virtual o presencial. Y el 30% de los docentes manifestó tener poco conocimiento en cuanto al uso de estas herramientas.

Pregunta # 8 ¿Con qué frecuencia aplica usted las herramientas GeoGebra y Quizizz en la enseñanza y aprendizaje de matemática?

Tabla 11.
Aplicación de las herramientas geogebra y quizizz

DETALLE	Frecuencia	%
Muy frecuentemente	0	0%
Frecuentemente	2	20%
Ocasionalmente	7	70%
Raramente	0	0%
Nunca	1	10%
Total	10	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

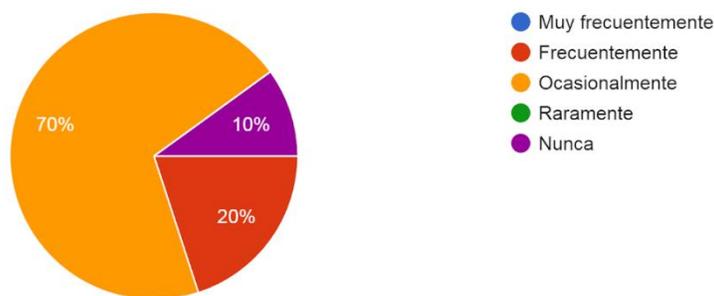


Figura 56. Aplicación de las herramientas GeoGebra y Quizizz

Elaborado por: Autor

De los resultados obtenidos se puede observar que el 70% de los docentes utiliza ocasionalmente las herramientas geogebra y quizizz, el 20% emplea frecuentemente estas aplicaciones y el 10% indica que nunca han aplicado estas herramientas en el proceso enseñanza aprendizaje.

Pregunta # 9 ¿Considera usted que con la aplicación del modelo de aula invertida y el uso de las herramientas GeoGebra y Quizizz, ayudará a desarrollar las competencias matemáticas?

Tabla 12.
Modelo de aula invertida y geogebra y quizizz

DETALLE	Frecuencia	%
Totalmente de acuerdo	3	30%
Parcialmente de acuerdo	4	40%
Ni en acuerdo ni en desacuerdo	3	30%
Parcialmente en desacuerdo	0	0%
Totalmente en desacuerdo	0	0%
Total	10	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

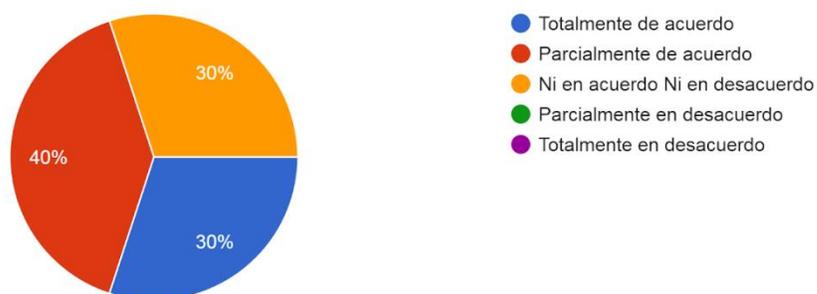


Figura 57. Modelo de aula invertida y geogebra y quizizz
Elaborado por: Autor

De los resultados obtenidos se puede establecer que el 40% de los docentes de matemática manifiestan estar parcialmente de acuerdo, seguido del 30% que expresa estar totalmente de acuerdo que con la aplicación del modelo de aula invertida y el uso de las herramientas geogebra y quizizz ayudará en el desarrollo de las competencias matemáticas y un 30% manifiesta estar ni en acuerdo ni en desacuerdo.

Pregunta # 10 ¿Cuán importante considera usted aplicar un modelo innovador “Clase Inversa” conjuntamente con la utilización de recursos educativos abiertos para mejorar el proceso enseñanza aprendizaje?

Tabla 13.

Aplicación del modelo aula invertida mediada por los REA

DETALLE	Frecuencia	%
Muy importante	4	40%
Importante	4	40%
Moderadamente importante	2	20%
De poca importancia	0	0%
Sin importancia	0	0%
Total	10	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

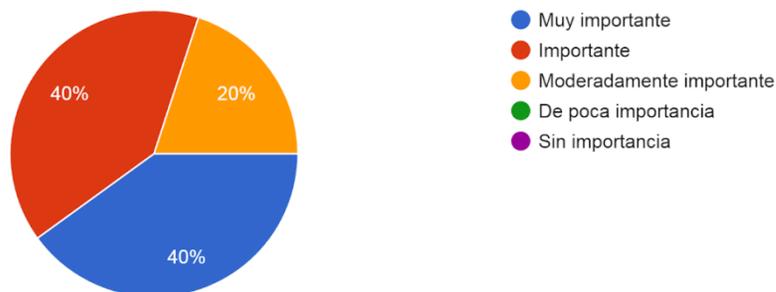


Figura 58. Aplicación del modelo aula invertida mediada por los REA

Elaborado por: Autor

El 40% de los docentes considera muy importante aplicar un modelo innovador “clase inversa” conjuntamente con la utilización de recursos educativos abiertos, el otro 40% de los docentes indica que es importante, mientras que el 20% considera que es moderadamente importante. Ninguno de los docentes considera de poca importancia la aplicación de metodologías activas como el aula invertida combinada con REA. Esto significa que los docentes de matemática si estarían de acuerdo con la aplicación de herramientas didácticas virtuales.

3.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL TEST INICIAL

Pregunta # 1 Seleccione la gráfica que representa una función Biyectiva

Tabla 14.
Función Biyectiva

Alternativas	Frecuencia	%
$f(x) = 4x + 2$	22	56%
$g(x) = x $	8	21%
$h(x) = x^3 - 2x + 1$	4	10%
$i(x) = -x^2 + 3$	5	13%
Total	39	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

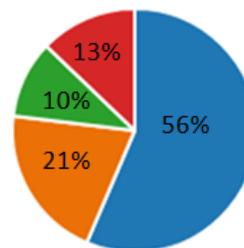
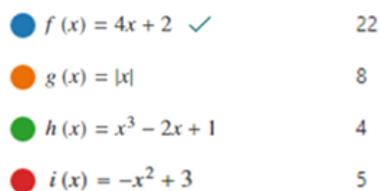


Figura 59. Función Biyectiva

Elaborado por: Autor

El 56 % de los estudiantes respondió esta pregunta de manera correcta indicando la gráfica que representa una función biyectiva (función afín), el 44 %, que corresponde a 17 estudiantes, respondió de manera incorrecta, esto significa que aún no han desarrollado la destreza para reconocer funciones biyectivas por medio de la expresión algebraica y gráfica.

Pregunta # 2 ¿Cuáles de las siguientes funciones son inyectivas?

Tabla 15.
Función Inyectiva

Alternativas	Frecuencia	%
$f(x) = x^2 - 2$	21	33%
$g(x) = \sqrt{x + 1}$	12	19%
$h(x) = 5x + 4$	22	35%
$i(x) = x + 5 $	8	13%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

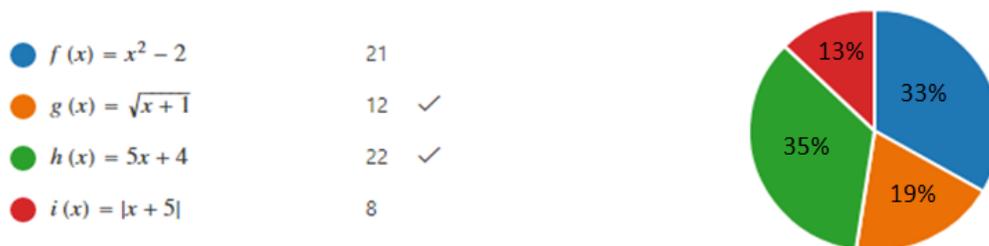


Figura 60. Función Inyectiva

Elaborado por: Autor

De acuerdo a la pregunta # 2, los estudiantes tenían que seleccionar 2 respuestas válidas con respecto a la función inyectiva. El 11 %, que corresponde a 4 estudiantes, seleccionó de manera correcta las funciones inyectivas (función raíz cuadrada y afín) y el 89%, que corresponde a 34 estudiantes, es decir, la mayoría respondió de manera incorrecta, esto significa que no han desarrollado la destreza para reconocer funciones inyectivas a través de la expresión algebraica.

Pregunta # 3 Determine el dominio y recorrido de la función $f(x) = 3x^2 - 4$

Tabla 16.
Dominio y recorrido

Alternativas	Frecuencia	%
$Dom(f) = R; Rec(f) = (-4, +\infty)$	7	17%
$Dom(f) = R; Rec(f) = [-\infty, 4]$	14	35%
$Dom(f) = R; Rec(f) = [-4, +\infty]$	9	23%
$Dom(f) = R; Rec(f) = [-4, \infty)$	10	25%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

- $Dom(f) = R; Rec(f) = (-4, 7$
- $Dom(f) = R; Rec(f) = [-\infty 14$
- $Dom(f) = [-2, 2]; Rec(f) = 9$
- $Dom(f) = R; Rec(f) = [-4, 10$ ✓

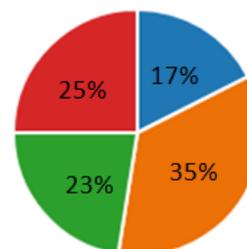


Figura 61. Dominio y recorrido

Elaborado por: Autor

Se puede observar que el 25%, que representa a 10 estudiantes, respondió de manera correcta en cuanto al dominio y recorrido de la función cuadrática $f(x) = 3x^2 - 4$, sin embargo, el 75%, que representa 30 estudiantes, es decir, la mayoría respondió incorrectamente, esto quiere decir que los estudiantes aún no han desarrollado la destreza para el análisis y determinación del dominio y recorrido de funciones reales.

Pregunta # 4 Una función afín es aquella cuya expresión algebraica es de la forma $y = mx$ ($m \neq 0$)

Tabla 17.
Función afín

Alternativas	Frecuencia	%
Verdadero	19	51%
Falso	18	49%
Total	37	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

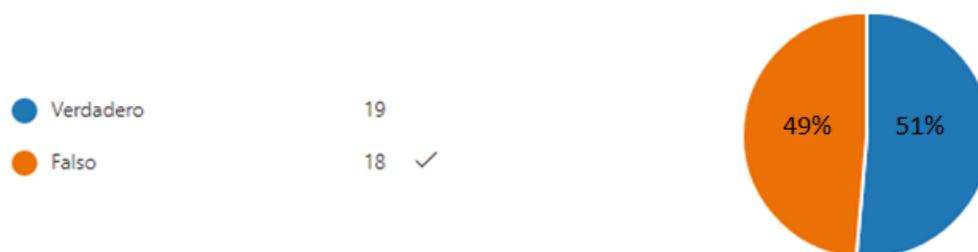


Figura 62. Función afín

Elaborado por: Autor

De acuerdo a los resultados obtenidos se puede observar que el 49% de los estudiantes con respecto a la pregunta “una función afín es aquella que tiene la forma $y=mx$ ”, indicó correctamente que es falso, mientras que el 51% manifestó incorrectamente que es verdadero, esto significa que los estudiantes tienen dificultad con el reconocimiento de la forma algebraica de la función afín.

Pregunta # 5 Una función lineal es aquella cuya expresión algebraica es de la forma $y = mx + b$ ($m \neq 0$)

Tabla 18.
Función Lineal

Alternativas	Frecuencia	%
Verdadero	19	47%
Falso	21	53%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

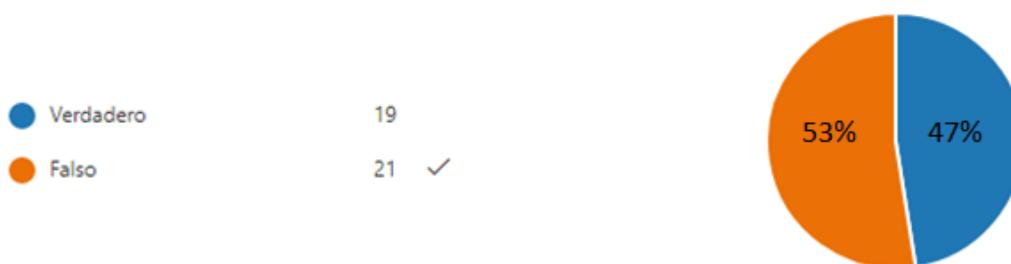


Figura 63. Función Lineal

Elaborado por: Autor

De acuerdo a los resultados obtenidos se puede observar que el 53% de los estudiantes con respecto a la pregunta “una función lineal es aquella que tiene la forma $y=mx+b$ ”, indicó correctamente que es falso, mientras que el 47% manifestó incorrectamente que es verdadero, esto quiere decir que los estudiantes tienen dificultad con el reconocimiento de la forma algebraica de la función lineal.

Pregunta # 6 ¿Cuál es el vértice de la función cuadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$?

Tabla 19.
Vértice de la función cuadrática

Alternativas	Frecuencia	%
(1, -4)	18	45%
(-2, 3)	7	17%
(1, 4)	5	13%
(-1, 4)	10	25%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor



Figura 64. Vértice de la función cuadrática

Elaborado por: Autor

De acuerdo a los resultados obtenidos se puede observar que el 45% de los estudiantes seleccionó correctamente el vértice de la función cuadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$ y el 55% seleccionó una opción incorrecta, estos resultados demuestran que los estudiantes aún no logran determinar las principales características como el vértice de la función cuadrática.

Pregunta # 7 Las intersecciones con el eje “x” y con el eje “y” de la función cuadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$ son:

Tabla 20.
Intersecciones de la función cuadrática

Alternativas	Frecuencia	%
$x = (1, 0); (3, 0) y = (0, 4)$	9	22%
$x = (-1, 0); (3, 0) y = (0, -3)$	17	43%
$x = (-1, 0); (0, 3) y = (0, 3)$	10	25%
$x = (-1, 0); (0, 3) y = (3, 0)$	4	10%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

- $x = (1, 0), (3, 0) \quad y = (0, 9)$
- $x = (-1, 0), (3, 0) \quad y = (0, 17) \quad \checkmark$
- $x = (-1, 0), (0, 3) \quad y = (0, 10)$
- $x = (-1, 0), (0, 3) \quad y = (3, 4)$

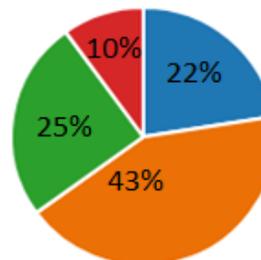


Figura 65. Intersecciones de la función cuadrática

Elaborado por: Autor

El 43% de los estudiantes seleccionó correctamente las intersecciones con el eje “x” e “y” de la función cuadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$ y el 57% respondió incorrectamente esto quiere decir que los estudiantes aún no logran determinar las principales características como las intersecciones con los ejes de la función cuadrática.

Pregunta # 8 ¿Cuál de las gráficas representa una función exponencial?

Tabla 21.
Función Exponencial

Alternativas	Frecuencia	%
$f(x) = 2^x$	14	35%
$g(x) = 3x^3$	6	15%
$h(x) = \log_2 x$	18	45%
$i(x) = \sqrt{x}$	2	5%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

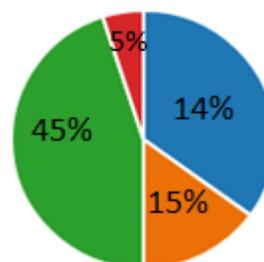
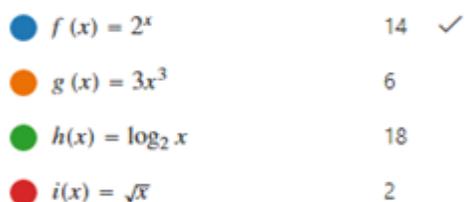


Figura 66. Función Exponencial

Elaborado por: Autor

Se puede observar que el 35% de los estudiantes respondió correctamente esta pregunta con respecto a la gráfica que representa una función exponencial, sin embargo, el 65%, que representa la mayoría de los estudiantes, no logró identificar por medio de la gráfica y la expresión algebraica la función exponencial, esto significa que los discentes aún no han desarrollado la destreza de reconocimiento de las funciones.

Pregunta # 9 ¿Qué es una función?

Tabla 22.
Función

Alternativas	Frecuencia	%
Una función es una relación de dependencia entre dos conjuntos, A y B en la que a cada elemento x del conjunto A le corresponde, a lo sumo, un único elemento y del conjunto B.	18	45%
Una función es una relación de dependencia entre dos conjuntos, A y B en la que a cada elemento x del conjunto A le corresponde más de dos elementos y del conjunto B.	7	17%
Una función es una relación de independencia entre dos conjuntos, A y B en la que a cada elemento x del conjunto A le corresponde más de dos elementos y del conjunto B.	8	20%
Una función es una relación de independencia entre dos conjuntos, A y B en la que a cada elemento y del conjunto A le corresponde más de dos elemento x del conjunto B.	7	18%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

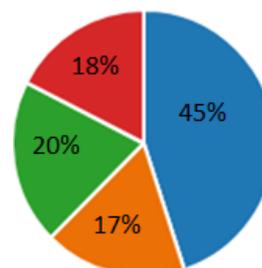
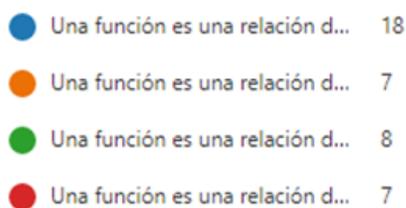


Figura 67. Función

Elaborado por: Autor

De acuerdo a los resultados obtenidos se puede observar que el 45% de los estudiantes respondió correctamente la definición de función que es una relación de dependencia entre dos conjuntos, A y B en la que a cada elemento x del conjunto A le corresponde, a lo sumo, un único elemento y del conjunto B, mientras que el 55% no recuerda o no tiene claro el concepto de función.

Pregunta # 10 Evalúa la regla de correspondencia al reemplazar $x=-3$; $x=2$ en la función cúbica $f(x) = x^3 - 2x + 1$

Tabla 23.
Regla de correspondencia

Alternativas	Frecuencia	%
$x_1 = -20; x_2 = 5$	18	45%
$x_1 = 32; x_2 = -5$	5	12%
$x_1 = 20; x_2 = -5$	13	33%
$x_1 = 20; x_2 = 5$	4	10%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

● $x_1 = -20; x_2 = 5$	18	✓
● $x_1 = 32; x_2 = -5$	5	
● $x_1 = 20; x_2 = -5$	13	
● $x_1 = 20; x_2 = 5$	4	

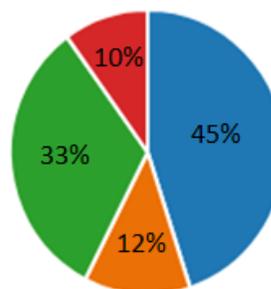


Figura 68. Regla de correspondencia

Elaborado por: Autor

El 45% de los estudiantes al reemplazar los valores de x en la función cúbica resuelve correctamente y determina los valores de x , mientras que el 55% no realiza los cálculos de manera correcta.

3.4. INTERVENCIÓN

En la presente investigación se ha evidenciado durante la práctica docente y por medio de un test la dificultad que tienen los estudiantes en ciertos subtemas de las Funciones Reales, una de las causas es la metodología del docente, lo que engloba las estrategias, recursos, técnicas, que utiliza al momento desarrollar su clase.

Se realizó una intervención, es decir, se llevó a efecto el objetivo del trabajo de investigación “Analizar la incidencia de la estrategia metodológica del aula invertida y el uso de las herramientas didácticas virtuales (GeoGebra y Quizizz) para contribuir al mejoramiento del proceso enseñanza aprendizaje de las funciones reales, en los estudiantes de Bachillerato, especialidad Contabilidad de la Unidad Educativa Dr. Luis Céleri Avilés”

El Ministerio de Educación ha facilitado documentos que son indispensables para la elaboración de las planificaciones como: matriz curricular, currículo para la emergencia sanitaria y formatos de planificaciones de unidad didáctica y proyecto interdisciplinar.

El diseño de la estrategia metodológica basada en el aula invertida consistió en plasmar en la planificación lo que se iba hacer, primero se revisó las matrices curriculares y se identificó las destrezas correspondientes al tema “Funciones Reales” para el curso 2do año contabilidad, después se trabajó con el formato de planificación de unidad didáctica que es la base para la construcción de la planificación de proyecto interdisciplinar.

En la planificación de unidad didáctica se encuentran los datos informativos: nombre del proyecto, objetivo de aprendizaje, objetivos específicos, tema, tiempo, y la relación de componentes curriculares como: las destrezas con criterios de desempeño específicas a trabajar y desagregadas, indicadores de evaluación, recursos, técnicas, y se estableció estrategias generales para impulsar el trabajo autónomo y presencial en los estudiantes como por ejemplo:

- Indagar conocimientos previos: conceptos y procedimientos fundamentales.
- Observar videos, imágenes, u otro recurso didáctico que contenga dimensiones relacionadas con el objeto de estudio.
- Lluvia de ideas, responder cuestionario de preguntas sobre funciones y las operaciones entre ellas.
- Leer y analizar páginas 99 a 101 del texto integrado.
- Elaborar tablas de valores para graficar funciones.
- A partir de las gráficas de las funciones analizar sus características.
- Identificar las clases de funciones a través de su gráfico y su forma algebraica.
- Ejecutar planteamientos adecuados en la resolución de problemas que implican situaciones de la vida cotidiana.
- Exposiciones grupales del tema funciones reales.

Los recursos que se utilizaron fueron:

- Plataforma Zoom
- Herramientas digitales pizarra Idroo, Quizizz, GeoGebra, Microsoft forms, classroom.
- Textos escolares

Las técnicas e instrumentos fueron:

- Talleres online
- Exposiciones
- Portafolio
- Cuestionarios
- Rúbrica de evaluación

Una vez elaborado el documento “planificación microcurricular de unidad didáctica” se comenzó a trabajar con la “planificación de proyecto interdisciplinar”, en la que se agregó las actividades autónomas, presenciales y recomendaciones para el padre de

familia o tutor. En lo que respecta a los datos informativos, destrezas e indicadores se incluye lo planteado en la planificación microcurricular de unidad didáctica.

La planificación de un proyecto interdisciplinar está formada por 4 semanas, se trabajó el tema Funciones Reales desde el 19 de julio de 2021 hasta el 13 de agosto de 2021.

En el componente curricular trabajo autónomo y presencial se desarrolló actividades semanales en base al tema Funciones Reales, se compartió recursos en classroom durante cada semana para que el estudiante de forma autónoma construya sus conocimientos y en el acompañamiento despejar dudas y reforzar conceptos o ejercicios utilizando las herramientas idroo, geogebra y quizizz, classroom.

1.DATOS INFORMATIVOS					
PERIODO LECTIVO 2021-2022					
DATOS INFORMATIVOS					
DOCENTE:	Lcda. Katherine Sánchez	ÁREA	MATEMÁTICA	ASIGNATURA	MATEMÁTICA
UNIDAD DIDÁCTICA	2	TÍTULO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	Funciones	VALORES U OTROS EJES TRANSVERSALES	Perseverancia, Fortaleza Generosidad, Gratitud
CURSO	Primero	Nº SEMANAS	4	FECHA DE INCIO	19- 07 - 2021
PARALELOS	BGU B T	ÁMBITO		FECHA DE FINALIZACIÓN	13-08-2021
<p>2. OBJETIVO DE LA UNIDAD/DE APRENDIZAJE:</p> <p>Los estudiantes comprenderán que el consumo de alimentos saludables combinados con hábitos sostenibles favorece la toma de decisiones acertadas para mantener la salud integral, comunicando recomendaciones de forma asertiva en el contexto en que se encuentre.</p>					
<p>3. OBJETIVO ESPECÍFICO DEL ÁREA :</p> <p>Valorar sobre la base de un pensamiento crítico, creativo, reflexivo y lógico, la vinculación de los conocimientos matemáticos con los de otras disciplinas científicas y los saberes ancestrales para así plantear soluciones a problemas de la realidad y contribuir al desarrollo del entorno social, natural y cultural.</p>					
<p>4. RELACIÓN ENTRE COMPONENTES CURRICULARES</p>					

Conceptos Esenciales	Destrezas con Criterio de Desempeño	Actividades de Aprendizaje (Estrategias Metodológicas)	Recursos	Evaluación	
				Indicador de Evaluación	Técnicas e instrumentos de evaluación
<p>Características de las funciones a trozo, afín, raíz cuadrada y valor absoluto.</p> <p>Operaciones entre funciones reales</p>	<p>M.5.1.20 Graficar y analizar el dominio, el recorrido, la monotonía, ceros, extremos de las diferentes funciones reales) función afín, a trozos, función potencia entera negativa con $n = -1, -2$, función raíz cuadrada, función valor absoluto de la función afín) utilizando Tic</p> <p>M.5.1.25 Realizar las operaciones de adición y producto entre funciones reales y el producto de números reales por funciones reales aplicando propiedades de los números reales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Indagar conocimientos previos: conceptos y procedimientos fundamentales. - Observar, videos, imágenes, carteles u otro recurso didáctico que contenga dimensiones relacionadas con el objeto de estudio. - Mediante lluvia de ideas responder cuestionario de preguntas sobre funciones y las operaciones entre ellas. - Leer y analizar páginas 99 a 101 del texto integrado - Elaborar tablas de valores para graficar funciones - A partir de las gráficas de las funciones en estudio analizar sus características. - Identificar las clases de funciones atendiendo su gráfico y su forma algebraica. - Ejecutar planteamientos adecuados en la resolución de problemas que implican situaciones de la vida cotidiana. - Exposiciones grupales 	<p>Textos escolares</p> <p>Internet</p> <p>Plataformas educativas</p> <p>Herramientas Tecnológicas como Quizizz, GeoGebra, Microsoft forms.</p> <p>Recursos2 del MINEDUC</p>	<p>IM.5.3.1 Grafica funciones reales y analiza su dominio, recorrido, monotonía, ceros, extremos, paridad,</p> <p>Identifica las funciones afines, potencia, raíz cuadrada, valor absoluto.</p> <p>IM.5.3.1 Realiza operaciones con funciones aplicando las propiedades de los números reales en problemas reales e hipotéticos</p>	<p>Técnicas</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pruebas - Portafolio - Exposiciones <p>Instrumentos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Cuestionarios on line - Rúbrica de la exposición

PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR DEL PROYECTO CIENTÍFICO INTERDISCIPLINAR

NOMBRE DE LA INSTITUCIÓN:	Unidad Educativa “Dr. Luis Céleri Avilés”	DOCENTE:	Lcda. Katherine Sánchez		
CURSO:	Primero BGU y BT	FECHA DE INICIO	19/07/2021	FECHA FINAL	13/08/2021
ASIGNATURA :	Matemática				
Proyecto 2:	Nutrición saludable: Factores necesarios para una buena alimentación				
PRODUCTO FINAL:	Tarjetero alimentación saludable				
OBJETIVO DE APRENDIZAJE:	Los estudiantes comprenderán que el consumo de alimentos saludables combinados con hábitos sostenibles favorece la toma de decisiones acertadas para mantener la salud integral, comunicando recomendaciones de forma asertiva en el contexto en que se encuentre.				
OBJETIVO ESPECÍFICO:	Aplicar conocimientos de las diferentes disciplinas, a partir de los procesos de análisis, en la resolución de problemas relacionados con la vida diaria y el entorno, que promuevan el cuidado de la salud física y emocional, aplicando estrategias de razonamiento lógico y crítico mediante ideas de forma asertiva				
DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	INDICADORES DE EVALUACIÓN	ORIENTACIONES METODOLÓGICAS			
		TRABAJO AUTÓNOMO	TRABAJO PRESENCIAL	RECOMENDACIONES PARA EL PADRE DE FAMILIA	
M.5.1.20 Graficar y analizar el dominio, el recorrido, la monotonía, ceros, extremos de las diferentes funciones reales)función afín, a trozos, función	IM.5.3.1 Grafica funciones reales y analiza su dominio, recorrido, monotonía, ceros, extremos, paridad, Identifica las funciones afines, potencia, raíz	TEMA: FUNCIONES REALES <div style="border: 1px solid orange; padding: 5px; margin-top: 10px;"> ¿SABÍAS QUE? La alimentación tiene una clara vocación matemática. De hecho, la pirámide de la alimentación establece unas pautas saludables para la ingesta de cereales, fruta, carnes, pescados, dulces. </div>	- Analizaremos las características de las diferentes funciones reales) función afín, a trozos, función potencia entera negativa con $n = -1, -2$, función raíz cuadrada, función valor	- Acondicionar un lugar acogedor dentro de casa para la realización de las actividades del proyecto. - Llevar un control de las	

<p>potencia entera negativa con $n = -1, -2$, función raíz cuadrada, función valor absoluto de la función afín) utilizando Tic</p>	<p>cuadrada, valor absoluto.</p>	<p>Si las grasas de las comidas de origen animal (carnes y quesos) corresponden a dos tercios de las grasas saturadas en gramos, representada en la función $y = \frac{2}{3}x$. Elabore una tabla de valores que implique lo que sucede con la variable y, si el consumo es de 3, 6, 9, 12, 15 gramos de grasas.</p> <p>Representa gráficamente en el sistema de coordenadas cartesianas.</p> <p>Responde las siguientes cuestiones.</p> <p>a. La función que has representado gráficamente. ¿Qué nombre recibe?</p> <p>b. ¿Crees que las grasas saturadas son importantes para nuestro organismo?</p> <p>c. ¿Qué alimentos considerarías imprescindibles en una alimentación saludable?</p> <p>d. Indaga que alimentos contienen grasas saturadas, poliinsaturadas y mono insaturadas. Beneficios y perjuicios</p>	<p>absoluto de la función afín) utilizando Tic con ejercicios modelos.</p> <p>- Elaboraremos tablas de valores para representar gráficamente las diferentes funciones e indicar sus características. (Dominio, Recorrido, monotonía, paridad)</p> $f(x) = \begin{cases} -x - 1 & \text{Si } x \leq -3 \\ 3 & \text{Si } -1 < x < 1 \\ x - 2 & \text{Si } x \geq 1 \end{cases}$ $y = \frac{2}{x}$ $y = \sqrt{x + 1}$ <p>Identificaremos las funciones propuestas considerando el proceso analítico y gráfico.</p>	<p>actividades que está realizando el estudiante pudiendo trabajar en el proyecto durante al menos 50 minutos diarios.</p> <p>- Apoyar en desarrollo de actividades.</p> <p>- Trabaja con los recursos disponibles en casa.</p> <p>- Para consultar información y fortalecer los aprendizajes, utilizar los textos escolares de este año o de años anteriores.</p>
---	----------------------------------	---	--	--

ACTIVIDAD

PARA RECORDAR

Una función f es **una función real** cuando su dominio y recorrido son el conjunto de los números reales o un subconjunto del mismo. La notación para referirse a este tipo de funciones es $y = f(x)$

Ejemplos

$$y = 3x + 1 \qquad f(x) = x^2 - 10$$

Te proponemos que indagues e investigues sobre las características de las funciones reales (afín, a trozos, función potencia entera negativa con $n = -1, -2$, función raíz cuadrada, función valor absoluto de la función afín)

Puedes consultar en el texto integrado de 1ro BGU Págs. 98 a 101 o en internet.

Te damos algunos enlaces para que revises

<https://www.youtube.com/watch?v=c20QWEhBPKs>

<https://www.youtube.com/watch?v=AU1GVkYD78w>

Grafica y analiza las siguientes funciones.

a. $f(x) = 3 - 5x$

b. $f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{Si } x \leq 0 \\ x^2 + 1 & \text{Si } > 0 \end{cases}$

c. $f(x) = \frac{2}{x^2}$

Para comparar las gráficas de las funciones puedes apoyarte con la aplicación geogebra en el siguiente enlace <https://www.geogebra.org/classic?lang=es>

TEMA: OPERACIONES CON FUNCIONES REALES (ADICIÓN Y PRODUCTO)



SABÍAS QUÉ? Las operaciones que se pueden efectuar con funciones son:

Adición

La función suma de f y g es la función que asigna a cada número real x la suma de las imágenes por la función f y por la función g :

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

Multiplicación

La función producto de f y g es la función que asigna a cada número real x la producto de las imágenes por la función f y por la función g :

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

M.5.1.25 Realizar las operaciones de adición y producto entre funciones reales y el producto de números reales por funciones reales aplicando propiedades de los números reales.

IM.5.3.1 Realiza operaciones con funciones aplicando las propiedades de los números reales en problemas reales e hipotéticos

Sustracción
La función diferencia de f y g es la función que asigna a cada número real x la diferencia de las imágenes por la función f y por la función g :
$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$
División
La función cociente de f y g es la función que asigna a cada número real x el cociente de las imágenes por la función f y por la función g :
$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} ; g(x) \neq 0$

Revisa el enlace

<https://www.youtube.com/watch?v=jP1mSfUqpxw>

Realiza operaciones con funciones

Si $f(x) = x^2 - 1$; $g(x) = 2x + 3$

$$h(x) = \frac{2}{x + 1}$$

Halla

- a. $f(x) + g(x)$
- b. $h(x) - g(x)$
- c. $f(x) \cdot g(x)$

Recordaremos las propiedades de las operaciones con funciones reales considerando las propiedades de los números reales.

Operaremos con funciones reales.

Si $f(x) = x^2 - 1$

$$g(x) = 2x + 3$$

$$h(x) = \frac{2}{x + 1}$$

Halla

- a. $f(x) + h(x)$
- b. $g(x) - h(x)$
- c. $g(x) \cdot h(x)$

A continuación se describe el trabajo realizado en cada semana:

Subtema: Función afín y lineal

Estos subtemas se llevaron a cabo en la 1era semana de la intervención (Del 19 al 23 de julio de 2021). Antes del acompañamiento se precedió a subir a la herramienta classroom recursos como videos, tutoriales, enlaces de geogebra para que los estudiantes puedan acceder a ellos y, de esta manera, los discentes aprendan y construyan de forma autónoma sus conocimientos con respecto al subtema de función afín y lineal, con el objetivo de realizar actividades de manera asincrónica y sincrónica así como de despejar dudas durante el acompañamiento.

Durante el acompañamiento de 40 minutos los estudiantes solicitaron refuerzo de algunas características de la función afín y lineal, en la pizarra Idroo se planteó dos ejercicios de ambas funciones para su resolución aplicando el análisis gráfico, algebraico, tabla de valores e identificación de las principales características (dominio y recorrido, tipo de función, intersecciones, crecimiento o decrecimiento, etc.).

Los estudiantes desde su dispositivo electrónico computador o celular visualizaron y desarrollaron los ejercicios en la pizarra Idroo, primero se dibujó la tabla de valores, los valores de “x” ingresaron a la función y en el análisis algebraico se determinó los valores en “y”, las coordenadas fueron graficadas en el plano cartesiano, después se utilizó el software geogebra para que los estudiantes vayan comparando con Idroo, en la hoja de cálculo se escribió los valores de “x” y para determinar los valores de “y” se escribió la f y se seleccionó la celda del primer valor (A2) luego se arrastró y automáticamente aparecen los valores de “y”, de esa manera también se comprueba si lo que se ha realizado en Idroo está correcto, además en GeoGebra los estudiantes observaron el comportamiento de las gráficas, los cambios en las variables, la monotonía, raíz e intersección.

Subtema: Función cuadrática y función a trozos

Los subtemas función cuadrática y a trozos se llevaron a efecto en la 2da Semana de la intervención (Del 26 al 30 de julio de 2021). En la herramienta classroom se subió los recursos como videos, tutoriales, enlaces de geogebra u otros link para que los estudiantes puedan acceder y de manera autónoma vayan construyendo sus conocimientos, realizando actividades online fuera del acompañamiento.

Los estudiantes durante el acompañamiento solicitaron refuerzo en cuanto al vértice, eje de simetría y ceros de la parábola, en la pizarra Idroo se planteó la función cuadrática y en conjunto con los estudiantes se empezó a resolver, de esa forma, ellos despejaron sus dudas.

Después en la herramienta geogebra en la vista algebraica en la barra de entrada se escribió la función $f(x) = x^2 - 2x - 3$ y automáticamente apareció la parábola en la vista gráfica y se identificó las partes de la parábola raíz, eje de simetría, intersección y vértice, el software geogebra ayudó a los estudiantes a tener una mayor apreciación y análisis de la gráfica de la función cuadrática.

En lo que respecta a la función a trozos, los discentes no tenían claro las condiciones de la variable x , y solicitaron refuerzo, se planteó un ejercicio y se indicó a los estudiantes que la expresión analítica depende de la condición de la variable independiente. Por ejemplo con respecto a la función:

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + 1, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

La primera se trata de una función afín y la condición es que los valores de x deben ser menores o iguales a 0, es decir, los números $0, -1, -2, -3, \dots, -\infty$.

En la segunda se trata de una función cuadrática y la condición es la siguiente: los valores de x deben ser mayores a 0, es decir, $1, 2, 3, \dots +\infty$.

Una vez identificados los valores de x se dibujó la tabla de valores, los valores de “ x ” ingresaron a la función correspondiente y en el análisis algebraico se determinó los valores en “ y ”.

Las coordenadas fueron graficadas en el plano cartesiano y, como se observa en la imagen, la función a trozos está formada por una función cuadrática y afín, después junto con los estudiantes se determinó el dominio y recorrido de ambas funciones.

Luego se planteó la siguiente actividad a los estudiantes: Graficar la función a trozos en GeoGebra, un estudiante compartió pantalla y paso a paso fue realizando el procedimiento en geogebra, así como sus principales características, sin duda el aprendizaje con esta herramienta fue más interactivo y significativo.

Subtemas: Función raíz cuadrada y potencia entera negativa $n=-1,-2$

Los subtemas se llevaron a efecto en la 3era semana de la intervención (Del 2 al 6 de agosto de 2021). En la herramienta classroom se subió recursos para que los estudiantes fuera del acompañamiento vayan reforzando sus conocimientos.

Durante el acompañamiento se solicitó a los estudiantes que realizaran la gráfica de las funciones raíz cuadrada y potencia entera negativa en GeoGebra, en lo que respecta a la función raíz cuadrada se indicó que una de las reglas es que no se puede asignar cualquier valor a “ x ” porque se está trabajando con raíz cuadrada, es decir, el radicando debe ser positivo. Por ejemplo: dada la función $f(x) = \sqrt{x + 1}$, $x \geq -1$.

Los estudiantes explicaron que los valores de x deben ser mayores o igual a -1 , es decir $-1, 0, 1, 2, 3, \dots +\infty$, después realizaron la gráfica en GeoGebra, establecieron los valores de x en la hoja de cálculo y seleccionaron la celda correspondiente y automáticamente aparecieron los valores de y , también determinaron una de las principales características de esta función como el dominio y recorrido.

Además, graficaron la función potencia entera negativa $n=-1, -2$, un estudiante compartió pantalla y en la barra de entrada de la vista algebraica insertó las funciones $f(x) = \frac{1}{x}$; $g(x) = \frac{1}{x^2}$, y en la hoja de cálculo escribió los valores de “ x ” y seleccionó la celda correspondiente para determinar los valores de “ y ” de ambas funciones, automáticamente aparecieron las gráficas que representan una hipérbola, mientras que otros estudiantes explicaban sus principales propiedades como dominio y recorrido, asíntotas, eje de simetría, crecimiento y decrecimiento.

En cada acompañamiento se reforzó y guió a los estudiantes para que puedan alcanzar y desarrollar las destrezas en base al tema de estudio función real.

Una vez reforzado el tema Funciones Reales se formaron 6 equipos de trabajo, cada uno tuvo los siguientes subtemas:

- Equipo 1: Función lineal y afin
- Equipo 2: Función cuadrática
- Equipo 3: Función a trozos
- Equipo 4: Función raíz cuadrada
- Equipo 5: Función potencia entera negativa $n=-1$
- Equipo 6: Función potencia entera negativa $n=-2$

En la exposición los estudiantes iban a demostrar lo aprendido durante las 3 semanas.

Subtema: Exposición de los estudiantes- aplicación del aula invertida.

La exposición se llevó a cabo durante la 4ta semana de la intervención (Del 9 al 13 de agosto de 2021). Los estudiantes explicaron la gráfica de las funciones reales, sus principales características como vértice, ceros, simetría, intersecciones con los ejes, analizaron el dominio, el recorrido, la monotonía, ceros, extremos y paridad, aplicando las TIC. Así mismo, por medio del uso de las herramientas Idroo y GeoGebra, desarrollaron los ejercicios aplicando el lenguaje algebraico, gráfico, explicación de las principales propiedades.

Se pudo evidenciar por medio de la exposición que los estudiantes alcanzaron y desarrollaron las destrezas establecidas en el currículo de matemática. Una vez finalizada la exposición de los equipos de trabajo se procedió a retroalimentar y reforzar ciertos temas y procedimientos.

En la siguiente clase se realizó una actividad dinámica con los estudiantes, se compartió un enlace quizizz para que los estudiantes respondan 4 preguntas acerca del tema funciones reales, antes de que los estudiantes empezaran, se explicó las reglas del juego, la recompensa por ejemplo el primer lugar era acreedor a 5 puntos en un taller de matemática.

Durante un mes se llevó a efecto la metodología del aula invertida basada en el uso de herramientas virtuales, en la que los estudiantes, fuera del acompañamiento, construyeron sus conocimientos de manera autónoma con los recursos proporcionados por el docente y, durante el acompañamiento, despejaron sus dudas y realizaron actividades en GeoGebra y Quizizz.

En la última semana los educandos tuvieron un rol mucho más protagónico, ya que ellos por medio de exposiciones explicaron subtemas de las funciones reales utilizando las TIC.

3.4. ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL TEST FINAL

Pregunta # 1 Seleccione la gráfica que representa una función Biyectiva

Tabla 24.
Función Biyectiva

Alternativas	Frecuencia	%
$f(x) = 4x + 2$	36	90%
$g(x) = x $	0	0%
$h(x) = x^3 - 2x + 1$	2	5%
$i(x) = -x^2 + 3$	2	5%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

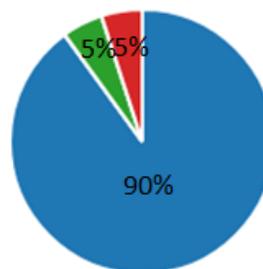
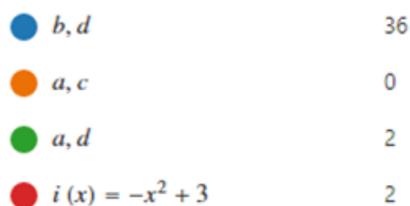


Figura 69. Función Biyectiva

Elaborado por: Autor

El 90 % de los estudiantes respondió esta pregunta de manera correcta indicando la gráfica que representa una función biyectiva (función afín), el 10 %, que corresponde a 4 estudiantes, respondió de manera incorrecta, estos resultados demuestran que la mayoría de los estudiantes alcanzaron y desarrollaron la destreza para reconocer funciones biyectivas por medio de la expresión algebraica y gráfica.

Pregunta # 2 ¿Cuáles de las siguientes funciones son inyectivas?

Tabla 25.
Función Inyectiva

Alternativas	Frecuencia	%
$f(x) = 5x^2 - 2$	3	4%
$g(x) = \sqrt{x - 3}$	32	44%
$h(x) = -2x + 3$	35	48%
$i(x) = x + 4 $	3	4%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

● $f(x) = 5x^2 - 2$	3	
● $g(x) = \sqrt{x - 3}$	32	✓
● $h(x) = -2x + 3$	35	✓
● $i(x) = x + 4 $	3	

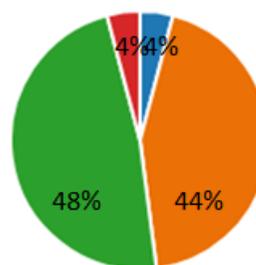


Figura 70. Función Inyectiva

Elaborado por: Autor

De acuerdo a la pregunta # 2, los estudiantes tenían que seleccionar 2 respuestas válidas con respecto a la función inyectiva. El 75 %, que corresponde a 30 estudiantes, seleccionó de manera correcta las funciones inyectivas (función raíz cuadrada y afin) y el 25%, que corresponde a 10 estudiantes, estos resultados demuestran que la mayoría de los estudiantes alcanzaron y desarrollaron la destreza para reconocer funciones inyectivas a través de la expresión algebraica.

Pregunta # 3 Determine el dominio y recorrido de la función $f(x) = 3x^2 - 4$

Tabla 26.
Dominio y recorrido

Alternativas	Frecuencia	%
$Dom(f) = R; Rec(f) = (-4, +\infty)$	7	17%
$Dom(f) = R; Rec(f) = [-\infty, 4]$	3	8%
$Dom(f) = R; Rec(f) = [-4, +\infty]$	2	5%
$Dom(f) = R; Rec(f) = [-4, \infty)$	28	70%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

- $Dom(f) = R; Rec(f) = (-4, 7$
- $Dom(f) = R; Rec(f) = [-\infty 3$
- $Dom(f) = [-2, 2]; Rec(f) : 2$
- $Dom(f) = R; Rec(f) = [-4, 28 \checkmark$

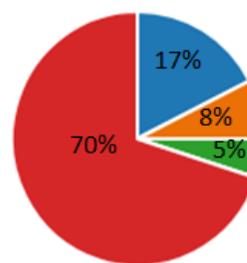


Figura 71. Dominio y recorrido

Elaborado por: Autor

Se puede observar que el 70%, que representa a 28 estudiantes, respondió de manera correcta en cuanto al dominio y recorrido de la función cuadrática $f(x) = 3x^2 - 4$, sin embargo, 30%, representado por 12 estudiantes, respondió incorrectamente. En base a los resultados obtenidos la mayoría de los estudiantes alcanzaron y desarrollaron la destreza para el análisis y determinación del dominio y recorrido de funciones reales.

Pregunta # 4 Una función afín es aquella cuya expresión algebraica es de la forma $y = mx + b(m \neq 0)$

Tabla 27.
Función Afín

Alternativas	Frecuencia	%
Verdadero	38	95%
Falso	2	5%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

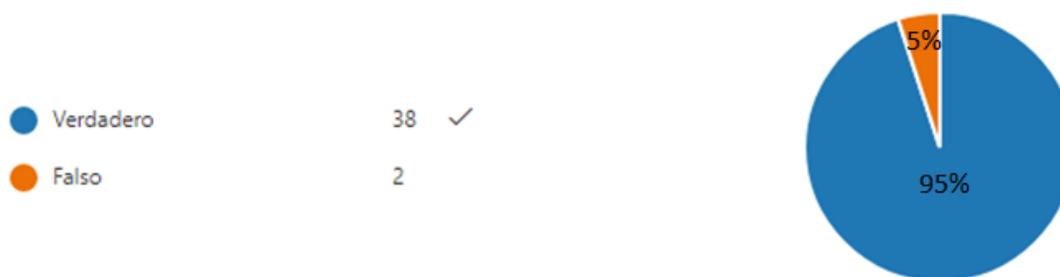


Figura 72. Función afín

Elaborado por: Autor

De acuerdo a los resultados obtenidos se puede observar que el 95% de los estudiantes con respecto a la pregunta “una función afín es aquella que tiene la forma $y=mx+b$ ”, indicó correctamente que es verdadero, mientras que el 5% manifestó incorrectamente que es falso. La mayoría de los estudiantes de 2do año de Contabilidad han desarrollado la destreza del reconocimiento de la forma algebraica de la función afín.

Pregunta # 5 Una función lineal es aquella cuya expresión algebraica es de la forma $y = mx$ ($m \neq 0$)

Tabla 28.
Función lineal

Alternativas	Frecuencia	%
Verdadero	36	90%
Falso	4	10%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

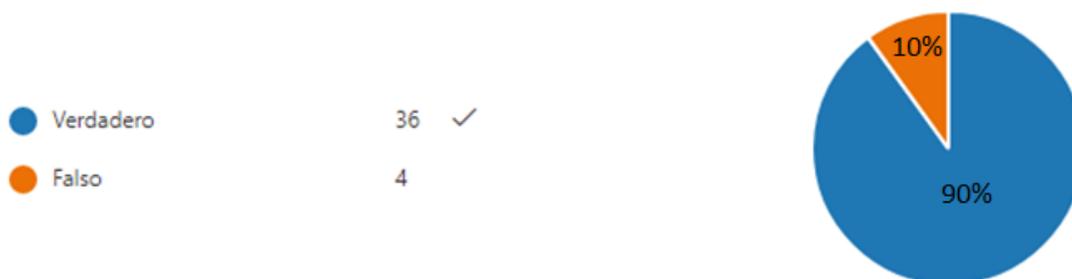


Figura 73. Función lineal

Elaborado por: Autor

De acuerdo a los resultados obtenidos se puede observar que el 90% de los estudiantes con respecto a la pregunta “una función lineal es aquella que tiene la forma $y=mx$ ”, indicó correctamente que es verdadero, mientras que el 10% manifestó incorrectamente que es falso. La mayoría de los estudiantes de 2do año de Contabilidad ha desarrollado la destreza del reconocimiento de la forma algebraica de la función lineal.

Pregunta # 6 ¿Cuál es el vértice de la función cuadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$?

Tabla 29.
Vértice de la función cuadrática

Alternativas	Frecuencia	%
(1, -4)	34	85%
(-2, 3)	2	5%
(1, 4)	2	5%
(-1, 4)	2	5%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

● (1, -4)	34	✓
● (-2, 3)	2	
● (1, 4)	2	
● (-1, 4)	2	

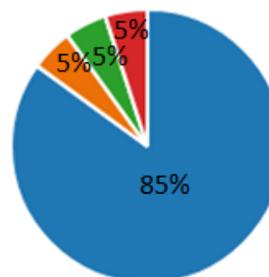


Figura 74. Vértice de la función cuadrática

Elaborado por: Autor

De acuerdo a los resultados obtenidos se puede observar que el 85% de los estudiantes seleccionó correctamente el vértice de la función cuadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$ y el 15% escogió una opción incorrecta, estos resultados demuestran que cuando el docente utiliza una metodología innovadora como el aula invertida más el uso de GeoGebra y Quizizz en la enseñanza y aprendizaje de las funciones reales, contribuye de manera significativa en el aprendizaje de los estudiantes, la mayoría resolvió correctamente y determinó las principales características como el vértice de la función cuadrática.

Pregunta # 7 Las intersecciones con el eje “x” y con el eje “y” de la función cuadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$ son:

Tabla 30.
Intersecciones con ejes

Alternativas	Frecuencia	%
$x = (1, 0); (3, 0) y = (0, 4)$	1	2,5%
$x = (-1, 0); (3, 0) y = (0, -3)$	35	87,5%
$x = (-1, 0); (0, 3) y = (0, 3)$	4	10%
$x = (-1, 0); (0, 3) y = (3, 0)$	0	0%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación
Elaborado por: Autor

- $x = (1, 0), (3, 0) \quad y = (0, 4)$
- $x = (-1, 0), (3, 0) \quad y = (0, -3) \quad \checkmark$
- $x = (-1, 0), (0, 3) \quad y = (0, 3)$
- $x = (-1, 0), (0, 3) \quad y = (3, 0)$

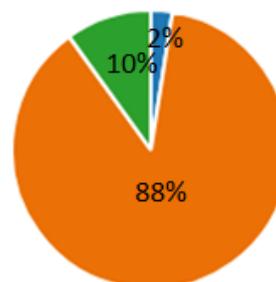


Figura 75. Intersecciones con los ejes

Elaborado por: Autor

El 88% de los estudiantes seleccionó correctamente las intersecciones con el eje “x” e “y” de la función cuadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$ y el 12% respondió incorrectamente. La mayoría de los estudiantes ha logrado determinar las principales características como las intersecciones con los ejes de la función cuadrática.

Pregunta # 8 ¿Cuál de las gráficas representa una función raíz cuadrada?

Tabla 31.
Función raíz cuadrada

Alternativas	Frecuencia	%
$f(x) = 2^x$	4	10%
$g(x) = 3x^3$	2	5%
$h(x) = \log_2 x$	2	5%
$i(x) = \sqrt{x}$	32	80%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación

Elaborado por: Autor

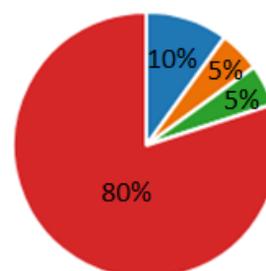
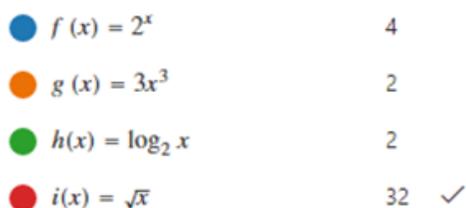


Figura 76. Función raíz cuadrada

Elaborado por: Autor

Se puede observar que el 80% de los estudiantes respondió correctamente esta pregunta con respecto a la gráfica que representa una función raíz cuadrada, el 20% no logró identificar esta función por medio de la gráfica y la expresión algebraica. Los resultados obtenidos en el test demuestran que la mayoría de los estudiantes ha desarrollado la destreza de reconocimiento de las funciones.

Pregunta # 9 ¿Qué es una función?

Tabla 32.
Función

Alternativas	Frecuencia	%
Una función es una relación de dependencia entre dos conjuntos, A y B en la que a cada elemento x del conjunto A le corresponde, a lo sumo, un único elemento y del conjunto B.	35	87,5%
Una función es una relación de dependencia entre dos conjuntos, A y B en la que a cada elemento x del conjunto A le corresponde más de dos elementos y del conjunto B.	4	10%
Una función es una relación de independencia entre dos conjuntos, A y B en la que a cada elemento x del conjunto A le corresponde más de dos elementos y del conjunto B.	1	2,5%
Una función es una relación de independencia entre dos conjuntos, A y B en la que a cada elemento y del conjunto A le corresponde más de dos elemento x del conjunto B.	0	0%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación
Elaborado por: Autor

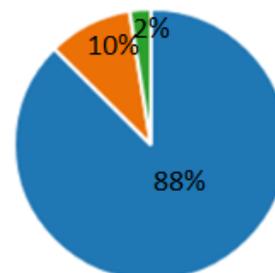
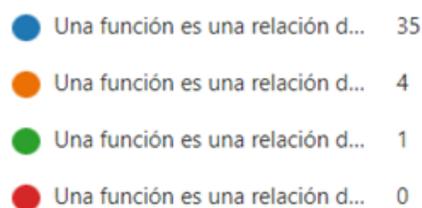


Figura 77. Función

Elaborado por: Autor

De acuerdo a los resultados obtenidos se puede observar que el 88% de los estudiantes identificó correctamente la definición de función que es una relación de dependencia entre dos conjuntos, A y B en la que a cada elemento x del conjunto A le corresponde, a lo sumo, un único elemento y del conjunto B, mientras que el 12% respondió incorrectamente.

Pregunta # 10 Evalúa la regla de correspondencia al reemplazar $x=-4$; $x=2$ en la función cúbica $f(x) = -x^3 + 2x - 1$

Tabla 33.
Regla de correspondencia

Alternativas	Frecuencia	%
$x_1 = -20$; $x_2 = 5$	2	5%
$x_1 = 55$; $x_2 = -11$	4	10%
$x_1 = -64$; $x_2 = -5$	4	10%
$x_1 = 55$; $x_2 = -5$	30	75%
Total	40	100%

Fuente: Datos de la investigación
Elaborado por: Autor

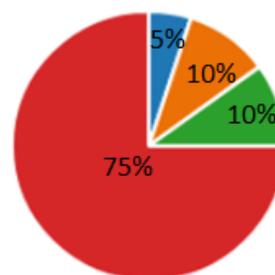
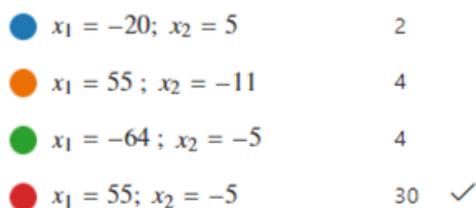


Figura 78. Regla de correspondencia

Elaborado por: Autor

El 75% de los estudiantes, al reemplazar los valores de x en la función cúbica, resuelve correctamente y determina los valores de x , mientras que el 25% no realiza los cálculos de manera correcta. Se puede deducir que la mayoría de los estudiantes han desarrollado la destreza del análisis algebraico.

3.5. COMPARACIÓN DEL TEST INICIAL Y EL TEST FINAL

En la pregunta # 1 acerca de la selección de la gráfica que representa una función Biyectiva el 56% de los estudiantes respondió correctamente en el test inicial, a diferencia del test final donde hubo un incremento del 34%, es decir, el 90% de los estudiantes seleccionó la respuesta correcta. Estos resultados demuestran que la mayoría de los estudiantes alcanzó y desarrolló la destreza para reconocer funciones biyectivas por medio de la expresión algebraica y gráfica.

Según la pregunta # 2 sobre la identificación de las funciones inyectivas, el 11% de los alumnos respondió acertadamente en el test inicial, mientras que en el final este porcentaje se incrementó en un 64%, es decir, el 75% de los discentes logró desarrollar la destreza para reconocer funciones inyectivas a través de la expresión algebraica.

En la pregunta # 3 acerca del dominio y recorrido de la función cuadrática, el 25% de los estudiantes respondió apropiadamente en el test inicial, mientras que en el test final se logró el 70%, lo que representa una mejoría del 45%, es decir, la mayoría de los estudiantes mejoró sus conocimientos y destrezas con respecto al análisis y determinación del dominio y recorrido de funciones reales.

Con respecto a la pregunta # 4 acerca del reconocimiento de la expresión algebraica de una función afín, el 49% de los educandos indicó la respuesta acertada en el test inicial, mientras que el 95% respondió correctamente en el test final, es decir, hubo una mejoría del 46%, en donde se evidencia que la mayoría de los estudiantes ha logrado reconocer una función afín por medio de sus características.

De acuerdo a la pregunta # 5 acerca del reconocimiento de la expresión algebraica de una función lineal, el 53% de los estudiantes seleccionó la respuesta correcta en el test inicial, mientras que el 90% registró correctamente la respuesta en el test final. La

aplicación del aula invertida y el uso de GeoGebra y Quizizz ayudó a que se incrementara el porcentaje de estudiantes que adquirieron la destreza del reconocimiento de la forma algebraica de la función lineal.

En la pregunta # 6 acerca de la determinación del vértice de la función cuadrática, el 45% de los estudiantes respondió correctamente en el test inicial, mientras que en el test final hubo un aumento del 40%, es decir, el 85% de los evaluados fortaleció sus conocimientos en base a las principales características como el vértice de la función cuadrática.

En la pregunta # 7 acerca de las intersecciones con el eje “x” y con el eje “y” de la función cuadrática, el 43% de los estudiantes respondió de manera acertada en el test inicial, mientras que en el test final hubo un incremento del 45%, es decir, el 88% que representa la mayoría de los alumnos logró determinar las intersecciones de la función cuadrática.

Con respecto a la pregunta # 8 acerca de la identificación de las gráficas de las funciones, el 35% de los estudiantes respondió correctamente en el test inicial, mientras que en el test final el 80% de los educandos seleccionó de manera correcta, es decir, hubo un aumento del 45%, esto significa que los estudiantes han logrado reconocer funciones por medio de gráficas.

En la pregunta # 9 acerca de la definición de función, el 45% de los estudiantes, antes de la intervención del aula invertida y el uso de las herramientas Geogebra y Quizizz, respondió correctamente y después de la intervención, el 88% respondió de manera correcta, esto quiere decir que la aplicación de dichas herramientas contribuyó con el incremento del porcentaje de estudiantes que tienen claro el concepto de función.

En la pregunta # 10 acerca de la evaluación de la regla de correspondencia de la función cúbica, el 45% de los estudiantes respondió correctamente en el test inicial,

mientras que en el test final el 75% seleccionó la respuesta correcta, es decir, hubo un incremento del 30%, demostrando que la mayoría de los estudiantes ha logrado realizar correctamente los cálculos algebraicos.

En base a lo expuesto anteriormente, la aplicación de una metodología innovadora como el aula invertida mediada con el uso de las herramientas didácticas virtuales GeoGebra y Quizizz ha contribuido de forma significativa a que la mayoría de los estudiantes de 2do año de Contabilidad logren desarrollar destrezas fundamentales para el aprendizaje de las funciones reales como graficar y analizar el dominio, el recorrido, la monotonía, ceros, extremos, vértice, intersecciones y paridad de las funciones reales.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones:

- De acuerdo a las bases teóricas analizadas en la presente investigación, existen algunas metodologías activas que en conjunto con las TIC ayudan a desarrollar un proceso de enseñanza aprendizaje óptimo, en donde el estudiante es el protagonista y constructor de su aprendizaje, siendo el docente quien guía los procesos y facilita el uso de las herramientas para que el estudiante desarrolle competencias y habilidades matemáticas, sin embargo, se ha evidenciado en la práctica docente y en la investigación que muchas veces esto no se lleva a cabo; más bien se encontró aspectos negativos como la metodología y la dificultad de los estudiantes con ciertos contenidos tal como en la década de los 70, donde profesores de matemática como Chevarrard, Vergnaud, Brousseau, vieron la necesidad de plantear algunas teorías didácticas para mejorar la enseñanza de la matemática.
- El estudio permitió diagnosticar la metodología que emplea el docente durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, concluyendo que ésta es la clave para que los estudiantes puedan comprender conceptos o problemas matemáticos y tengan la capacidad de aplicarlos en la vida cotidiana. Según los resultados de la encuesta los docentes utilizan las clases magistrales, el ABP (por proyectos o problemas), método inductivo y el aula invertida en su enseñanza, elementos que han influido en el aprendizaje de matemática de los educandos, información que pudo ser corroborada con los resultados del test inicial, los mismos que determinan que el 59% de los estudiantes tiene dificultad en las funciones reales.

- Esta investigación permitió conocer las características y beneficios que brinda la metodología del aula invertida dentro del proceso enseñanza aprendizaje de las funciones reales, creando un ambiente innovador e interactivo por medio del uso de las TIC, a diferencia de la metodología tradicional, cuyo ambiente de aprendizaje es rígido y monótono. El aula invertida mostró a los estudiantes una nueva forma de aprender las funciones reales, por medio de recursos facilitados por el docente como el software GeoGebra que ayudó a los estudiantes a construir gráficos, permitiendo la manipulación dinámica de los mismos, y generando un mejor entendimiento de las propiedades de las funciones reales, este conocimiento previo permite que, durante la clase, los educandos tengan un rol más participativo y el docente se encargue de guiar y retroalimentar, sin duda alguna, esta metodología acompañada de las TIC favorece el aprendizaje de los estudiantes.
- El análisis de los resultados obtenidos en el test inicial y final, así como las actividades desarrolladas durante un mes en la intervención, a través de la metodología del aula invertida y el uso de las TIC (GeoGebra y Quizizz), permiten concluir que antes de la intervención, en el primer test, el 59% de los educandos tenía dificultad en el reconocimiento de las funciones, dominio y recorrido, características de la función cuadrática (vértice y raíces), etc., después de aplicar la intervención, se pudo evidenciar en la exposición así como también en la prueba final que el 84% mejoró sus conocimientos, esto indica, en términos generales, que la mayoría de los estudiantes alcanzó y desarrolló destrezas imprescindibles de las funciones reales, por lo tanto, la estrategia de la metodología del aula invertida incidió positivamente en el aprendizaje de los estudiantes.

Recomendaciones:

El estudio de la presente investigación permite recomendar lo siguiente:

- Investigación de metodología pedagógica innovadora y participativa. El docente dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de matemática debe explorar métodos pedagógicos innovadores que permita al estudiante tener un rol más protagónico y participativo, ya que hoy en día enseñar y aprender matemáticas no basta con solo utilizar los recursos convencionales, se requiere de metodologías activas y herramientas tecnológicas que ayuden al estudiante a desarrollar su capacidad analítica, lógica y crítica que le permitirá desenvolverse en la sociedad.
- Análisis y aplicación óptima de contenidos curriculares, metodologías y estrategias didácticas. El docente debe considerar y reflexionar sobre los contenidos curriculares, metodologías y estrategias didácticas que emplea durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones reales con el objetivo de replantear su práctica docente en métodos de enseñanza como el aula invertida con el fin de mejorar su proceso pedagógico y contribuir en el aprendizaje autónomo de los estudiantes dentro y fuera del aula de clase, también es necesario que los docentes se capaciten continuamente en el uso de las herramientas tecnológicas para que pueda guiar y orientar a los discentes.
- Aplicación de la metodología del aula invertida y el uso de las herramientas didácticas virtuales Geogebra y Quizizz. El docente debe aprovechar la metodología del aula invertida y el uso de las herramientas didácticas virtuales Geogebra y Quizizz en la enseñanza y aprendizaje de las funciones reales, ya que estos métodos activos ayudan al estudiante a fortalecer sus conocimientos y fomentan el aprendizaje colaborativo y participativo del educando.

- Análisis de los resultados antes y después de la intervención. El docente debe reflexionar en base a los resultados obtenidos con el fin de implementar intervenciones similares que ayuden a los estudiantes a seguir mejorando su rendimiento en el área de matemática.

BIBLIOGRAFÍA

Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2018). *Resultado de PISA para el desarrollo*. Quito.

Aguado Franco, J. C., & Macías Guillén, A. (2018). *Utilización de la aplicación Edpuzzle, como instrumento para aportar feedback, y su contribución al Flipped Classroom para la docencia en economía de la empresa*. España.

Alvarado, A., Jiménez, B., Worosz, B., & Vichot, B. (2018). El proceso enseñanza aprendizaje en los estudios lingüísticos. *Dialnet*, 610-623.

Andrade, M. S. (2009). *¿Qué es enseñar y qué es aprender?* Quito, Ecuador: Grupo Santillana S.A.

Antequera, A. T. (2013). *Khan Academy: Una Experiencia de Aula en Secundaria*. España.

Arias, F. (2012). *El Proyecto de Investigación. Introducción a la Metodología Científica*. . Venezuela: EPISTEME, C.A.

Barriga, F. D., & Hernández, G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista*. México: McGraw-Hill Interamericana.

Beatriz Zempoalteca Durán, J. F. (2019). *Formación en TIC y competencia digital en la docencia en instituciones públicas de educación superior*. Guadalajara: Universidad de Guadalajara, Sistema de Universidad Virtual.

Bergman, J., & Sams, A. (2012). *Flip your classroom*. Estados Unidos.

Brousseau, G. (1972). *Iniciación al estudio de la teoría de situaciones didácticas*. Argentina: Zorzal.

Butcher, N. K.-T. (2015). *Guía básica de recursos educativos abiertos (REA)*. París, Francia: UNESCO Publishing.

Butcher, N., Kanwar, A., & Uvalic, S. (2015). *Guía Básica de Recursos Educativos Abiertos*. París, Francia: UNESCO.

Camarena, P. (2017). *Didáctica de la matemática en contexto*. México.

- Carrillo de Albornoz Torres, A. (2009). *Geogebra*. RA-MA S.A. Editorial y Publicaciones.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Argentina.
- Constitución del Ecuador. (2008). Quito: Registro Oficial 449 de 20-oct-2008.
- Contreras, F. (2012). La evolución de la didáctica de la matemática. *Dialnet* , 20-25.
- Córdoba Gómez, F. J., & Espinosa Cardeño, J. (2013). *Desarrollo y uso didáctico de Geogebra*. Medellín: Instituto Tecnológico Metropolitano.
- Cotic, N. (2014). *GeoGebra como puente para aprender matemática*. Buenos Aires: Congreso Iberoamericano.
- Domínguez, J. B. (2015,). *MANUAL DE METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA*. Trujillo, Perú: Editora Gráfica Real S. A. C.
- Educación, M. d. (2018). *Instructivo de proyectos escolares*. Quito.
- Educación, M. d. (2016). *Matemática 2 BGU*. Quito: Don Bosco.
- EDUTEKA. (2001). *EDUTEKA*. Recuperado el DOMINGO de MAYO de 2021, de <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/quienes>
- Fernando Rodríguez, R. S. (2015). *Gamificación: Cómo motivar a tu alumnado y mejorar el clima en el aula*. Barcelona: OCEANO S.L.U.
- Flipped Learning Network. (2012). *Flip Learning*. Recuperado el Lunes de Julio de 2021, de <https://translate.google.es/translate?hl=es-419&sl=en&u=https://flippedlearning.org/&prev=search&pto=aue>
- Floriani, P. (2020). *Matemáticas I -1º Bacharelato Científico-Tecnológico*. México.
- García, G. (2020). *Temas de introducción a la formación pedagógica*. Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- García, J. C. (1 de Noviembre de 2007). *Eduteka*. Recuperado el Lunes de Mayo de 2021, de <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/OER>

Gómez, J. (2008). *Uso de las tecnologías de información y comunicación en los procesos de enseñanza de la Educación Básica primaria*. México.

González, F. (2020). *Batiburrillo*. Recuperado el Julio de 2021, de <https://www.batiburrillo.net/idroo-pizarra-educativa-en-linea/>

Guaypatín, O. (2011). *UTILIZACIÓN DE RECURSOS TECNOLÓGICOS EN EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DEL BÁSICO COMÚN DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI*. Ambato-Ecuador.

Guzmán, T. (2008). *Las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la Universidad Autónoma de Querétaro: Propuesta Estratégica para su integración*. Querétaro-México.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. d. (2010). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.

Herrera, J. E. (2014). *Enseñanza de la matemática*. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo.

Instituto Nacional de Estadística y Censos . (2021). *Indicadores de teconología de la información y comunicación*. Ecuador.

Instituto Nacional de formación docente. (2020). *Enriquecer videos con contenidos propios a través de edpuzzle*.

Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF) . (2016). *INDICADORES DEL USO DE LAS TIC EN ESPAÑA Y EN EUROPA* . España.

Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF). (2017). *Una breve historia de las TIC Educativas en España*. España.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2018). *LA EDUCACIÓN OBLIGATORIA EN MÉXICO*. México: Progreso, S.A. de C.V. (IEPSA).

Institutos de Ciencias Matemáticas. (2006). *Fundamentos de Matemática para bachillerato*. Guayaquil: ICM-ESPOL.

INTE, S. d. (2014). *Flipped Classroom*. Formación en Red.

- JW.ORG. (2003). JW.ORG. *Despertad* .
- Ley Orgánica de Educación Intercultural. (2011). Quito: Segundo Suplemento del Registro Oficial No. 417.
- Maldonado, J. E. (2018). *Metodología de la investigación social: Paradigmas: cuantitativo, sociocrítico, cualitativo, complementario*. Bogotá: Ediciones de la U.
- Marcilla, C. (2012). *Las TIC en la didáctica de las matemáticas*. España.
- Marqués, G. P. (2001). *LA ENSEÑANZA. BUENAS PRÁCTICAS. LA MOTIVACIÓN*. Departamento de Pedagogía Aplicada, Facultad de Educación.
- Martí, J., Heydrich, M., & Rojas, M. (2010). Aprendizaje basado en proyectos: una experiencia de innovación docente. *Revista Universidad EAFIT* , 12.
- Medina, L. (2012). *Aprender y educar con las tecnologías del siglo XXI*. Colombia: Colombia Digital.
- Ministerio de Educación . (2016). *Instrutivo metodológico* . Quito.
- Ministerio de Educación. (2016). *Curriculo de matemática de EGB y BGU*. Quito.
- Ministerio de Educación. (2016). *Currículo de matemática EGB y Bachillerato*. Quito.
- Ministerio de Educación. (2018). *Matemática*. Quito: Don Bosco.
- Ministerio de Educación. (2016). *Mecapacito*. Recuperado el Domingo de Mayo de 2021, de <https://mecapacito.educacion.gob.ec/>
- Moreno, M. L. (Julio de 2014). *nubemia tu academia en la nube*. Recuperado el Martes de Mayo de 2021, de <https://www.nubemia.com/aula-invertida-otra-forma-de-aprender/#:~:text=El%20modelo%20de%20aula%20invertida,la%20informaci%C3%B3n%20de%20otra%20manera>
- OCDE. (2020). *Aprovechar al máximo la tecnología para el aprendizaje y la formación en América Latina*.
- Olmo, E. J. (2016). *Uso de la calculadora gráfica en línea desmos*. Madrid.

Ortega, F. (2014). *Desarrollo de un manual digital de la asignatura sistema operativo ubuntu para el 8vo de educación básica de la unidad educativa mejía*", utilizando herramientas de libre distribución. Quito-Ecuador.

PARRA, J. F. (2014). *CREATIVIDAD Y TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN*. MEDELLÍN- COLOMBIA.

Perez, D. H. (2020). *GeoGebra*. Recuperado el Martes de Julio de 2021, de <https://www.geogebra.org/m/kwxz4d4c>

Pérez, M. (2006). *Desarrollo de los Adolescentes IV Procesos Cognitivos Antología de lecturas* . México.

PHET Colorado. (2002). *Phet Interactive Simulations*. Recuperado el Julio de 2021, de <https://phet.colorado.edu/es/>

Prieto Martín, A. (2017). *Flipped learning: Aplicar el Modelo de Aprendizaje Inverso*. Madrid: Narcea Ediciones.

Profuturo. (2014). *Monográfico Aprendizaje Basado en Problemas (PBL)*. Ecuador.

Ramírez Montoya, M. S., & Vladimir Burgo, J. (2011). *Transformando Ambientes de Aprendizaje en la Educación Básica con Recursos Educativos Abiertos*. México: Lulu.com.

Rodríguez, A. R. (2018). *CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL CONTEXTUALIZADO A PROCESOS VIVENCIALES*. Ecuador: UNESUM.

Roig-Vila, R. (2018). *El compromiso académico y social a través de la investigación e innovación educativas en la Enseñanza Superior*. Barcelona: OCTAEDRO, S.L.

Rozo, O. P., & Pérez, V. D. (2014). Didáctica de las matemáticas y Tecnologías de la información y comunicación. *Educación y Desarrollo Social* , 60-81.

Saavedra, D. (2020). Creación de Cuestionarios con Microsoft Forms. *Repositorio Centroamericano SIIDCA* .

Salett Biembengut, M. (2004). *Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática*. México: Santillana.

- Sánchez, M. d. (2014). *Metodologías activas y aprendizaje por descubrimiento. Las TIC y la educación*. Marpadal Interactive.
- Santa María, J. (2020). *La Calculadora Online Desmos y el Logro de las Competencias Matemáticas de los Sistemas de Ecuaciones Lineales de Dos Variables*. Perú.
- Sarmento. (2013). Secuencia Didáctica sobre el metabolismo energético.
- Serna, H., & Díaz, A. (2013). *Metodologías activas de aprendizaje*. Colombia: FUNDACIÓN UNIVERSITARIA MARÍA CANO .
- Soriano, R. R. (1988). *Investigacion social: teoría y praxis*. México: Plaza y Valdes.
- Trujillo, J. C. (2017). *Funciones*. Quito.
- U.S. Department of Education. (2017). *Reimagining the Role of Technology in Education*. Estados Unidos.
- UNESCO. (2019). *Marco de competencias de los docentes en materia de TIC elaborado por la UNESCO*. Francia: UNESCO.
- UNIR. (2020). La gamificación en el aula: qué es y cómo aplicarla. *UNIR* .
- Urquizo Alcivar, A. M. (2014). *Importancia de las estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del razonamiento matemático en estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa, "Santa Mariana de Jesús"*. Riobamba - Ecuador.
- Vallejo, M., Ayala, L., & Orduz, R. (2012). *Aprender y educar con las tecnologías de siglo XXI*. Colombia: Colombia digital.
- VEGA, D. C. (2017). *PLATAFORMA EDUCATIVA KHAN ACADEMY Y SU APORTE AL APRENDIZAJE AUTÓNOMO*. Babahoyo Ecuador.
- Vergnaud, G. (1994). *Teoría de los campos conceptuales*. Francia.
- Viloria, N., & Godoy, G. (2010). Planificación de estrategias didácticas para el mejoramiento de las competencias matemáticas de sexto grado. *Investigación y Postgrado* , 95-116.

ANEXOS

Anexo 1 Encuesta para docentes

Objetivo: Analizar la importancia de la metodología del aula invertida basada en TIC para mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje de las funciones reales, mediante, la aplicación de técnicas de recopilación de información.

Instrucciones: Estimado docente, a continuación se presenta una encuesta, la misma que debe ser llenada de manera honesta y en base a su práctica docente.

Datos informativos:

Nombres completos:	
Edad:	
Nivel de enseñanza:	
Correo Electrónico:	

Responder las siguientes preguntas:

1. ¿Qué tipo de recursos educativos utiliza para enseñar matemática?

DETALLE	SI <input checked="" type="checkbox"/>	NO <input checked="" type="checkbox"/>
Material impreso (Libros de texto, fichas pedagógicas)		
Material multimedia (Videos, audios, diapositivas)		
Herramientas virtuales		
Ninguno		

2. ¿Cuál es su nivel de formación en TIC?

Alto	
Medio	
Bajo	
Nulo	

3. ¿Qué metodología utiliza en el proceso enseñanza aprendizaje?

Clases magistrales	
ABP (Aprendizaje basada en proyecto)	
ABP (Aprendizaje basado en problema)	
Aula invertida	
Método inductivo	
Otro	

4. ¿Considera usted que la metodología aplicada influye en el rendimiento académico de los estudiantes?

Totalmente de acuerdo	
De acuerdo	
Indiferente	
Desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	

5. ¿Conoce usted acerca de la metodología Flipped Classroom o Clase Inversa?

Si	
No	

6. ¿Conoce usted acerca de las herramientas educativas GeoGebra y Quizizz?

Herramientas	Si	No
GeoGebra		
Quizizz		

7. ¿Con que frecuencia aplica las herramientas GeoGebra y Quizizz en la enseñanza y aprendizaje de matemática?

Siempre	
Muy poco	
Poco	
Nada	

8. ¿Considera usted que con la aplicación del modelo de aula invertida y el uso de las herramientas GeoGebra y Quizizz, ayudará a desarrollar las competencias matemáticas?

Si	
No	

9. ¿Le gustaría aplicar un nuevo modelo innovador “Clase Inversa” conjuntamente con la utilización de recursos educativos abiertos para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje?

Si	
No	

10. De acuerdo con el bloque de funciones reales, que tema considera usted desde su práctica docente que los estudiantes tienen mayor dificultad.

Categorías	
Gráfica de funciones	
Tipos de funciones	
Dominio y recorrido	
Asíntotas de la gráfica de una función	
Función lineal	
Función cuadrática	
Función Polinomial	
Función exponencial	
Función logarítmica	

Anexo 2 Cuestionario de entrevista a las autoridades

Objetivo: Analizar la importancia de las herramientas didácticas virtuales en la metodología del proceso enseñanza-aprendizaje, mediante, la aplicación de técnicas de recopilación de información, para el desarrollo de las competencias matemáticas.

1. ¿Considera usted que la aplicación de herramientas didácticas virtuales mejorará el proceso de enseñanza aprendizaje de matemática?

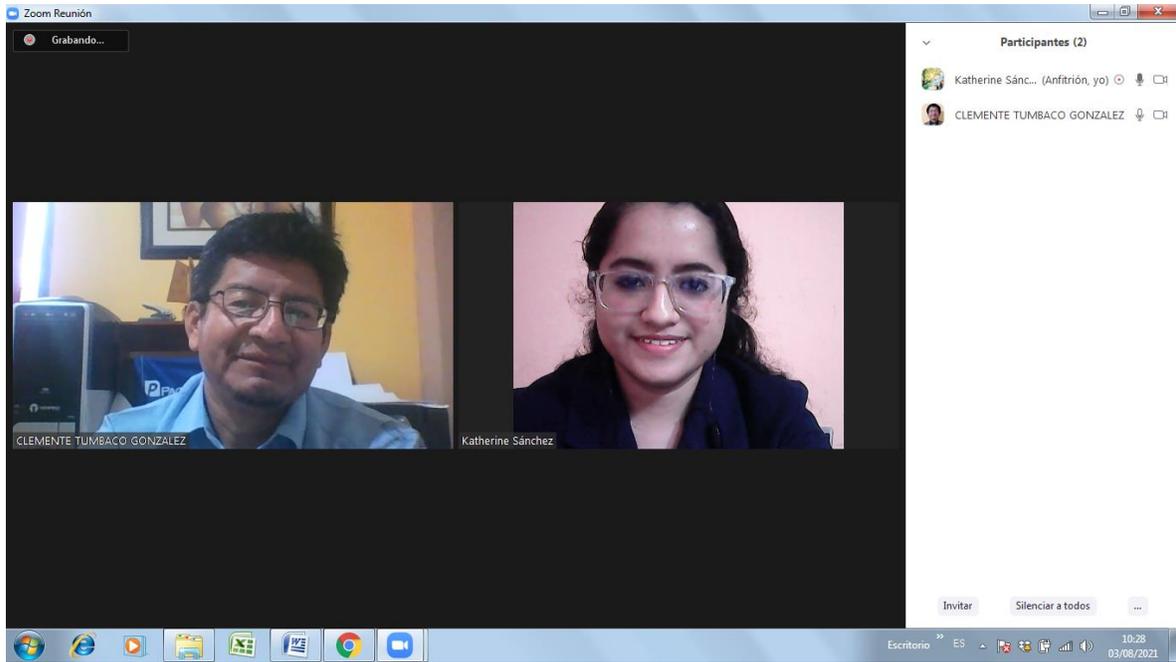
2. ¿Qué metodologías de enseñanza aplican los docentes de matemática en las clases?

3. ¿Conoce usted acerca de la metodología de aula invertida?

4. ¿Considera usted que la aplicación de la metodología de aula invertida mediada por las TIC, mejorará el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemática?

Gracias por su colaboración

Anexo 3 Entrevista a las autoridades



Anexo 4 Intervención

Recursos en Classroom

Saludos comparto link de la función a trozos en GeoGebra Clásico, para que practiquen.

 **Función a trozos - GeoGe...**
<https://www.geogebra.org/cla...>

Añadir un comentario de clase...

Katherine Sánchez ha publicado una nueva tarea: SEMANA 11_ FUNCIONES REALES (AFÍN Y LI...
 23 jul

Katherine Sánchez
 23 jul

Saludos, comparto link de las función afín y lineal en GeoGebra.

 **Función Afín y lineal - Geo...**
<https://www.geogebra.org/cla...>

Anexo 5 Función afín y lineal en Idroo

Idroo.com/boards-uCmPDM7Wkx

FUNCION AFÍN Y FUNCION LINEAL

FUNCION AFÍN

$$y = mx + b$$

↑
Pendiente

← Ordenada en el origen

FUNCION LINEAL

$$y = mx$$

↑
Pendiente

EJEMPLO:

Dada la función $f(x) = 2x + 1$, realiza el análisis algebraico, gráfico, tabla de valores y determina sus principales características.

x	y			
-2	-3	$f(x) = 2x + 1$	$f(x) = 2x + 1$	$f(x) = 2x + 1$
-1	-1	$y = 2x + 1$	$y = 2x + 1$	$y = 2x + 1$
0	1	$y = 2(-2) + 1$	$y = 2(-1) + 1$	$y = 2(0) + 1$
1	3	$y = -4 + 1$	$y = -2 + 1$	$y = 0 + 1$
2	5	$y = -3$	$y = -1$	$y = 1$

$f(x) = 2x + 1$	$f(x) = 2x + 1$
$y = 2x + 1$	$y = 2x + 1$
$y = 2(1) + 1$	$y = 2(2) + 1$
$y = 2 + 1$	$y = 4 + 1$
$y = 3$	$y = 5$

Anexo 6 Función Afín en GeoGebra

The screenshot displays the GeoGebra Classic interface. On the left, the algebra view shows the function $f: y = 2x + 1$ and its properties: $A = \text{Raíz}(f) \rightarrow (-0.5, 0)$ and $B = \text{Interseca}(f, \text{EjeY}) \rightarrow (0, 1)$. The main workspace shows a coordinate plane with the line f plotted, intersecting the x-axis at point A and the y-axis at point B. A video conference window is overlaid on the right, showing participants Katherine Sánchez, ANDRES VIVERO, and Ariel Rinaldy. A spreadsheet is also visible with a table of values:

A	B	C
y		
-2	-3	
-1	-1	
0	1	
1	3	
2	5	

Anexo 7 Recursos en Classroom

The screenshot shows the Google Classroom interface for the course 'Matemática 1A Contabilidad Matutina'. The 'Tablón' (Stream) is active, showing a post by Katherine Sánchez from 5 ago about a new task 'Semana 13_función potencia entera negati...'. Below it, a post from 29 jul shares tutorial videos about 'Función a Trozos' and 'Como Graficar una Función...'. The interface includes navigation tabs for 'Tablón', 'Trabajo de clase', 'Personas', and 'Calificaciones'.

Anexo 8 Función cuadrática en Idroo

Idroo 1 A CONTABILIDAD

FUNCIÓN CUADRÁTICA

VÉRTICE-EJE DE SIMETRÍA-CEROS DE LA FUNCIÓN

Vértice: Es el punto donde la parábola cruza su eje de simetría
 Eje de simetría: Es una recta vertical que divide la parábola en dos mitades congruentes
 Ceros: Las raíces o ceros de la función cuadrática son aquellos valores de x para los cuales la expresión vale 0.

Ejemplo:
 Representa la gráfica y principales características de la función cuadrática:

$$y = x^2 - 2x - 3$$

a=1
b=-2
c=-3

Vértice:	Eje de simetría:	Ceros de la parábola
$v = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$	1	$y = x^2 - 2x - 3$
$v = \left(\frac{-(-2)}{2(1)}, \frac{4(1)(-3) - (-2)^2}{4(1)} \right)$		$x^2 - 2x - 3$
$v = \left(\frac{2}{2}, \frac{-12 - 4}{4} \right)$		$(x - 3)(x + 1)$
		$x - 3 = 0 \quad x + 1 = 0$
		$x = 3 \quad x = -1$
		$P_1 = (3, 0) \quad P_2 = (-1, 0)$

+ 71%

Anexo 9 Función cuadrática en GeoGebra

Idroo Matemática 1 A Contabilidad M... Está compartiendo la pantalla Deja de

geogebra.org/classic?lang=es

Aplicaciones Clases Correo: Katherine A... Lea las revistas La A... Carteles aprendem... Sitio oficial de los t... comentarios ti - Bu...

¿Quién puede ver lo que comparte aquí?

$f(x) = x^2 - 2x - 3$

- Raíz(f)
 - A = (-1, 0)
 - B = (3, 0)
- C = Extremo(f)
 - (1, -4)
- D = Interseca(f, EjeY)
 - (0, -3)
- E = (1, 3)
- F = (1, 4)
- g : Recta(E, F)

Gráfica de la función cuadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$ en GeoGebra. La parábola es verde y se abre hacia arriba. El eje de simetría es una línea roja vertical que pasa por el vértice C(1, -4). Los puntos A(-1, 0) y B(3, 0) son las raíces de la función. El punto D(0, -3) es el punto de intersección con el eje y. El punto E(1, 3) y F(1, 4) están en la recta g que pasa por el vértice y el punto (1, 4). El punto g está etiquetado como 'Raíz'.

Panel de participantes:

- Katherine Sánchez
- SCARLET STEFANY
- María Gonzabay

9:34 03/06/2021

Anexo 10 Función a trozos en Idroo

29/07/2021 FUNCIÓN A TROZOS

Definición: Es aquella cuya expresión analítica no es única, sino que depende del valor de la variable independiente.

Ejemplo:

Representa gráficamente la siguiente función definida a trozos y determina su dominio y recorrido:

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2+1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

x	y	f(x) = x - 1	x	y	f(x) = x ² + 1	f(x) = x ² + 1	f(x) = x ² + 1	f(x) =
0	-1	y = x - 1	0	1	y = x ² + 1	y = x ² + 1	y = x ² + 1	y =
-1	-2	y = 0 - 1 = -1	1	2	y = (0) ² + 1	y = (1) ² + 1	y = (2) ² + 1	y = (3) ² + 1
-2	-3	y = -1 - 1 = -2	2	5	y = -2 + 1 = -1	y = 1 + 1	y = 4 + 1	y = 9 + 1
-3	-4	y = -2 - 1 = -3	3	10				

Handwritten domain and range:

$$D(f) = (-\infty, 0] \cup (0, \infty)$$

$$R(f) = (-\infty, -1] \cup (1, \infty)$$

Anexo 11 Función a Trozos en GeoGebra

Zoom Reunión 40 minutos

Usted está viendo la pantalla de Joshua Ivan Merchán Lajo

Ver Opciones

Katherine Sánchez

Joshua Ivan Merchán Lajo

tatiana sanchez

Menéndez Magallan...

Bryan fernando godoy

Enriquez Baque Sheyl...

Grabando

Entrada...

$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & : x \leq 1 \\ 3x - 4 & : x > 1 \end{cases}$

Tiempo restante de la reunión: 09:28 | Actualizar a Pip

	A	B	C
1	x	y	
2	-3	8	
3	-2	3	
4	-1	0	
5	0	-1	
6	1	0	
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			

Cancelar silenciar ahora

Detener video

Seguridad

Participantes

Chat

Compartir pantalla

Pausar/detener grabación

Detener grabación (Alt+R)

Reacciones

Aplicaciones

Finalizar

Escritorio ES 8:50 11/08/2021

Anexo 12 Recursos en Classroom

Matemática 1 A Contabilidad

Matutina

Tablón

Trabajo de clase

Personas

Calicificaciones

No tienes ninguna tarea para esta semana

Ver todo

Katherine Sánchez ha publicado una nueva tarea: SEMANA 14_ EXPOSICIÓN FUNCIONES RE...
5 ago (Última modificación: 11 ago)

1 comentario de la clase

Katherine Sánchez
5 ago

Saludos estimados estudiantes para la realización de la actividad función potencia entera negativa y raíz cuadrada comparto videos tutoriales y también link de las gráficas en geogebra.

función potencia entera negativa con Carlos E. Pérez

Función potencia entera n...
Video de YouTube 7 minutos

función irracional

FUNCIÓN RAÍZ CUADRAD...
Video de YouTube 7 minutos

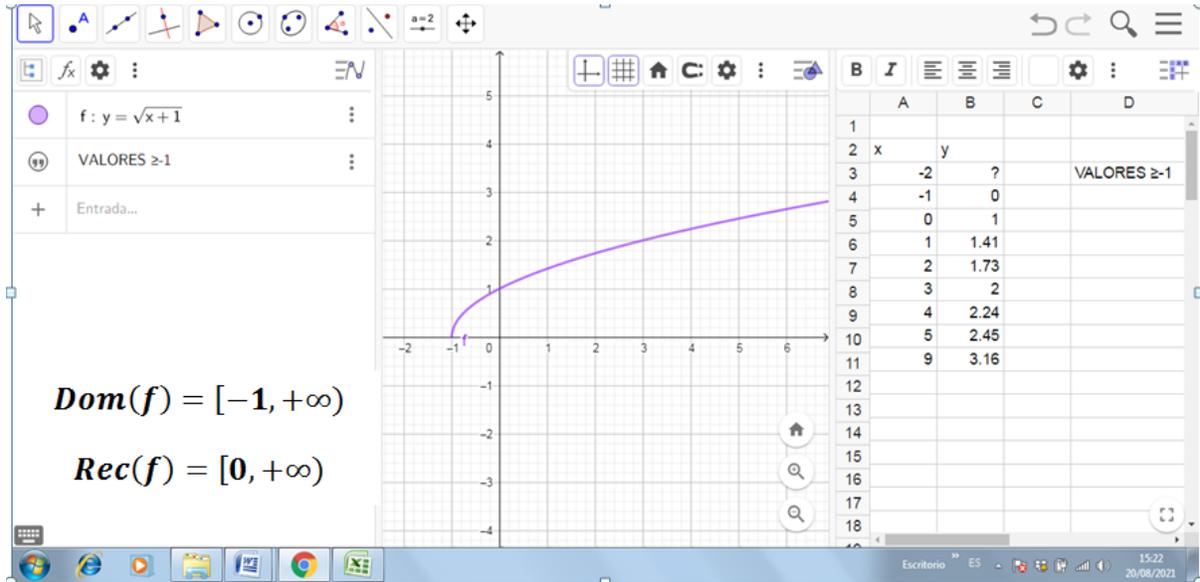
Función potencia entera n...
<https://www.geogebra.org/cla...>

FUNCIÓN RAÍZ CUADRAD...
<https://www.geogebra.org/cla...>

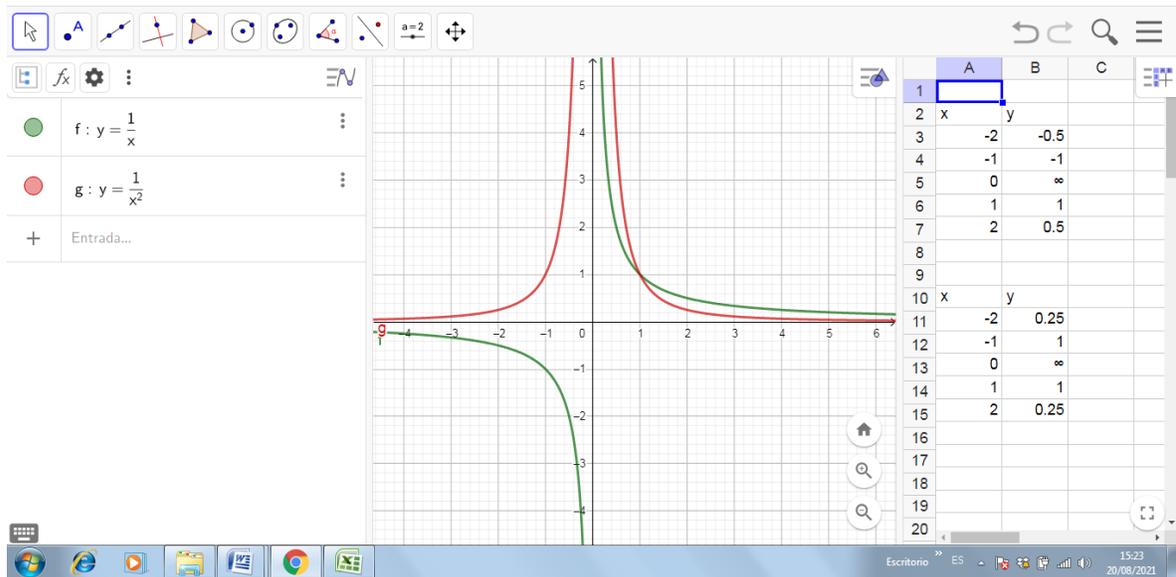
Añadir un comentario de clase...

Escritorio ES 15:28 20/08/2021

Anexo 13 Función raíz cuadrada en GeoGebra



Anexo 14 Función Exponencial



Anexo 15 Exposición funciones reales en Idroo

The screenshot shows a virtual classroom interface with a central presentation board. The board displays the function $y = \frac{2}{x^2}$ and its graph. A table of values is shown on the right, and a text box explains the domain and range.

x	y
1	2
2	0.5
3	0.22
4	0.13

dominio:
son todos los valores que la función puede obtener en el eje de las x en este caso son todos las x las reales pero x diferentes de cero es decir del menos infinito al cero sin incluirse y del cero sin incluirse al + infinito

recorrido:
son todos los valores que puede obtener la función en el eje de las y en este caso son todas las y mayores que 0

JOSE DANIEL

Anexo 16 Exposición funciones reales en GeoGebra

The screenshot shows a GeoGebra presentation titled "exposicion de matematicas grupo1.mp4". The central graph displays the function $y = \frac{2}{x^2}$ with points A through I marked on the curve. A table of values is visible on the right side of the interface.

x	y
-4	0.13
-3	0.22
-2	0.5
-1	2
0	∞
1	2
2	0.5
3	0.22
4	0.13

Anexo 17 Evaluación en Quizizz

EVALUACION 2 CONTABILIDAD SEMANA - Microsoft Excel

Questions	Class Level			Odalis Pozo Santos (Odalis Pozo)	JOSUA ESTEBAN	Carlos josue quir (Carlos E
	# Correct	# Incorrect	# Unattempted			
Es una función matemática que hace corresponder a cada número real otro número real:	20	10	0	Función real	Función real	Función real
Evalúa la regla de correspondencia $f(x)=x^2-1$ cuando: a) $x=-3$; b) $x=2$.	25	5	0	(8,3)	(8,3)	(8,3)
Una función cuadrática es aquella cuya expresión algebraica es de la forma:	26	4	0	$y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)	$y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)	$y = ax^2 + bx + c$ (a
Una función afín es aquella que tiene la forma:	29	1	0	$y=mx+b$	$y=mx+b$	$y=mx+b$
Total	100	20	0	10230	8330	9730
Player level data in next Sheet!!						

Class Level | Player Level

Anexo 18 Esquema de la matriz de consistencia

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	METODOLOGÍA
Dificultad de los estudiantes en el aprendizaje de las Funciones Reales.	Analizar la incidencia de la estrategia metodológica del aula invertida y el uso de las herramientas didácticas virtuales (GeoGebra y Quizizz) para contribuir al mejoramiento del proceso enseñanza aprendizaje de las funciones reales, en los estudiantes de Bachillerato, especialidad Contabilidad de la Unidad Educativa Dr. Luis Céleri Avilés.	La aplicación de una intervención basada en la metodología del aula invertida y herramientas tecnológicas como GeoGebra y Quizizz contribuye en el mejoramiento del proceso enseñanza aprendizaje de las funciones reales, en los estudiantes de Bachillerato, especialidad Contabilidad de la Unidad Educativa Dr. Luis Céleri Avilés.	Dependiente: Proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	Proceso enseñanza aprendizaje. Estrategias de enseñanza aprendizaje Metodologías activas Aula invertida Enseñanza y aprendizaje de las funciones reales	Tipos de metodologías de enseñanza utilizadas por el docente. <ul style="list-style-type: none">• Clases magistrales• Metodologías activas Nivel de conocimiento de los estudiantes acerca del tema funciones reales. <ul style="list-style-type: none">• Análisis gráfico• Análisis algebraico• Identificación de las funciones• Determinación de las	Tipos de investigación: Enfoque mixto Descriptivo Cuasi experimental Campo Técnicas e instrumentos: Entrevista Encuesta Test inicial Test final

			Independiente: Herramientas didácticas virtuales	TIC Herramientas virtuales GeoGebra Quizizz	características Cantidad de recursos que utiliza el docente en la enseñanza de funciones reales. Uso de las herramientas GeoGebra y Quizizz en la enseñanza de funciones reales. Intervención del aula invertida basada en el uso de las TIC.	
--	--	--	--	---	---	--

Anexo 19 Carta Aval

	Estándar	Desempeño Profesional Directivo	Código	D1.C4.DI10.P1.01
	Dimensión	Gestión Administrativa	Versión	V.01
	Componente	Infraestructura, equipamiento y Servicios Complementarios	Fecha elaboración	31/07/2020
Procedimiento	Elaboración de documentos y lineamientos			Página 1 de 1
Documento	Carta Aval	Elaborador por: Msc. Julio Cortez A.		

CARTA AVAL

La Libertad, 02 Agosto de 2021

A quien corresponda:

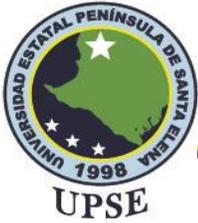
Yo, MSc. Julio Cortez Ayovi, en calidad de Rector de la Unidad Educativa Dr. Luis Célleri Avilés, certifico y autorizo a la LCDA. **KATHERINE AMADA SÁNCHEZ CRUZ**, portador de la cédula de ciudadanía No. **0922866074**, egresada de la Maestría en Educación Mención Tecnología e Innovación Educativa, de la Universidad Estatal Península de Santa Elena, realizará su proyecto de investigación y titulación con el tema: **"HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS VIRTUALES Y EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE LA ESPECIALIDAD CONTABILIDAD DE LA "UNIDAD EDUCATIVA DR. LUIS CÉLLERI AVILÉS, AÑO 2021"**, así como la aplicación de los instrumentos de investigación que serán utilizados para fines académicos.

Particular que comunico para los fines pertinentes.

Atentamente


MSc. Julio Cortez Ayovi
RECTOR DE LA UNIDAD EDUCATIVA
"DR. LUIS CÉLLERI AVILES"





Instituto de Postgrado

Anexo 20 Certificado Anti plagio

La Libertad, 20 de septiembre de 2021

CERTIFICADO ANTIPLAGIO

En calidad de tutor del trabajo de titulación denominado **“HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS VIRTUALES Y EL PROCESO ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE LA ESPECIALIDAD CONTABILIDAD DE LA “UNIDAD EDUCATIVA DR. LUIS CÉLLERI AVILÉS”** elaborado por la estudiante LCDA. KATHERINE AMADA SÁNCHEZ CRUZ, egresada de la MAESTRÍA EN EDUCACIÓN, MENCIÓN TECNOLOGÍA E INNOVACIÓN EDUCATIVA, del IPG de la Universidad Estatal Península de Santa Elena, me permito declarar que una vez analizado en el sistema antiplagio URKUND, luego de haber cumplido los requerimientos exigidos de valoración, el presente proyecto ejecutado, se encuentra con 3% de la valoración permitida, por consiguiente se procede a emitir el presente informe.

Adjunto reporte de similitud.

Atentamente,

ING. HERMAN CHRISTIAN ZÚÑIGA MUÑOZ, MSC.

0916097173

DOCENTE TUTOR



Curiginal

Document Information

Analyzed document	TESIS DE GRADO.docx (D113019989)
Submitted	9/20/2021 5:36:00 PM
Submitted by	
Submitter email	katitasanc91@gmail.com
Similarity	3%
Analysis address	hzuniga.upse@analysis.arkund.com



Anexo 21 Certificado Gramatólogo

CERTIFICADO DEL GRAMATÓLOGO

Certifico haber realizado la revisión con respecto a la redacción y ortografía del **Informe de Investigación, “HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS VIRTUALES Y EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN LA ESPECIALIDAD CONTABILIDAD DE LA UNIDAD EDUCATIVA DR. LUIS CELLERI AVILES”**, elaborado por la Lic. Katherine Amada Sánchez Cruz, egresada de la **MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MENCIÓN TECNOLOGÍA E INNOVACIÓN EDUCATIVA, SEGUNDA COHORTE**, de la Universidad Estatal Península de Santa Elena, previo a la obtención del Título de Magister en **MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MENCIÓN TECNOLOGÍA E INNOVACIÓN EDUCATIVA**, la misma que cumple con los parámetros gramaticales, estilo y ortografía.

Es todo en cuanto puedo certificar en honor a la verdad.

Atentamente,



Lcda. Mercedes Delgado Palacios, MSc.

C.I. 1310811789

Registro SenescytN°7241172009