

Revista Científica y Tecnológica UPSE

Influencia de las condiciones iniciales sobre los parámetros de velocidad y aceleración de las corrientes por gravedad

Influence of the initial conditions on velocity and acceleration parameters of gravity currents



(1)Pablo Isaac Jarrín Oseguera* <https://orcid.org/0000-0002-0982-6242>, (2)Rafael Norberto Calle Chumo <https://orcid.org/0000-0002-0816-6879>.

(1) Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL), Ecuador.

(2) Universidad de Chile, Chile.

Resumen

Las corrientes por gravedad son procesos muy comunes en la naturaleza y ocurren cuando una masa de fluido pesado se descarga en un gran volumen de fluido ligero. Se presentan resultados experimentales de la evolución de corrientes por gravedad que se mueven de una topografía horizontal a una inclinada, cóncava o recta, combinado con una variación de la distancia a la salida del flujo de 0 a 200 cm. Este estudio se centró en el impacto de la relación $\delta B_v/\delta I_v$, que es la relación entre el espesor de la capa inferior y el espesor de la interfaz de la corriente, sobre parámetros claves como la cantidad de arrastre o la aceleración. Se encontró que $\delta B_v/\delta I_v$ disminuye cuando aumenta el ángulo de la pendiente θ_0 . Analizando la influencia de la relación $\delta B_v/\delta I_v$ sobre el parámetro de aceleración \bar{T}_A , se pudo predecir que cuanto menor sea esta proporción, mayor será el valor de la aceleración. Se demostró que cuando una corriente por gravedad con una interfaz inicialmente no estable ($\delta B_v/\delta I_v \sim 1$), se mueve hacia una pendiente pronunciada, nunca alcanza un estado de equilibrio en una distancia de $x < 12h_0$.

Abstract

Gravity currents are processes very common in nature and occurs when a mass of heavy fluid is discharged into a large volume of lighter fluid. They often have place on complex topographies and are therefore subject to spatial development. Previous investigations have studied the behavior of the flow according to the topography and the slope angle. The present experimental results of gravity currents moving from horizontal to an incline boundary, that is either concave or straight, combined with a variation of gate distance from 0 to 200 cm. Our study centers the attention on the impact of the ratio $\delta B_v/\delta I_v$, that is the relation between the thickness of the lower layer and the interface thickness of the current, on key parameters as acceleration or entrainment amount. It was found that $\delta B_v/\delta I_v$ decreases when the angle of the slope θ_0 increases. Analyzing the influence of the ratio $\delta B_v/\delta I_v$ over the acceleration parameter \bar{T}_A , we can predict that smaller the value of the ratio, the higher the value of acceleration parameter. It was demonstrated that when a gravity current with an initially non-stable interface ($\delta B_v/\delta I_v \sim 1$) on horizontal boundary, moves onto a sharp slope, never reaches an equilibrium state in a distance of $x < 12h_0$.

Palabras clave:

Número de Richardson; arrastre; inestabilidad Kelvin; Helmholtz; parámetro de aceleración; corriente por gravedad

Keywords:

Richardson number; entrainment; Kelvin Helmholtz instability; acceleration parameter; gravity current

Recibido: julio 6/2021

Aceptado: agosto 26/2021

Publicado: diciembre 28/2021

Forma de citar: Jarrín Oseguera, P.; Calle Chumo, R. (2021). Influencia de las condiciones iniciales sobre los parámetros de velocidad y aceleración de las corrientes por gravedad. Revista Científica y Tecnológica UPSE, 8 (2) pág. 01-11. DOI: 10.26423/rctu.v8i2.608.

* Autor para correspondencia: pablo.jarrin@espol.edu.ec

1. Introducción

Las corrientes por gravedad son muy comunes en la naturaleza y ocurren cuando una masa de fluido pesado se descarga en un gran volumen de fluido más ligero, de modo que el flujo es impulsado por la diferencia de densidades (Baines, 1998).

En los océanos, las corrientes por gravedad son de gran interés, ya que el hundimiento de agua densa tiene un impacto global en el clima y la circulación oceánica. Se han estudiado durante varios años, ya que en algunos casos estos flujos tienen una importancia económica considerable tanto en el océano como en la atmósfera. Por ejemplo, los vientos catabáticos, donde el aire se enfría por contacto con el suelo frío y fluye cuesta abajo, causa daños a los cultivos, afecta la visibilidad en puertos y aeropuertos, y afecta a la calidad del aire (Fernando, 2010). Además, las corrientes de turbidez, que transportan material en forma de lodo o limo de aguas someras a profundas, pueden causar erosión de cañones submarinos, dañar cables submarinos o contribuir a la formación de tsunamis (Simpson, 1982). Otros ejemplos de las corrientes de gravedad son las avalanchas de nieve (Hopfinger 1983; Rastello & Hopfinger 2004) y los flujos piroclásticos debidos a erupciones volcánicas (Calder et al. 1999).

Pawlak y Armi (2000) estudiaron los efectos de la aceleración y la flotabilidad de dichas corrientes en cuatro pendientes lineales diferentes ($14,5^\circ$; $10,8^\circ$; $7,2^\circ$ y $3,9^\circ$), y cómo estos efectos modifican el arrastre y la mezcla del fluido. En sus experimentos, la corriente por gravedad se movió sobre un obstáculo en una pendiente, donde desde el principio tenía una interfaz inestable y, por lo tanto, aceleró suavemente para alcanzar la velocidad del estado de equilibrio en aproximadamente 10 veces el espesor inicial de la capa más densa ($10h_0$). Además, identificaron dos regiones dinámicamente distintas en el establecimiento del flujo sobre la pendiente: una región inicial de bajo número de Richardson caracterizada por un rápido crecimiento de la capa de mezcla con alto arrastre donde el flujo se acerca a un valor crítico de $Ri = 1/4$, con el desarrollo de olas de Kelvin Helmholtz; y una región de alto número de Richardson con una velocidad casi constante debido al equilibrio entre la flotabilidad y la fricción total, con el correspondiente colapso de estas ondas de KH.

En contraste con Pawlak y Armi (2000), Negretti et al. (2017) consideraron corrientes bien desarrolladas en el límite horizontal, que tienen un número de Richardson grande antes de llegar a la pendiente cóncava o lineal. Se demostró que cuando una corriente de gravedad con una interfaz inicialmente estable ($\delta B_v/\delta I_v \sim 0.1$) en un límite horizontal o casi horizontal, se mueve hacia una pendiente pronunciada, experimenta un ciclo de aceleraciones y desaceleraciones y no alcanza la velocidad de equilibrio constante dentro de una distancia de $30h_0$.

En adición a los estudios anteriores, en nuestros experimentos consideramos un conjunto de cuatro pendientes. Para cada uno de estas, alternamos la distancia desde la compuerta a la pendiente, con lo cual cambiamos la condición inicial del flujo horizontal (corriente bien desarrollada o no) justo antes de alcanzar dicha pendiente. De esta manera logramos investigar cuál es el comportamiento del flujo en función de las diferentes combinaciones. El interés del presente trabajo es determinar, en qué situación el flujo alcanza o no un equilibrio constante. Y también, entender cuál es el papel que juega la relación $\delta B_v/\delta I_v \sim 1$ (figura 1) que es bastante pequeña en los experimentos de Negretti et al. (2017). La pregunta es si en una corriente por gravedad con relación $\delta B_v/\delta I_v \sim 1$, la corriente puede acelerarse hasta alcanzar una velocidad constante como se predice para el estado de equilibrio o no.

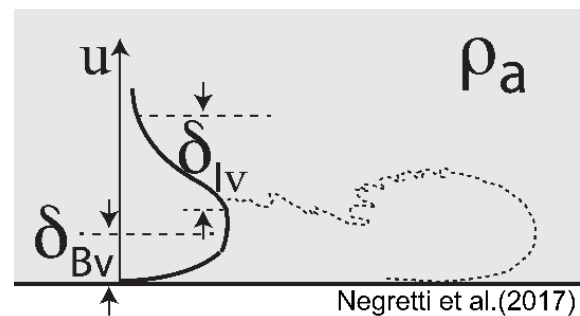


Figura 1.- Perfil de velocidad de la corriente. Se señalan los parámetros usados en los cálculos δB_v (espesor de la capa inferior) y δI_v (espesor de la interfaz de la corriente).

2. Materiales y métodos

2.1. Arreglo Experimental

Todo el conjunto de experimentos se realizó en un tanque de pared de vidrio de 6 m de largo que conecta dos depósitos de 600 litros, como se muestra en la figura 2. La sección transversal del canal tiene 25 cm de ancho y 20 cm de profundidad. El primer tramo del canal tiene una longitud aproximada de 2.3 m. La siguiente sección es una pendiente cóncava o lineal que permite diferentes ángulos de inclinación. En el caso de pendiente cóncava, la longitud $S = R \theta_0$ es 110 cm, lo que resulta en $\theta_0 = 31.5^\circ$. Para los casos de pendiente lineal, se usaron ángulos de 7° , 10° y 15° . Para cada pendiente se ha ejecutado una combinación de tres posiciones de la compuerta: 0, 50 y 200 cm.

La corriente por gravedad se generó bombeando agua salada de densidad $g' \approx 4.31 \text{ cm/s}^2$ y caudal $Q = 0,6 \text{ l/s}$ desde el tanque de 600 l. La salida se coloca en la parte inferior del extremo del canal, para controlar la profundidad total del agua y permitir la descarga del flujo salado de la capa inferior.

Todo el conjunto de experimentos se incluye en la tabla 1. La nomenclatura es la siguiente: sC significa

pendiente cóncava y sL significa pendiente lineal, el número después de sL significa la inclinación de la pendiente en grados, el número después de G es la distancia desde la compuerta al comienzo de la

pendiente, por lo que sL15G200 significa que la compuerta está colocada 200 cm antes de la pendiente lineal de 15 °.

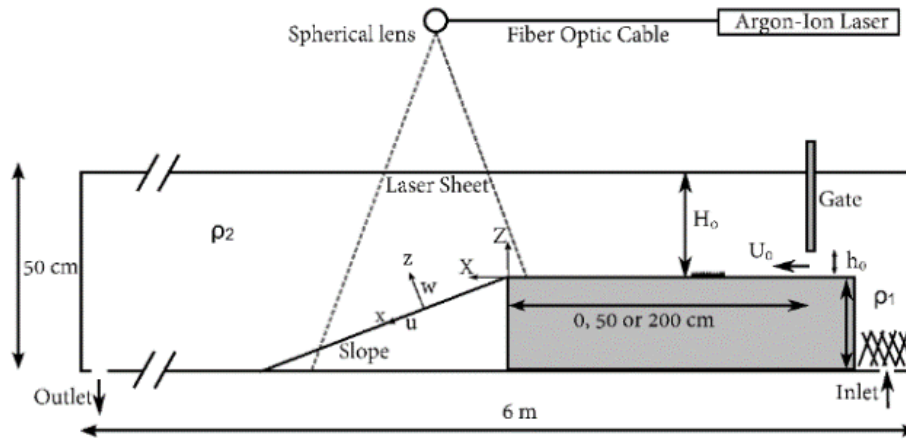


Figura 2.- Arreglo Experimental. H_0 : Distancia de la base al tope del agua de grifo; h_0 : Espesor Inicial de la corriente de agua salada con densidad ρ_2 ; U_0 : Velocidad Inicial de la corriente; x y z son los ejes de medición de la corriente.

<i>Experiment</i>	U_0 (cm/s)	h_0 (cm)	UZ (cm ² /s)	U_0h_0 (cm ² /s)
<i>sC3G0</i>	4.58	5.65	18.24	25.88
<i>sC3G50</i>	5.31	5.05	26.7	26.82
<i>sC3G200</i>	4.61	4.79	24	22.08
<i>sL15G0</i>	4.75	5.8	26.24	27.55
<i>sL15G50</i>	4.03	3.98	17.87	16.04
<i>sL15G200</i>	3.89	3.90	17.47	15.17
<i>sL10G0</i>	4.53	5.89	27.01	26.68
<i>sL10G50</i>	4.08	4.01	17.52	16.36
<i>sL10G200</i>	3.95	4.11	18.47	16.23
<i>sL7G0</i>	4.26	5.53	26.14	23.56
<i>sL7G50</i>	3.81	4.16	16.91	15.85
<i>sL7G200</i>	4.03	4.29	19.49	17.29

Tabla 1.- Resumen de las condiciones iniciales de todos los experimentos medidos 5cm antes de la pendiente

2.2 Técnicas de Medición

El desarrollo del flujo se estudia mediante un método óptico llamado “Velocimetría de Imagen de Partículas” (PIV, por sus siglas en inglés) que consiste en registrar el flujo mediante el desplazamiento de pequeñas partículas contenidas en el fluido e iluminadas por láser para determinar sus propiedades.

La luz es alimentada por un láser de iones de argón con una potencia de 6W que puede funcionar en 2 longitudes de onda diferentes ($\lambda = 488\text{nm}$ y $\lambda = 514\text{nm}$). Una lámina láser de 1 m de largo y 5 mm de espesor, se crea mediante una lente esférica y su posición en el centro del canal permite iluminar el flujo para observar toda la pendiente.

El flujo se registra mediante una cámara CDD (FlowMaster3, 14 bits, 1600x1200 píxeles, lente Iris Sigma de 20 mm) a una velocidad de cuadro de 23,22 Hz con un tiempo de exposición de 9000 ms. Para cada

experimento, se han registrado 7000 imágenes. Se tomaron imágenes de 86,09cm x 64,88cm con esta cámara CDD con una resolución espacial de 0,540 mm/píxel.

Se añadieron partículas de poliamida (Vestosint 1101) con un diámetro medio de 100 μm y una densidad de 1.060 g/cm³ a 23°C, tanto en agua salada como dulce, que sirven como trazadores para las mediciones de velocidad.

El software de adquisición es DaVis proporcionado por LaVision®. Con el paquete de software, los campos de velocidad se calcularon utilizando un algoritmo PIV de correlación cruzada. Para ello, se implementó una rutina adaptativa de múltiples pasadas, comenzando con una ventana de interrogación de 64 x 64 píxeles y un tamaño de ventana final de 16 x 16 píxeles. Cada vector del campo vectorial resultante representa un área de aproximadamente 0,43 cm x 0,43 cm. Además, se ejecutó un filtro de tiempo, para borrar partículas inmóviles en un promedio de 5 imágenes. Posteriormente, los campos de vectores se analizaron con Matlab®. También se tomaron visualizaciones de tinta con Rhodamine 6G, usando la misma cámara para registrar la pendiente.

3. Discusión y resultados

3.1. Condiciones Iniciales: Corriente antes de la pendiente

Cuando se levanta la compuerta, el agua más densa comienza a fluir, primero sobre la sección horizontal y luego sobre la pendiente lineal o cóncava. Como se muestra en la figura 3, la estructura llamada "cabeza"

fluye a través de la pendiente antes de alcanzar una corriente estacionaria. Esta estructura es inestable y tiene propiedades diferentes a las de la corriente de cola. En este análisis, solo consideramos la corriente estacionaria que tiene lugar después de que ha pasado la cabeza (figura 4).

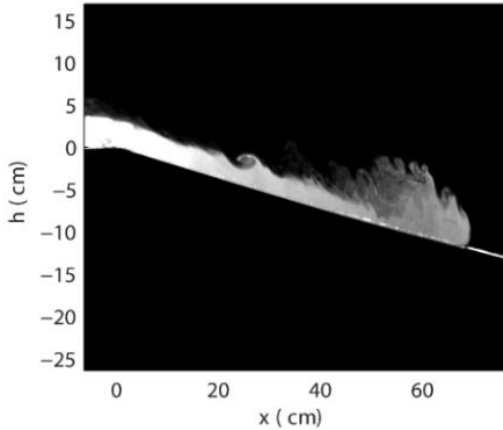


Figura 3.- Imagen instantánea obtenida de los experimentos con tinta.

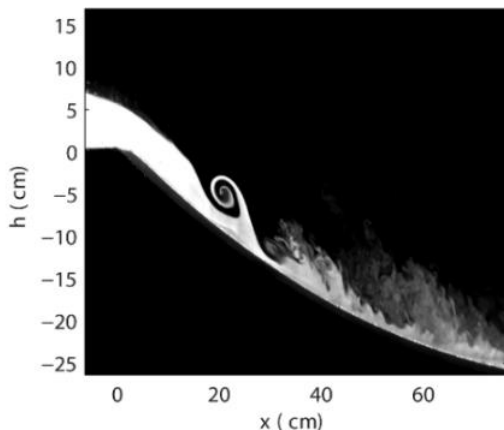


Figura 4.- Olas Kelvin Helmholtz en una corriente estacionaria.

Podemos ver que la hipótesis estacionaria es válida porque la tasa de flujo es casi constante después de cierto tiempo de comenzado el experimento. La tasa de flujo por unidad de ancho (UZ) se calculó para cada experimento usando la ecuación 3.1. Para el análisis, solo se toman los datos después de la estabilización.

$$UZ = \int_{z_{bot}}^{z_{int}} U dz \quad (\text{Ec. 3.1})$$

, donde z_{bot} es la parte inferior de la topografía y z_{int} es la posición donde $U = 0.1U_{max}$.

Los parámetros importantes que afectan al desarrollo de las corrientes por gravedad son la velocidad y la gravedad reducida. Para el presente estudio, la gravedad reducida se ha mantenido constante en todos los experimentos con un valor de $4.31 \pm 0.005 \text{ cm/s}^2$. La velocidad y la altura de la corriente varían según la

topografía y la posición de la compuerta antes de la pendiente. Para alternar la topografía, se utilizaron cuatro pendientes diferentes que se resumen en la tabla 1.

El perfil de velocidad de la corriente depende de la posición de la compuerta, ya que el flujo tendrá más o menos distancia para desarrollarse antes de llegar a la pendiente. En los experimentos llevados a cabo por Negretti et al. (2017), la compuerta se colocó 200 cm antes de la pendiente, por lo que el flujo estaba bien desarrollado antes de llegar, mientras que en Pawlak y Armi (2000), la compuerta estaba a 0 cm y, por lo tanto, el flujo no estaba bien desarrollado.

La posición de la compuerta implica cambios importantes en el perfil de velocidad como se ve en la figura 5. Las velocidades se han normalizado a su velocidad máxima para la posición dada (5 cm antes del borde). Se puede apreciar cuán similares son los perfiles para ambas posiciones de compuerta G50 y G200, pero el perfil cambia en un factor de 1,5 cuando la posición de la compuerta se cambia a 0cm.

La relación $\delta B_v / \delta I_v$ que es bastante diferente para cada experimento, ha sido calculada y graficada en la figura 6. Esta relación, que se explica gráficamente en la figura 1, es la relación entre el espesor de la capa inferior y el espesor de la interfaz de la corriente. Todas las siguientes gráficas mantendrán la misma notación de marcador: posición de la puerta a 0 cm (\square), posición de la puerta 50 cm (O) y posición de la puerta 200 cm (Δ). Y del gris claro (7°) al negro ($31,5^\circ$).

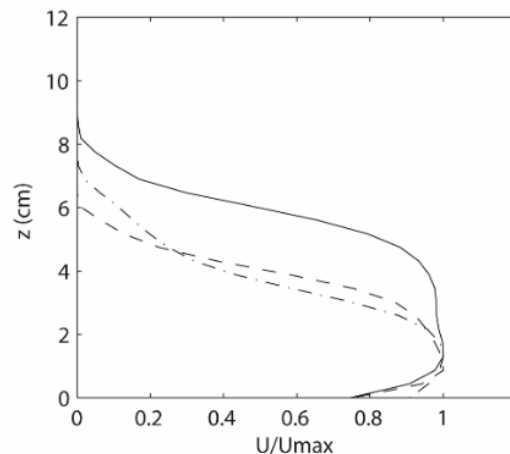


Figura 5.- Perfil Inicial de Velocidad para una corriente por gravedad a 5cm antes de la pendiente. G 200cm (-), G 50cm (-.-), G 0cm (-)

Para calcular δI_v , se utilizó el denominador de la ecuación 3.5, mientras que para δB_v , estudiamos el perfil de velocidad, tomando la distancia desde el fondo hasta el punto donde $U = U_{max}$. Se puede observar claramente que la relación aumenta cuando el ángulo disminuye debido a un incremento de δB_v . Esta afirmación también se observa en la figura 5, donde los valores de G50 y G200 están muy próximos entre sí. De

la misma forma, también aumenta al disminuir la distancia a la compuerta, teniendo para la pendiente de 7°, una relación $\delta B_v/\delta I_v = 0.8$ para la compuerta colocada a 200cm y $\delta B_v/\delta I_v = 1.3$ cuando está a 0cm.

Nuestro análisis intenta predecir cómo la relación $\delta B_v/\delta I_v$ afecta los parámetros de velocidad integrada, espesor de la corriente, número de Richardson, arrastre y aceleración, dependiendo de la posición de la compuerta y los diferentes ángulos de pendiente utilizados.

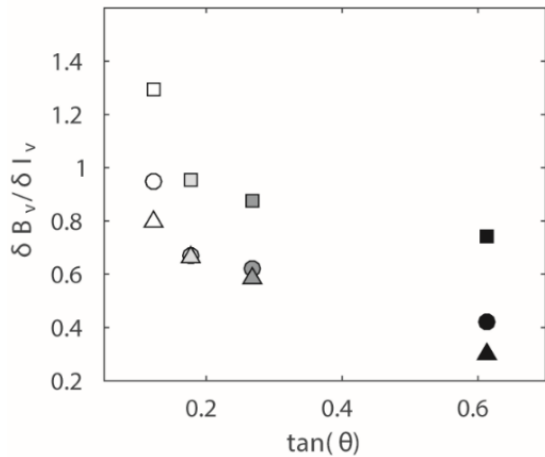


Figure 6.- Variación de la relación $\delta B_v/\delta I_v$ con respecto a la pendiente y la posición de la compuerta.

3.2. Velocidad Integrada en Profundidad y Espesor de la Corriente

Las variaciones de la velocidad integrada de las corrientes ($U/B_0^{1/3}$) se muestran en la figura 7, mientras que los gráficos del espesor de la corriente (h) están en la figura 8. Para generalizar los resultados, fue necesario representar el desarrollo en términos de cantidades adimensionales. En el caso particular de la velocidad, se ha normalizado con la escala de velocidad $B^{1/3} = g'hU$ que es el flujo de flotabilidad por unidad de ancho y es constante e igual al flujo de flotabilidad inicial ($B_0^{1/3} = g'_0 h_0 U_0$) suministrado 5 cm antes de la pendiente.

De la figura 7 y 8, para los casos de compuerta colocada a 50 y 200cm (O y Δ), podemos ver como la velocidad y espesor sigue el mismo camino hasta una posición crítica, donde parece existir un desprendimiento, y luego las curvas se cruzan nuevamente al final de la pendiente. Para los gráficos de velocidad se pueden definir tres secciones, la primera caracterizada por una aceleración del flujo, la segunda caracterizada por un aumento suave o un ciclo alternativo de desaceleración y aceleración; y el tercero con velocidad constante o casi constante. Para la compuerta a 200cm, el flujo presenta ciclos de desaceleración y aceleración solo para ángulos de pendiente mayores a 15°, o lo que es lo mismo cuando $\delta B_v/\delta I_v \leq 0.6$ (figura 6). En el caso de G0

(□), podemos observar que la velocidad siempre aumenta al mismo ritmo, pero parece que nunca alcanza una velocidad constante hacia el final de la pendiente. Mientras que en G50, el flujo experimenta ciclos de desaceleración y aceleración para todas las pendientes lineales.

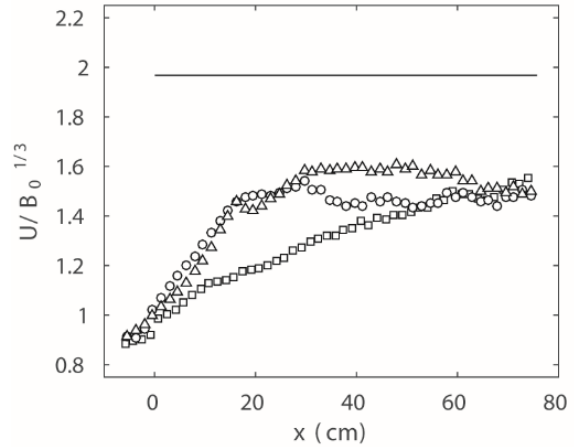


Figura 7.- Variación de la velocidad integrada a lo largo de la pendiente lineal de 7°.

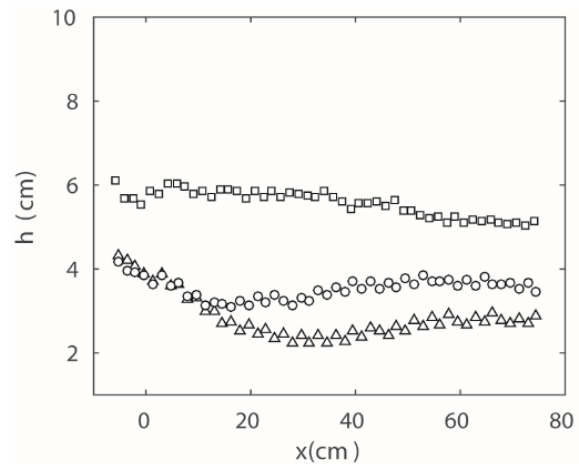


Figura 8.- Variación del espesor de la corriente a lo largo de la pendiente lineal de 7°.

Además, se ha calculado una velocidad de equilibrio teórica utilizando la ecuación 3.2 y se representa como una línea sólida en cada gráfico de velocidad. Este equilibrio, debido a la competencia entre la fuerza impulsora (la gravedad) y la fricción (arrastre) es predicho por Ellison y Turner (1959) y Britter y Linden (1980). Depende principalmente del ángulo de la pendiente y tiene en cuenta el arrastre que es el término en el denominador de dicha ecuación. En los gráficos, se ve que nunca se alcanza una velocidad de equilibrio teórica en nuestro campo de visión experimental (<75 cm). Sin embargo, se acerca a la velocidad experimental de los experimentos con pendiente cóncava (Figura 9).

$$U_{eq} = \left(\frac{B_0 S_2 \sin \theta}{10^{-3}(5 + \theta)} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{Ec. 3.2})$$

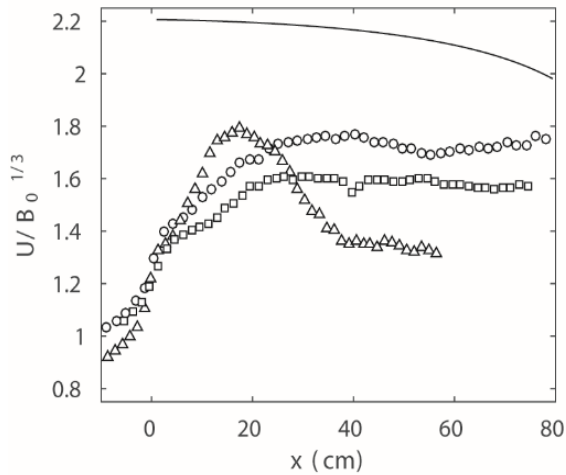


Figura 9.- Variación de la velocidad integrada para pendiente cóncava.

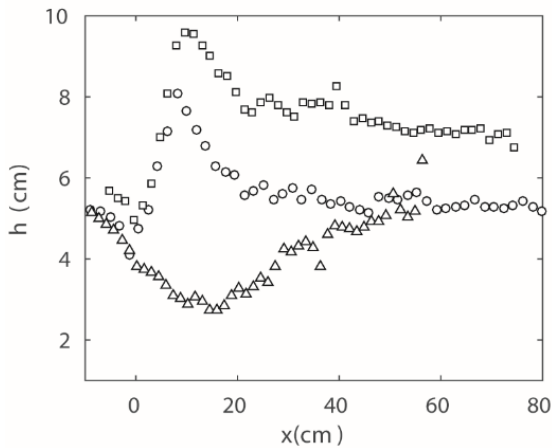


Figura 10.- Variación del espesor de la corriente para pendiente cóncava.

Analizando el espesor de la corriente en pendientes lineales notamos que está sujeta a un gran cambio cuando la compuerta se ubica a 0cm, como se puede ver en la figura 8. Desde el principio, el espesor es de unos 6cm y se mantiene con ligeras variaciones a lo largo de toda la pendiente. Este alto valor de espesor se debe a la eliminación de la compuerta, ya que la corriente no está confinada. Para las otras dos posiciones de la compuerta, el espesor comienza alrededor de 4 cm, y luego disminuye para luego aumentar a un valor constante entre 3 y 3,5 cm.

Los valores iniciales pueden correlacionarse con los espesores de los experimentos de visualización y también son bastante similares a los de Negretti et al. (2017) y Pawlak y Armi (2000). También podemos notar un punto crítico para todos los experimentos, donde $dh = dx$ cambia de negativo a positivo. Este comportamiento tiene que ver con una desaceleración de la corriente, debido a una disminución de la energía cinética y al aumento de la energía potencial, producto de la ocurrencia de la inestabilidad. Por tanto, el desarrollo de la ola KH se caracteriza por una

disminución del espesor actual y luego un aumento como podemos ver en la figura 4.

Por otro lado, para los casos de pendiente cóncava, el comportamiento es diferente como se muestra en la figura 9 y 10. Solo para la compuerta a 200cm podemos apreciar un tramo de desaceleración y aceleración, mientras que para los otros dos casos la velocidad del flujo aumenta hasta alcanzar un valor constante desde la posición $x = 25 \text{ cm}$. El espesor de la corriente comienza alrededor de 6 cm para la puerta a 0 cm, luego aumenta a un pico de 10 cm para luego disminuir a un valor casi constante de 7.5 cm. Esto se debe a la aparición de inestabilidades de KH que incrementan el espesor de la corriente. Observamos el mismo comportamiento para la puerta a 50 cm, pero la profundidad actual comienza en 5 cm y alcanza un valor constante alrededor de 5,5 cm. Para el último caso, como la corriente tuvo suficiente tiempo para desarrollarse, el espesor primero disminuye y luego aumenta para estabilizarse hacia el final de la pendiente en el mismo valor inicial.

Podemos concluir que cuando la compuerta se ubica a 0 cm, para ángulos $\leq 10^\circ$ ($\delta Bv/\delta Iv > 0.9$), la velocidad nunca alcanza un máximo en nuestro campo de visión. Para los experimentos G200, hay ciclos de aceleración y desaceleración en pendientes con ángulo $\geq 15^\circ$. Mientras que para los casos G50, la velocidad parece experimentar ciclos para las cuatro diferentes pendientes empleadas. La posición x en la que se alcanza la velocidad máxima apenas varía en función de la pendiente, pero se nota un cambio considerable en torno a los 5 a 10 cm al mirar su dependencia con la posición de la compuerta. Tenemos conclusiones similares al analizar los gráficos de espesor de corriente. La única diferencia es el caso G0, donde se puede ver que el valor crítico de h siempre está al comienzo de la pendiente (posición $x = 0 \text{ cm}$).

3.3 Número de Richardson

El número de Richardson es una relación entre el gradiente de densidad (efecto estabilizador) y el cizallamiento de velocidad (efecto desestabilizador). En Rottman et al. (1985), el número de Richardson se define como la magnitud relativa de la fuerza de arrastre asociada al flujo circundante y la fuerza de flotabilidad debido a la diferencia de densidad. Ellison y Turner (1959) desarrollaron una teoría que describe la variación del espesor de la corriente y el número de Richardson (Ri) a lo largo de una pendiente. Ri se puede definir matemáticamente como la relación de los efectos de estratificación sobre la velocidad como se muestra en la ecuación 3.3:

$$Ri = \frac{B \cos \theta}{U^3} = \frac{g' h \cos \theta}{U^2} \quad (\text{Ec. 3.3})$$

, donde $g' = g(\rho_1 - \rho_2) / \rho_2$ es la aceleración reducida debido a la gravedad, ρ_1 es la densidad inicial

del fluido liberado, ρ_2 es la densidad del fluido circundante, h es el espesor de la corriente y U la velocidad media característica de la corriente de gravedad.

El número de Richardson proporciona información sobre el desarrollo de las inestabilidades de KH (si $Ri < 0.25$, pueden aparecer olas KH) y está relacionado con el arrastre según Ellison y Turner (1959). La figura 11 representa la variación del número de Richardson (Ri) a lo largo de la pendiente. Por otro lado, el número de Richardson Interfacial (J) se representa en la figura 12 y se ha calculado utilizando la ecuación 3.4.

$$J = \frac{g' \delta v}{\Delta U^2} \quad (\text{Ec. 3.4})$$

, donde δv es el espesor de la capa mixta o el espesor de la vorticidad, y fue calculado como en Pawlak y Armi (2000), a partir de la pendiente inversa de los puntos del perfil de velocidad normalizado entre los valores de 15% y 85%, usando la ecuación 3.5:

$$\delta v = \left(\frac{d\bar{v}}{dl_v} \Big|_{\bar{v}(y)=0.85}^{\bar{v}(y)=0.15} \right)^{-1} \quad (\text{Ec. 3.5})$$

, donde \bar{v} es la velocidad normalizada a la diferencia de velocidad local, y dl_v es el espesor de la interfaz de la corriente.

En la figura 11 y 12, se observa que Ri y J son bastante diferentes cuando la compuerta se coloca a 0cm que a 50 o 200cm. Mientras que Ri dicta que las inestabilidades de KH comienzan desde 20 a 40 cm, los valores de J aseguran que las olas de KH ocurran alrededor del inicio de la pendiente, lo que está más cerca de la realidad. Esta gran diferencia se debe a una fuerte corriente de retorno que afecta al experimento ya que retiramos completamente la compuerta en G0 para evitar el reflejo del láser. En el cálculo de Ri no se considera esta corriente de retorno, a diferencia de J , donde se tiene en cuenta en el término $(\Delta U)^2$ en la ecuación 3.4. Por otro lado, para G50 y G200, las curvas están muy próximas entre sí siguiendo la misma tendencia, aunque parecen desplazadas hacia arriba alrededor de 0,1.

En general, de acuerdo con las gráficas, podemos decir que cuando la compuerta se ubica más lejos de la pendiente, las olas KH comienzan a aparecer más lejos del borde, lo que concuerda con las observaciones y el análisis de las gráficas de velocidad. Según la teoría, cuando $Ri > 0,25$ las olas KH se destruyen, como se ve, esto es exactamente lo que sucede cuando Ri alcanza el mínimo y luego aumenta. Al estudiar la relación de Ri con respecto al ángulo de la pendiente, podemos observar que el valor crítico del número de Richardson Ri_c disminuye cuando aumenta el ángulo de la pendiente. Esta afirmación es consistente con el estudio

numérico de Negretti et al. (2017), que mostró la misma relación entre Ri_c y el ángulo de pendiente.

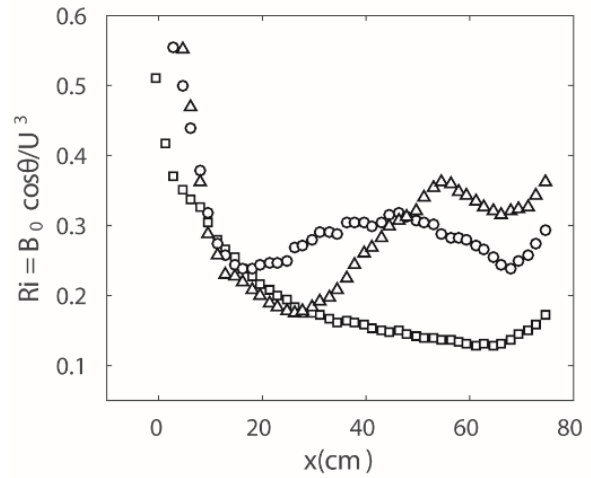


Figura 11.- Variación del número de Richardson a lo largo de una pendiente lineal de 15 °.

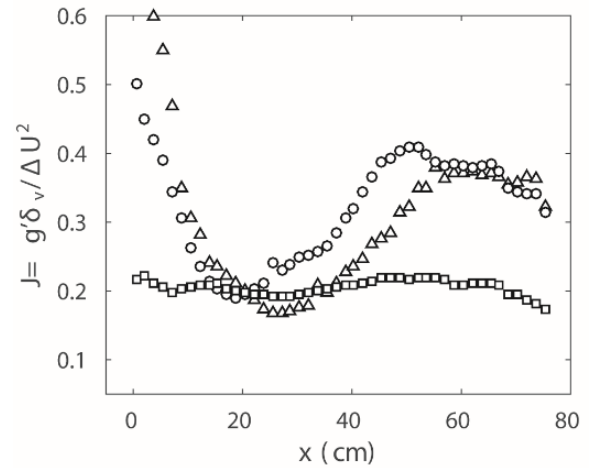


Figura 12.- Variación del número de Richardson Interfacial a lo largo de una pendiente lineal de 15 °.

3.4 Posición Crítica

Una escala de longitud apropiada es la distancia x_c , que se define como el punto donde se observan por primera vez las inestabilidades de KH y la velocidad de la corriente alcanza su máximo. Esto está relacionado con una disminución de Ri al valor crítico Ri_c . Negretti et al. (2017) derivaron la ecuación 3.6 para determinar el valor crítico teórico de x basado en la velocidad de caída libre y la ecuación 3.3.

$$x_{c,th} = \frac{\left(\frac{B_0}{Ri_c} \cos \bar{\theta} \right)^{2/3} - U_0}{2 g'_0 \sin \bar{\theta}} \quad (\text{Ec. 3.6})$$

Este valor crítico es función de U_0 , que es la velocidad donde la pendiente comienza, $\bar{\theta}$ es el ángulo de pendiente promedio, y los parámetros iniciales ya

conocidos B_0 , g'_0 y Ri_c . La Tabla 2 resume los valores críticos teóricos calculados $x_{c,th}$ y los valores experimentales $x_{c,exp}$ que fueron estimados usando las gráficas de la figura 11. En el caso especial de G0 donde el sistema experimenta una fuerte corriente de retorno, los valores obtenidos están lejos de la realidad, ya que esta corriente de retorno no se considera en los cálculos. Para los demás casos, la ecuación teórica para $x_{c,th}$ nos da valores muy cercanos a los encontrados experimentalmente.

Tabla 2.- Resume los valores de posición crítica teóricos y experimentales de todos los experimentos.

Arreglo	U_0 (cm/s)	h_0 (cm)	Ri_c	$x_{c,th}$ (cm)	$x_{c,exp}$ (cm)
sC3G0	4.58	5.65	0.22	13.2	16
sC3G50	5.31	5.05	0.20	18.4	15
sC3G200	4.61	4.79	0.18	18.6	17.7
sL15G0	4.75	5.8	0.15	15	65
sL15G50	4.03	3.98	0.24	18.7	19
sL15G200	3.89	3.90	0.17	23.7	24
sL10G0	4.53	5.89	0.19	28	>75
sL10G50	4.08	4.01	0.27	25.6	17
sL10G200	3.95	4.11	0.26	27.4	30
sL7G0	4.26	5.53	0.15	54	>75
sL7G50	3.81	4.16	0.36	29.0	22
sL7G200	4.03	4.29	0.25	41.9	39

3.5 Arrastre

La tasa de arrastre se define como la cantidad de líquido incorporado a la corriente a lo largo de su descenso. Es un proceso clave para comprender la dinámica de las corrientes por gravedad, por eso nos interesa su cuantificación para una corriente que fluye sobre una topografía específica.

Se han identificado diferentes formas de arrastre, la más común es el arrastre en una corriente de velocidad característica U a través de un flujo con velocidad w_H normal a la interfaz de una corriente por gravedad que fluye a lo largo de una superficie uniforme con ángulo de inclinación θ . Este tipo de arrastre también ocurre en capas de flujo turbulento libre tales como chorros, penachos y estelas. La conocida hipótesis de arrastre de Morton-Turner-Taylor desarrollada para este caso (Britter et al. (1983); Turner (1986)), se representa en la ecuación 3.7.

$$E = - \frac{w_H}{U} \quad (\text{Ec. 3.7})$$

, donde E es el coeficiente de arrastre. Para ambientes no estratificados por densidad (homogéneos), E es una constante que depende del tipo de flujo y de U . Es aplicable cuando el número de Reynolds es suficientemente grande.

Las figuras 13 y 14 representa la variación de la tasa de arrastre (E) a lo largo de la posición x , para las diferentes posiciones de la compuerta. En nuestros

experimentos, cuando la compuerta se ubica a 0cm (figura 13), en promedio, podemos ver que E aumenta fuertemente hasta $x \sim 20\text{cm}$ para luego reducirse hasta $x \sim 40\text{cm}$. Este comportamiento se repite nuevamente, lo que significa que la mezcla para este caso experimenta grandes oscilaciones y no parece estabilizarse. Esto es consistente con el hecho de que la inestabilidad de KH es responsable de una gran turbulencia a través del desarrollo de ondulaciones. Como hemos señalado anteriormente, en G0, existen inestabilidades de KH desde el inicio de la pendiente y se puede demostrar en la figura 13, donde E comienza en valores más altos que G50 y G200.

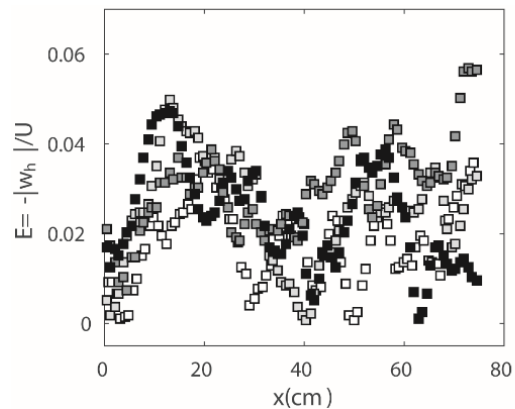


Figura 13.- Para compuerta ubicada a 0cm. Variación de la tasa de arrastre a lo largo de la pendiente. De gris claro (7°) a negro (31,5°).

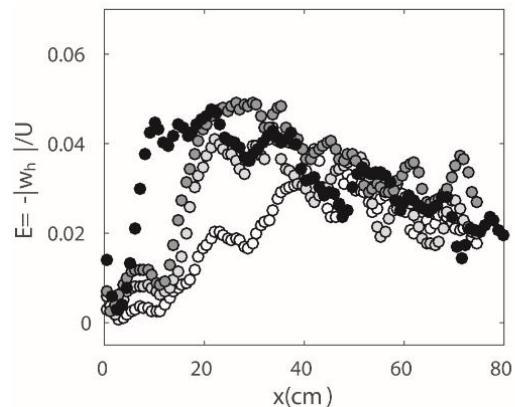


Figura 14.- Para compuerta ubicada a 50cm. Variación de la tasa de arrastre a lo largo de la pendiente. De gris claro (7°) a negro (31,5°).

Para G50 (Figura 14), la tasa de arrastre tiende a alcanzar un valor constante al final de la pendiente. En promedio, E primero aumenta rápidamente a un pico en aproximadamente 20 a 40 cm, y luego disminuye lentamente. Este pico es la posición donde se desarrollan las olas de KH. Además, puede observarse que, independientemente de la posición de la puerta, el arrastre es mayor cuando la pendiente es más pronunciada.

En la figura 14, para 7° , el arrastre alcanza un máximo de 0,03 a 39 cm y luego se reduce a un valor estabilizado de 0,025 (en la zona turbulenta). Mientras que E para las pendientes más pronunciadas alcanza un máximo de 0,04 y luego se reduce a 0,03. Por el contrario, para G200, se observó un aumento suave del arrastre para ángulos $\leq 10^\circ$ de 0 a 0,02. Para ángulos $\geq 10^\circ$, también hay un aumento, pero más agudo, de 0 a 0,04. Observamos también que, antes de la pendiente, la inestabilidad de Holmboe es una causante de mezcla ya que la tasa de arrastre no es cero.

3.6 Parámetro de Aceleración

Un parámetro de aceleración T_A (Ec.3.8) se define en Negretti et al. (2017) y es utilizado en los presentes experimentos. Este término relaciona una escala de tiempo de aceleración h/U y una escala de tiempo proporcional a h/U cuando el flujo se vuelve inestable en la interfaz. Este término puede ser positivo o negativo.

$$T_A = \frac{h}{U} \frac{dU}{dx} \quad (\text{Ec. 3.8})$$

Para el caso de una corriente por gravedad desarrollada que fluye sobre una pendiente constante, interviene la siguiente ecuación:

$$\frac{U^3}{B} = \frac{S_2 \sin \theta}{C_D + E \left(1 + \frac{1}{2} S_1 Ri\right)} \quad (\text{Eq. 3.9})$$

En estas pendientes, el término $1/2 S_1 Ri \ll 1$ y puede despreciarse lo que deja el coeficiente de arrastre solo como función del ángulo y puede aproximarse a $E = 9 \cdot 10^{-4}(\theta + 5)$. C_D también se puede ignorar cuando $\theta > 5^\circ$.

Por lo tanto, dado que $\sin \theta / \theta$ varía poco en el rango de $10^\circ < \theta < 50^\circ$, la velocidad es casi la misma (Hopfinger, 1983). Por el contrario, en pendientes variables, la velocidad debe permanecer constante y ajustarse continuamente a la aceleración variable.

Una transición suave a un flujo de equilibrio gobernado por la ecuación 3.9 requiere que la aceleración inicial de la corriente, expresada por el parámetro de aceleración, permanezca por debajo de un cierto valor. Como el valor local de T_A no se apropiado porque depende del comportamiento del flujo, (Negretti et al., 2017) introdujo un nuevo parámetro de aceleración:

$$\bar{T}_A = \frac{h_i}{U_m} \frac{\Delta U}{x_c} \quad (\text{Ec. 3.10})$$

, donde x_c es la posición de velocidad máxima (U_m), U_i es la velocidad al comienzo de la pendiente, $\Delta U = U_m - U_i$ y h_i es la altura o espesor de la corriente inicial.

Si bien, x_c también indica la aparición de inestabilidades de KH, este no es el caso cuando la compuerta se coloca en el borde, donde las inestabilidades de KH se desarrollan desde el inicio de la pendiente. Para los casos sL7G0 y sL10G0, no fue posible determinar un valor preciso para x_c , porque la velocidad nunca alcanzó un máximo en el campo de visión de nuestros experimentos.

Según Negretti et al. (2017), dependiendo del valor del parámetro de aceleración \bar{T}_A , el flujo puede acercarse o no a un estado de cuasi-equilibrio con velocidad constante; este valor crítico se evaluó como $\bar{T}_A = 0.05$. Cuando este valor es mayor que 0,05, la velocidad experimenta oscilaciones. Por el contrario, cuando $\bar{T}_A < 0.05$, como los experimentos de Pawlak y Armi (2000), la velocidad alcanza un máximo sin oscilaciones. En la figura 15, podemos apreciar cómo el parámetro de aceleración aumenta cuando la pendiente es más pronunciada, teniendo un valor mayor a 0.05 para la pendiente C3 ($\theta_0 = 31.5^\circ$). Con compuerta a 0cm, como los experimentos de Pawlak y Armi (2000), la transición de U_i a una velocidad de equilibrio U_m es suave, lo que conduce a $\bar{T}_A < 0.05$, debido al desarrollo de la inestabilidad interfacial desde el principio. Pero para nuestros casos G0, no fue posible calcular \bar{T}_A , ya que la velocidad nunca alcanzó un máximo. Sin embargo, asumiendo que la velocidad máxima se alcanza al final del campo de visión, podríamos estimar \bar{T}_A igual a 0.025 y 0.029, para sL10G0 y sL7G0, respectivamente. Podemos hacer esta suposición ya que la velocidad parece aumentar constantemente al mismo ritmo.

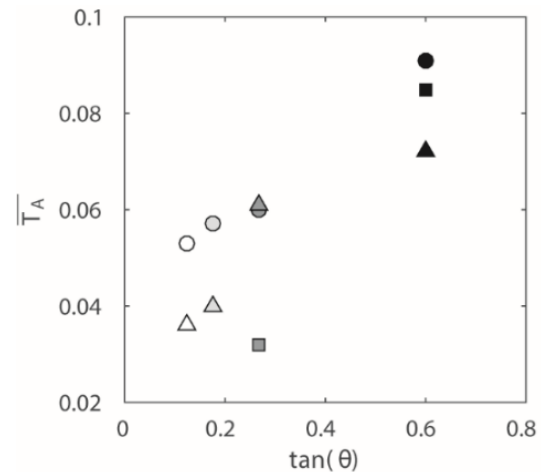


Figura 15.- \bar{T}_A vs $\tan \theta$

Según la posición de la compuerta, podemos concluir que \bar{T}_A es siempre menor para G0 en comparación con G50 y G200, pero solo para ángulos menores a 15° . Para pendientes más pronunciadas, siempre hay valores altos de \bar{T}_A . Podemos concluir que pendientes con bajo ángulo o una inestabilidad interfacial desde el inicio de la pendiente, pueden estar representadas por un parámetro de baja aceleración.

4. Conclusiones

(i) La relación entre el espesor de la capa inferior y el espesor de la interfaz de la corriente $\delta B_v/\delta I_v$ se establece como un indicador de cómo se comporta el fluido al llegar a la pendiente. Disminuye cuando aumenta el ángulo de la pendiente θ_0 . De la misma manera, disminuye cuando la compuerta se coloca más lejos del inicio de la pendiente con $B_v/\delta I_v$ para G50 y G200 muy cerca entre sí como se observó en la figura 6.

(ii) La velocidad cuando la compuerta está ubicada a 0 cm, aumenta constantemente y nunca alcanza una velocidad máxima en una distancia de $x < 12ho$ cuando el ángulo de la pendiente es $\leq 10^\circ$. Para los experimentos G200, cuando el ángulo de pendiente es de 15° y $31,5^\circ$, se pueden ver ciclos de aceleración y desaceleración. Esto está de acuerdo con los experimentos de Negretti et al. (2017). Mientras que para los casos G50, la velocidad experimenta ciclos para las cuatro pendientes consideradas. En resumen, de acuerdo con nuestros experimentos, cuando la relación $\delta B_v/\delta I_v$ es mayor que 0.9 la velocidad nunca alcanza un estado de equilibrio en una distancia de $x < 12ho$, mientras que cuando es menor que 0.9, la velocidad alcanza un máximo o experimenta aceleraciones y desaceleraciones.

(iii) Como el número de Richardson nos da información sobre la generación de olas KH, es un buen indicador para estimar dónde pueden aparecer las inestabilidades por primera vez. Según los gráficos, las ondas comienzan a aparecer más lejos del borde cuando la compuerta se coloca más alejada y Ri_c es más pequeño para esos casos. En relación con el ángulo de la pendiente, Ri_c disminuye cuando el ángulo de la pendiente disminuye.

(iv) En relación con el arrastre, se pudo concluir que la ocurrencia de inestabilidades de KH aumenta la cantidad total del mismo. El arrastre antes del borde, en la sección horizontal, es muy bajo, pero no nulo ya que la inestabilidad de Holmboe puede estar presente. Para la sección de desarrollo de KH, cuando la relación $\delta B_v/\delta I_v$ es pequeña, en ángulos de pendiente más pronunciados, la cantidad de arrastre es mayor que la de mayores valores de $\delta B_v/\delta I_v$. Finalmente, en la sección donde la ola se ha derrumbado, el arrastre es pequeño y no varía demasiado dependiendo del ángulo de la pendiente.

(v) El parámetro de aceleración $\overline{T_A}$ es siempre menor en G0 en comparación con las otras posiciones de la compuerta, pero solo para ángulos menores a 15° . Para pendientes más pronunciadas, $\overline{T_A}$ es siempre mayor a 0,05. Por lo tanto, pequeñas pendientes con inestabilidad interfacial desde el inicio de la inclinación pueden estar representadas por un parámetro de baja aceleración. Analizando la relación $\delta B_v/\delta I_v$ y el parámetro de aceleración $\overline{T_A}$ en la figura 16, podemos

predecir que cuanto menor sea el valor de $\delta B_v/\delta I_v$, mayor será el valor del parámetro de aceleración, teniendo $\overline{T_A} > 0.05$ para $\delta B_v/\delta I_v < 0.7$.

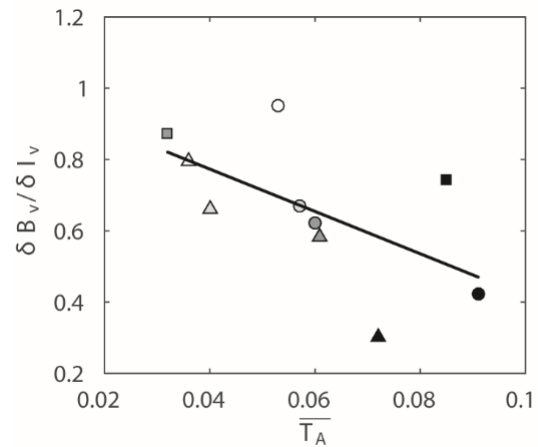


Figura 16.- Variación del parámetro de aceleración $\overline{T_A}$ en función de la relación $\delta B_v/\delta I_v$

5. Agradecimientos

Al equipo del laboratorio LEGI, por facilitar el uso de las cámaras y material para la toma de datos.

6. Referencias bibliográficas

Armi, L. (1986). The hydraulics of two flowing layers with different densities. *Journal of Fluid Mechanics*, 163:27–58.

Baines, P. G. (1998). *Topographic effects in stratified flows*. Cambridge University Press.

Baines, P. G. and Mitsudera, H. (1994). On the mechanism of shear flow instabilities. *Journal of fluid mechanics*, 276:327–342.

Britter, R. and Linden, P. (1980). The motion of the front of a gravity current travelling down an incline. *Journal of Fluid Mechanics*, 99(03):531–543.

Calder, E. S., Cole, P. D., Dade, W. B., Druitt, T. H., Hoblitt, R. P., Huppert, H. E., Ritchie, L., Sparks, R. S. J. & Young, S. R. 1999 Mobility of pyroclastic flows and surges at the Soufriere Hills Volcano, Montserrat. *Geophys. Res. Lett.* 26 (5), 537–540

Ellison, T. and Turner, J. (1959). Turbulent entrainment in stratified flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 6(03):423–448.

Fernando, H. J. S. (2010). Fluid dynamics of urban atmospheres in complex terrain. *Annual review of fluid mechanics*, 42, 365-389.

- Holmboe, J. (1962). On the behavior of symmetric waves in stratified shear layers. *Geophys. Publ*, 24:67–113.
- Hopfinger, E. J. (1983). Snow avalanche motion and related phenomena. *Annual review of fluid mechanics*, 15(1), 47-76.
- Hopfinger, E. and Tochon-Danguy, J.-C. (1977). A model study of powdersnow avalanches. *Journal of Glaciology*, 19(81):343–356.
- Miles, J. (1986). Richardson criterion for the stability of stratified shear flow. *The Physics of fluids*, 29(10):3470–3471.
- Negretti, M., Flor, J.-B., and Hopfinger, E. (2017). Development of gravity currents on rapidly changing slopes. *Journal of Fluid Mechanics*, 833:70–97.
- Noh, Y. and Fernando, H. (1991). Gravity current propagation along an incline in the presence of boundary mixing. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 96(C7):12586–12592.
- Parker, G., Fukushima, Y., and Pantin, H. M. (1986). Self-accelerating turbidity currents. *Journal of Fluid Mechanics*, 171:145–181.
- Pawlak, G. and Armi, L. (2000). Mixing and entrainment in developing stratified currents. *Journal of Fluid Mechanics*, 424:45–73.
- Rastello, M., & Hopfinger, E. J. (2004). Sediment-entraining suspension clouds: a model of powder-snow avalanches. *Journal of fluid mechanics*, 509, 181-206.
- Rottman, J. W., Hunt, J., and Mercer, A. (1985). The initial and gravity spreading phases of heavy gas dispersion: comparison of models with phase | data. *Journal of Hazardous Materials*, 11:261–279.
- Simpson, J. and Britter, R. (1979). The dynamics of the head of a gravity current advancing over a horizontal surface. *Journal of Fluid Mechanics*, 94(03):477–495.
- Simpson, J. E. (1982). Gravity currents in the laboratory, atmosphere, and ocean. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 14(1):213–234.
- Smyth, W. and Winters, K. (2003). Turbulence and mixing in holmboe waves. *Journal of physical oceanography*, 33(4):694–711.
- Turner, J. (1986). Turbulent entrainment: the development of the entrainment assumption, and its application to geophysical flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 173:431–471.
- Turner, J. S. (1979). *Buoyancy effects in fluids*. Cambridge University Press.